

# «Kan vi dele tall slik vi deler epler?»

**Matematikk er  
naturlig for alle  
barn!**

Odense Congress  
Center  
7. mai 2013

Olav Lunde

Vinkelsum :  $A + B + C = 180^\circ$      $A + B = 90^\circ$      $C = 90^\circ$

Pythagoras :  $a^2 + b^2 = c^2$      $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Areal af en trekant :  $\text{Area} = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin C$

$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$

$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$\sin A = \frac{a}{c}$

$A = \sin^{-1}\left(\frac{a}{c}\right)$

$c = \frac{a}{\sin A}$

$a = c \times \sin A$

12)  $23 = 3x$

22)  $3x - 10 = 3 - 2x$

26)  $\frac{5-x}{7} = 30$

32)  $2x - 8 = 2x - 8$

35)  $3x - (x - 4) = 12$

37)  $6x - (37 - 13x) = 21x - (2x - 37)$

$\sin(x) = \left(1 - \frac{2x}{\pi}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{2x}{3\pi}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{2x}{5\pi}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{2x}{7\pi}\right)^2 \dots$

$\frac{\pi^3}{32} = \frac{1}{4^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \dots$

$A = \frac{5}{6}$

$+c = 0$

$\pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

eple  
delt i to



2

8 delt i to

8

ε

3

3  
ε

8 delt på  
to

8 : 2 = 4

4

????

Hva er størst?

8

5

**Hovedkategorier** kultur samfunn helse jord og skog miljø

**Finn fram** bakgrunn meninger spør en forsker multimedia ny

## 6 av 10 har matteangst



6 av 10 universitetsstudenter får symptomer på angst når de gjør matematikk, og verst er det for kvinnelige studenter, ifølge spansk studie. - Matteundervisningen er for dårlig, mener norsk professor.

# Tidlig tallforståelse gir karakterfordel



www.forskning.no

Barn som viser grunnleggende forståelse for matematikk og skriftspråk allerede i femårsalderen, oppnår de beste resultatene i skolen flere år senere, ifølge ny studie.



Espen Eggen  
journalist

Torsdag 15. november 2007  
kl. 05:00

Forskere har analysert data om 36.000 barnehagebarn i Storbritannia, USA og Canada, og sett på hvordan det siden gikk med dem på skolen.

Barnas ferdigheter ble først undersøkt første gang da de var fem år gamle. Deretter ble dataene sammenlignet med de samme barnas skoleprestasjoner fra de var 7 til 14 år gamle.

## Tallforståelsen

Forskerne fant at tidlig tallforståelse hos femåringene, som det å forstå talls innbyrdes rangering, er den tydeligste indikatoren for senere skoleprestasjoner.

Den nest sterkeste indikasjonen var språklige ferdigheter, som det å kjenne til forskjellige bokstaver og å forstå grunnleggende fonetiske regler.

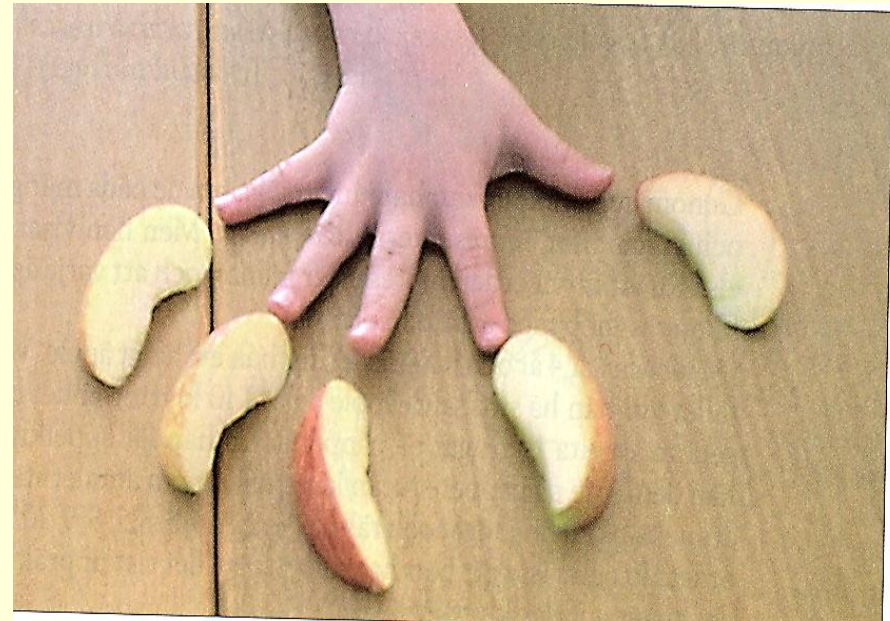
Om barna er upopulære og fungerer dårlig sosialt i barnehagen, så har det ingenting å si for karakterene de vil oppnå i fremtiden, viser studien, som er publisert i tidsskriftet *Developmental Psychology*.



