



**Af Undervisningsministeriets  
fagkonsulent Klaus Fink, e-mail:  
klaus.fink@skolekom.dk**

## Tal og bogstaver går hånd i hånd i matematiktimerne

Lisser Ejersbo og Niels Olesen (LE & NO) kom i deres kronik i Politiken 29. november 2011 med nogle overraskende synspunkter om matematikundervisning og læsning. Desværre bygger kronikken på en række væsentlige misforståelser om faget og matematikundervisningens udvikling og status. Med de nye Fælles Mål som kom i 2009, er rammerne for matematikundervisningens indhold og sigte styrket – en pointe man desværre ikke kan udlede af den omtalte kronik. Dertil kommer at de afsluttende prøver følger godt med fx med hensyn til at inddrage og anvende it.

LE & NO påstår at børns medfødte sans for tal og størrelser sjældent udnyttes i undervisningen. Det er en alvorlig kritik af de ca. 20 000 matematiklærere i grundskolerne i Danmark. For følges de Fælles Mål, kan ingen være i tvivl om at matematikundervisningen bygger på og videreudvikler de mange forudsætninger og potentialer eleverne møder med. Denne grundholdning til matematikundervisningen er gennemgående i såvel trinmålene som i den obligatoriske læseplan lærerne skal tilrettelægge deres undervisning efter.

LE & NO kritiserer at der ikke undervises i matematik, men i læsning i matematikundervisningen og at afgangsprøverne på den ene side ikke er autentiske og på den anden side skjuler lette regneopgaver i svære tekster. Begge dele er forkerte. Med Fælles Mål 2009 er målet for matematikundervisningen ændret. Det betones nu at en del af formålet er at udvikle elevernes matematiske kompetencer så de kan klare sig i situationer i dagligdagen hvor der skal bruges matematik. Samtidig er de matematikfaglige krav til undervisningen steget og endelig skal også faget matematik bidrage til elevernes læselæring. Folkeskolens afgangsprøver skal prøve eleverne i disse nye mål.

At undervisningen i matematik skulle være forsvundet fra folkeskolen som LE & NO påstår, er ikke korrekt. Tværtimod foregår der efter mine oplevelser

megen god matematikundervisning, og den prøves ved afgangsprøverne på en ganske udmærket måde der bredt giver eleverne mulighed for at vise hvad de har lært og hvilke matematiske kompetencer de har tilegnet sig.

## Matematikken er ikke forsvundet – den er blevet mere virkelighedsnær

LE & NO indleder deres kronik med en række udsagn om matematikundervisningen i grundskolen. Fx skriver de: 'Undervisningen i matematik er i dag forsvundet fra den danske folkeskole til fordel for 'faglig læsning' af pseudotekster', og 'Konsekvensen er, at intelligente børn, der har forståelse for matematik, men er svage læsere, udsættes for systematiske nederlag.'

Disse påstande er udokumenterede, og de burde derfor være fremsat med passende forbehold hvilket ikke sker. Der findes ikke noget nutidigt overblik over hvad der reelt foregår i matematikundervisningen (seneste undersøgelse er fra omkring 1980 af Kim Foss Hansen), og der findes mig bekendt ingen undersøgelser som dokumenterer de 'systematiske nederlag'. Kronikkens grundantagelser bygger altså i vidt omfang på formodninger.

Undervisningen i matematik skal følge Fælles Mål 2009 som angiver hvad der skal undervises i og delvist også hvordan. Ud af 31 slutmål handler et om faglig læsning, og ud af 122 trinmål fordelt på 3., 6. og 9. klasse handler tre om faglig læsning.

Det er overhovedet ikke et nyt problem at mange elever har svært ved at læse tekster i matematikbøgerne og afgangsprøverne. Det nye er at vi med nogle få mål omkring faglig læsning i Danmark har valgt at lade alle fag bidrage til udviklingen af børns læsefærdigheder – også matematik. Vi kan derfor ikke lade os nøje med at skrive korte tekster (som vil blive uden autenticitet). Målene om faglig læsning giver både mulighed for at inddrage autentiske matematikholdige tekster fra dagligdagen og rene matematiske problemer som ofte kræver læsning af symbolholdige tekster som matematikken er fyldt med.

LE & NO omtaler de mange bøger til lærere og elever om faglig læsning. De mener at ingen er skrevet af matematikere hvilket ikke er korrekt. Der er fx udkommet mindst to større elevrettede materialer til læsning i matematik og ligeledes mindst to rettet til lærerne – alle skrevet af matematikere.

Det syn på matematiklæring og undervisning som kommer til udtryk i de mange andre mål i Fælles Mål, vægter især undersøgende og problemløsende aktiviteter samt de former for argumentation og ræsonnement som forfatterne efterlyser senere i kronikken. Hvis lærerne følger Fælles Mål 2009, så kan matematikundervisningen på ingen måde komme til at bestå af 'faglig læsning af pseudotekster'.

### **Matematiske kompetencer er formålet for matematikundervisningen**

Det overordnede formål for matematikundervisningen er bl.a. at 'eleverne udvikler matematiske kompetencer og opnår viden og kunnen således, at de bliver i stand til at begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer vedrørende dagligliv, samfundsliv og naturforhold' (Uddrag af formålet for faget matematik i Fælles Mål 2009). Matematikrelaterede situationer kan vedrøre rene matematikteoretiske problemstillinger, men i dagligliv og samfundsliv møder eleverne ofte matematikken i tekster – bl.a. i medierne. Hvis eleverne ikke i skolen arbejder med at læse og forstå matematikken i sådanne tekstsammenhænge, vil de være ringe stillet i deres dagligliv og i deres deltagelse i vores demokratiske fællesskab samt deres videre uddannelsesforløb. Bl.a. derfor udgør faglig læsning et af de 31 slutmål i Fælles Mål 2009.

Midtvejs i kronikken kritiserer LE & NO folkeskolens afsluttende prøver i matematik: 'De afsluttende prøver er måske de værste. Ikke alene er opgaverne gemt i svære tekster, men opgaverne er vævet ind i en tilfældig kontekst, som er forsøgt gjort autentisk.'

Først vil jeg påpege at afgangsprøven i matematik består af to dele. Den første er en prøve i matematiske færdigheder på en time. Her er der meget lidt tekst, men færdighedsprægede opgaver inden for tal og algebra, geometri, statistik og sandsynlighed samt matematik i anvendelse. Den anden del er en prøve i matematisk problemløsning som varer tre timer. Det er denne prøve som LE & NO kritiserer. Som eksempel gives opgave 4.2. fra Folkeskolens Afgangsprøve, maj 2011. I hele opgave nr. 4 optræder en fiktiv elev som gerne vil på efterskole og derfor bl.a. undersøger hvor stor en statsstøtte hun kan få.

Opgave 4.2 sigter netop på trinmålet vedrørende faglig læsning. Den centrale matematikudfordring består i her – i overensstemmelse med trinmålet – at

læse og forstå den matematikholdige tekst og ikke – som forfatterne hævder – at beregne (75 030 – 31 488) kr. Det er med andre ord ikke hensigten at teste om eleverne kan trykke 75 030 – 31 488 på deres lommeregner, men om de kan læse og udlede det væsentlige i den matematikholdige tekst.

Opgaven er heller ikke vævet ind i en 'tilfældig kontekst'. Mange elever i 9. klasse overvejer et efterskoleophold, og jeg betragter det som relevant at de kan forholde sig til økonomi i forbindelse med et sådant eller lignende ophold. Det er en opgave der på samme tid retter sig mod elevens dagligliv og samfundsliv jf. formålet med matematikundervisningen.

Opgaven er ikke 'forsøgt autentisk' – den er autentisk. Skemaets tekst er således et uddrag fra en efterskoles hjemmeside. Det er med andre ord denne eller en lignende og måske sværere tekst eleverne skal kunne læse og forstå hvis de skal beregne deres egenbetaling til et efterskoleophold. Opgavekommissionen har fundet det rimeligt at matematikundervisningen i faglig læsning bl.a. skal sætte eleverne i stand til at foretage en sådan beregning. Elever som alene kan beregne 75 030 – 31 488, har ikke nødvendigvis denne kompetence.

Danske skoleelever er generelt dygtige til at læse matematiktekster på det niveau som kronikørerne præsenterer med deres eksempel. Det er således kun 8 % af eleverne i maj 2011 som ikke har forsøgt at besvare opgave 4.2, og ca. 3 ud af 4 elever har besvaret opgaven korrekt.

I øvrigt er denne opgavetype slet ikke ny i afgangsprøven. Fx mødte eleverne i 1981 – hvor prøverne endnu ikke samlede opgaverne i et tema – en omfangsrig trækningsliste for statens præmieobligationslån og et avanceret diagram med budgettet for en af de daværende amtskommuner.