- Ca. 60 % av risiko-elever i midten av 2. klasse, mestrer ikke  $n+1$  og  $1+n$ .
- **Samme bilde ved slutten av 2. klasse.**

# Kan vi finne kjennetegn på mulige matematikkvansker tidlig?

- Nyere forskning finner at det å **lese tall, tallkonstans** ("Piaget"), **forståelse og bruk av en-sifrede tall**, og **mental addisjon av en-sifrede tall** skilte meget godt, og at 60-80% av førskolebarna som senere utviklet matematikk-vansker, kunne finnes ved hjelp av så enkle tester i førskolealder / ved skolestart.



Mazzocco & Thompson: (2005);  
Morgan et.al., (2009)



# ○ Matematikken har **fire** sider: **Sammen danner de tallforståelsen**



Problemet er ikke å få så mye ny kunnskap.  
Problemet er ofte å få organisert og brukt det en allerede vet!



# Leker med matematikk

Matematikk i leken gjør barna mer kreative og logiske. Men denne formen for lek har dårlige kår i barnehagen, mener forsker.

Stig Nøra  
journalist

Tirsdag 05. april 2011  
kl. 05:00



**I samarbeid med**  
Høgskolen i Oslo



- Barns aktiviteter rommer matematiske trekk, sier Vigdis Flottorp.

Hun er høgskolelektor ved Høgskolen i Oslo, og forsker på matematikk i barns lek.

- Barn systematiserer, klassifiserer, sorterer, sammenlikner, måler og orienterer seg i rommet. Alt dette er former for matematikk, sier Flottorp.

Telling er den matematikken som er enklest å få øye på av i barns aktiviteter, det er også dette området det er forsket mest på.

Men det handler om mer enn bare telling. Det er også matematikk når barn sammenlikner seg selv med andre, når de måler hvor mange dukker det er plass i dukkesenga eller hvor mange dyr det går i en innhegning som egentlig er en skoeseke.

- De løser problemer og lager systemer basert på situasjonen de er i. Løsningene er bundet til lekeaktiviteten og det som er logisk innenfor denne, sier Flottorp.



(Illustrasjonsfoto: [www.colourbox.no](http://www.colourbox.no))