### **Afgangsprøverne indeholder meget varierede opgaver**

Ved prøven i maj 2011 var der 28 opgaver i matematisk problemløsning. Opgavesættets tema omfatter forskellige områder som en 15-årig almindeligvis har kendskab til. I samme opgavesæt har opgave 5 en ren matematisk kontekst og med kortfattede spørgsmål der omfatter matematikkens tegn og symboler. Her er det ikke matematikkens anvendelse der prøves i, men 'ren' matematik.

En opgørelse af de 28 opgaver der blev stillet i afgangsprøven 2011, viser:

- 7 opgaver ud fra 100 % autentiske tekster
- 10 opgaver som er autentiske på den måde at de tager udgangspunkt i matematikholdige praktiske problemer fra dagligdagen for en fiktiv person på elevernes alder

- 5 matematikopgaver i en kontekst, men uden ret meget tekst
- 6 rene matematikopgaver

Således er billedet af prøven noget mere nuanceret end LE & NO beskriver det. Der skal ikke herske tvivl om at prøven i 2011 udfordrede eleverne. Det kan muligvis hænge sammen med at der i nogle af opgaverne blev prøvet i faglig læsning, men forklaringen er nok snarere at Fælles Mål 2009 som helhed for alvor slog igennem i afgangsprøverne, for nu havde eleverne været undervist i to år efter de nye mål. De nye mål har, ud over udvikling af elevernes matematiske kompetencer og faglig læsning fx enkel trigonometri, mere vægt på statistik og sandsynlighed samt øget brug af it i undervisningen. Det viser sig også at det var følgende opgaver som eleverne havde de største problemer med at løse:

- Den tekstsvage geometriopgave der bl.a. lagde op til anvendelse af trigonometri eller præcis tegning i fx et dynamisk geometriprogram
- Statistikopgaven hvor eleverne skulle fremstille et diagram og vurdere hvad det kunne fortælle
- Den 'rene' matematikopgave

Det er altså snarere områder i det matematikfaglige indhold der er svært for en del elever og ikke omfanget af teksterne som LE & NO angiver.

Fælles Mål 2009 giver i læseplanen og undervisningsvejledningen mange anvisninger på hvordan undervisningen kan tilrettelægges så de fleste elever kan nå et pænt niveau i opfyldelsen af målene.

Der er mange ord i afgangsprøverne. Udviklingen af antal ord er de sidste fem år:

- Maj 2011: ca. 790 (29 pr. opgave)
- Maj 2010: ca. 835 (30 pr. opgave)
- Maj 2009: ca. 710 (26 pr. opgave)
- Maj 2008: ca. 740 (26 pr. opgave)
- Maj 2007: ca. 690 (24 pr. opgave)

Sammenligner vi med prøven i 1981, var antallet af ord ca. 450, men med et antal diagrammer, skemaer og tegninger som i antal svarer til prøverne i dag. Dog var der af tekniske grunde ingen fotos og andre illustrationer til at understøtte læsningen af teksten. Der er altså kommet flere ord i prøverne, og opgaverne er blevet mindre færdighedsprægede, men vores dagligdag er også på mange områder blevet mere ordrig og med flere multimodale tekster, dvs. tekster med både almindelig tekst, billeder, diagrammer og skemaer. Dette er ikke mindst tilfældet på internettet der mere og mere anvendes som informationskilde. Den nævnte opgave 4.2 bygger på et

skema som netop er hentet fra internettet og som den fiktive elev er nødt til at forholde sig til. Ifølge PISA 2009, bind 3 om læsning af elektroniske tekster, ligger danske elever – trods den nemme adgang til computere og internet – meget dårligt når det drejer sig om læsning af tekster på computer. Faget matematik kan bidrage til at bedre denne situation ved at lære eleverne at læse og arbejde med matematikholdige tekster fra fx internettet.

### Hjælpemidler og særlig tilrettelæggelse af prøver for bl.a. læsesvage elever

LE & NO undlader i deres kronik at fortælle læserne hvilken hjælp eleverne kan få under prøven. Alle elever kan medbringe de hjælpemidler de bruger i den daglige undervisning. Det kan være en formelsamling, en matematisk opslagsbog, egne noter og endda en ordbog med forklaringer. For de læsesvage elever og elever med andre problemer er der også megen hjælp at hente. Skolen kan få tilsendt opgaverne på en cd-rom, så eleverne kan bruge læseredskaber som CD-ORD der oplæser teksten for eleven. Eleverne kan også få ekstra tid til prøven.

Der er som det fremgår, således stor opmærksomhed på at hjælpe læsesvage til at læse frem for at fjerne autentiske og relevante tekster fra opgaverne. Det tror jeg ikke mindst de læsesvage elever sætter pris på.

Matematikken er ikke som LE & NO skriver, forsvundet fra afgangsprøverne, tværtimod. Pga. de regnetekniske hjælpemidler og med et højere ambitionsniveau er eleverne de senere år blevet prøvet i fx ikke-lineære funktioner, herunder eksponentialfunktioner, 2. grads funktioner, ja endda opråbte der en funktion af 3. grad for nogle år siden.

### Afgangsprøvernes kvalitet udvikles hele tiden

LE & NO hævder i slutningen af kronikken at 'et opgaveudvalg [...] mødes og formulerer opgaverne ud fra en eller anden valgt kontekst, som de så forsøger at få de matematiske færdigheder til at passe ind i. Opgaverne opstår ikke ud af konteksten, men er en underlig hybrid i en tilfældig kontekst, som skal passe sammen med de matematiske færdigheder, man ønsker at teste.'

Denne påstand viser desværre at de to kronikører ikke har reelt kendskab til opgavekommissionens arbejde.

Opgaverne formuleres ikke ud fra 'en eller anden valgt kontekst', men ud fra målene i Fælles Mål 2009. Det er derfor ikke sådan at 'matematiske færdigheder' skal passe ind i 'en eller anden valgt kontekst', men omvendt. Udgangspunktet skal være

Fælles Mål hvor nogle af målene ligefrem forudsætter en kontekst.

Opgaverne bliver til ved at omsætte trinmål til prøvemål og koble dem sammen med et tema. Da det ofte kan være både svært og meget søgt at prøve alt inden for et bestemt tema, har opgavekommissionen i de senere år løbende udviklet prøverne så der ofte er en eller flere opgaver der ikke har sammenhæng med opgavesættets tema.

### Afgangsprøvernes kvalitet udvikles hele tiden

Vi arbejder hele tiden med grundige evalueringer af afgangsprøvernes faglige indhold, sproget, layout mv. De 470 censorer som stort set alle er matematiklærere i grundskolen, vurderer ca. 85 000 elevbesvarelser af prøverne i 9. og 10. klasse og bidrager til denne evaluering. Ligeledes arbejder opgavekommissionen løbende med sprogbrug og opsætning i prøvesættene – bl.a. i samarbejde med eksperter inden for området.

Opgavekommissionen mødes også med forskere og andre eksperter for at udvikle prøverne. Årets prøver gennemgås kritisk – både fagligt og sprogligt – inden de går i trykken. Det er alt sammen med til at kvalitetssikre og udvikle prøverne. LE & NO nævner

i forbindelse med deres kritik de mange bydeformer i opgaverne. Sådanne sproglige vendinger benyttes i mange undervisningsmaterialer og er en gammel tradition i opgaveformuleringer i matematik og er en form som eleverne er vant til. Disse bydeformer benyttes i aftagende grad i afgangsprøverne til fordel for et mere hverdagsorienteret sprog. Når de ikke helt er udgået endnu, skyldes det bl.a. ønsket om at sikre en rolig udvikling af prøverne.

Det er en stor glæde for opgavekommissionen at der generelt udtrykkes stor tilfredshed med prøverne fra mange elever og lærere, men også fra interesserede uden for skoleverdenen. Opgavesættenes udformning – layout, sprog og ikke mindst temaer er med til at styrke elevernes engagement, idet prøvens udformning er mere virkelighedsnær end hvis den blot angav rene regnestykker.

At undervisningen i matematik skulle være forsvundet fra folkeskolen som LE & NO påstår, er med en stor underdrivelse nok ikke helt rigtigt. Vi har i Danmark sat fokus på at hjælpe læsesvage til at læse frem for at fjerne autentiske og relevante tekster fra opgaverne. Afgangsprøverne giver på en ganske udmærket måde eleverne mulighed for at vise hvad de har lært sig og hvilke matematiske kompetencer de har tilegnet sig.

# Afgangsprøverne i Matematik 2011 Danmark og Grønland

En komplet samling af prøverne fra maj og december 2011 med løsningsforslag til problemopgaverne.

Hæftet indeholder desuden overvejelser om læreres og elevers brug af materialet.

Bestilles hos

[www.dkmat.dk](http://www.dkmat.dk)

**Forlaget MATEMATIK**

Postboks 102, 8305 Samsø

[mat.forlag@dkmat.dk](mailto:mat.forlag@dkmat.dk)

[www.dkmat.dk](http://www.dkmat.dk)

Tlf. 8659 6022



Forlaget Matematik

240 kr.  
ekskl. moms og levering