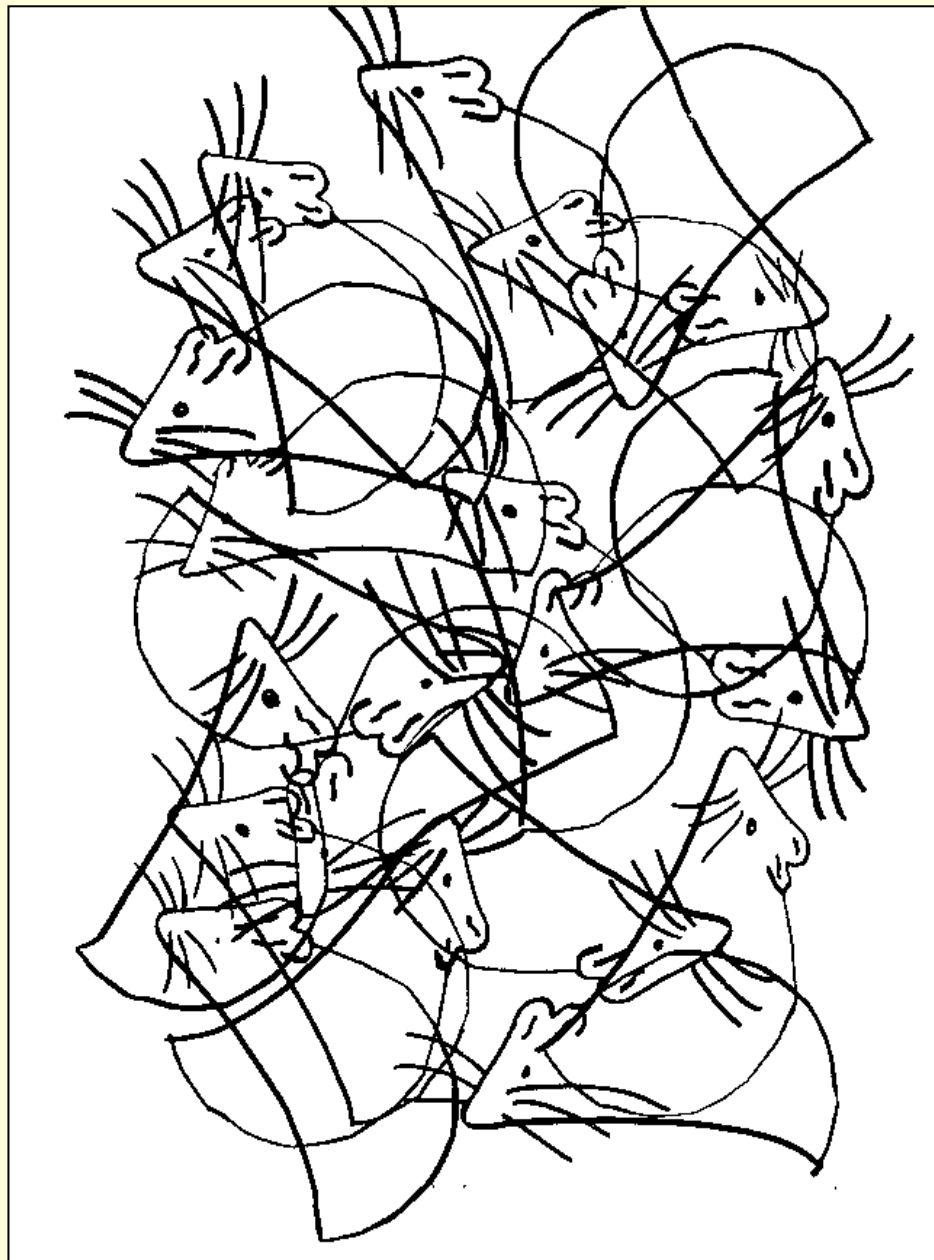


OLAV LONDE



# REGNING

Starter med telling



# Lær barna å telle, ikke bare oppramse

Lørdag 10. november 2012



(Foto: Colourbox)

Barn bør øve seg på å telle tidlig, ikke bare på å ramse opp tallene, om de skal bli gode i matte. De to tingene er nemlig forskjellige: Når du ramser opp, er tallene abstrakte og læringen minner mer om pugging - du trenger ikke forstå det for å huske det.

Men hvis du teller noe, innebærer det en forståelse av at hver ting bare skal få et tall én gang, og at de har hvert sitt tall, og at det siste tallet du kommer til er summen av alle tingene.

I en studie fra USA viste det seg at de barna som kunne både telle og oppramse tallene opp til 20 før de begynte på skolen gjorde det bedre i matte ved skolestart. Men det var mindre enn ti prosent av barna i studien var faktisk kunne både telle og ramse opp. (forskning.no/høj)

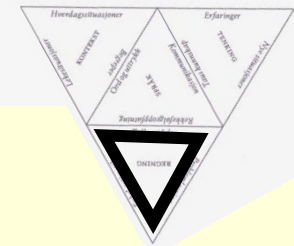
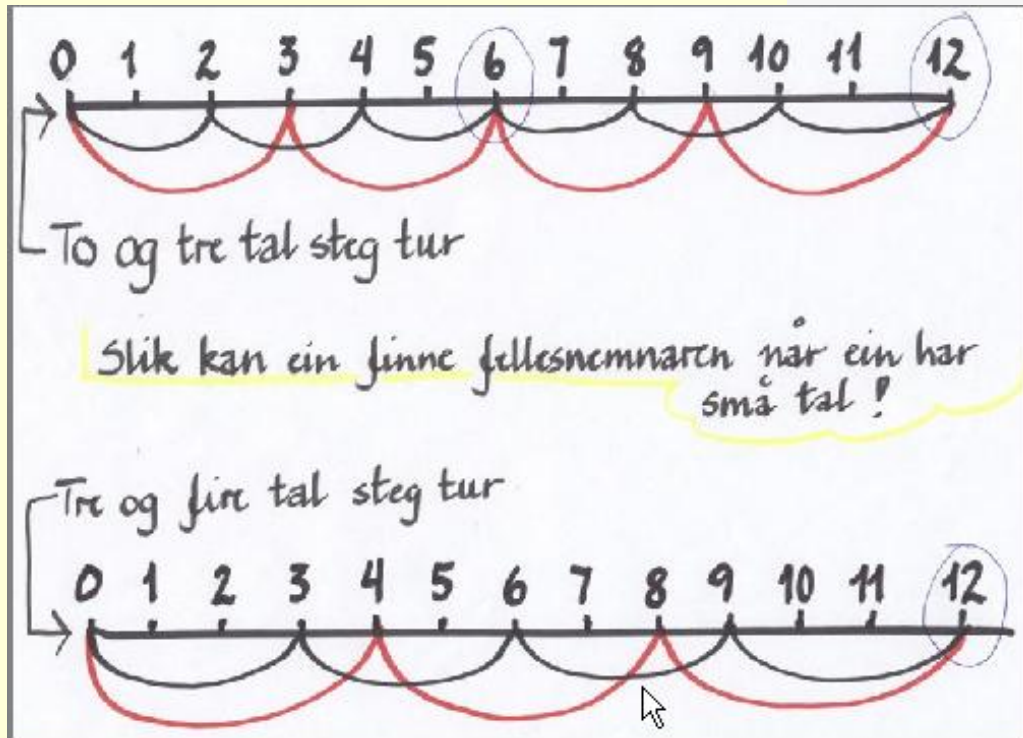
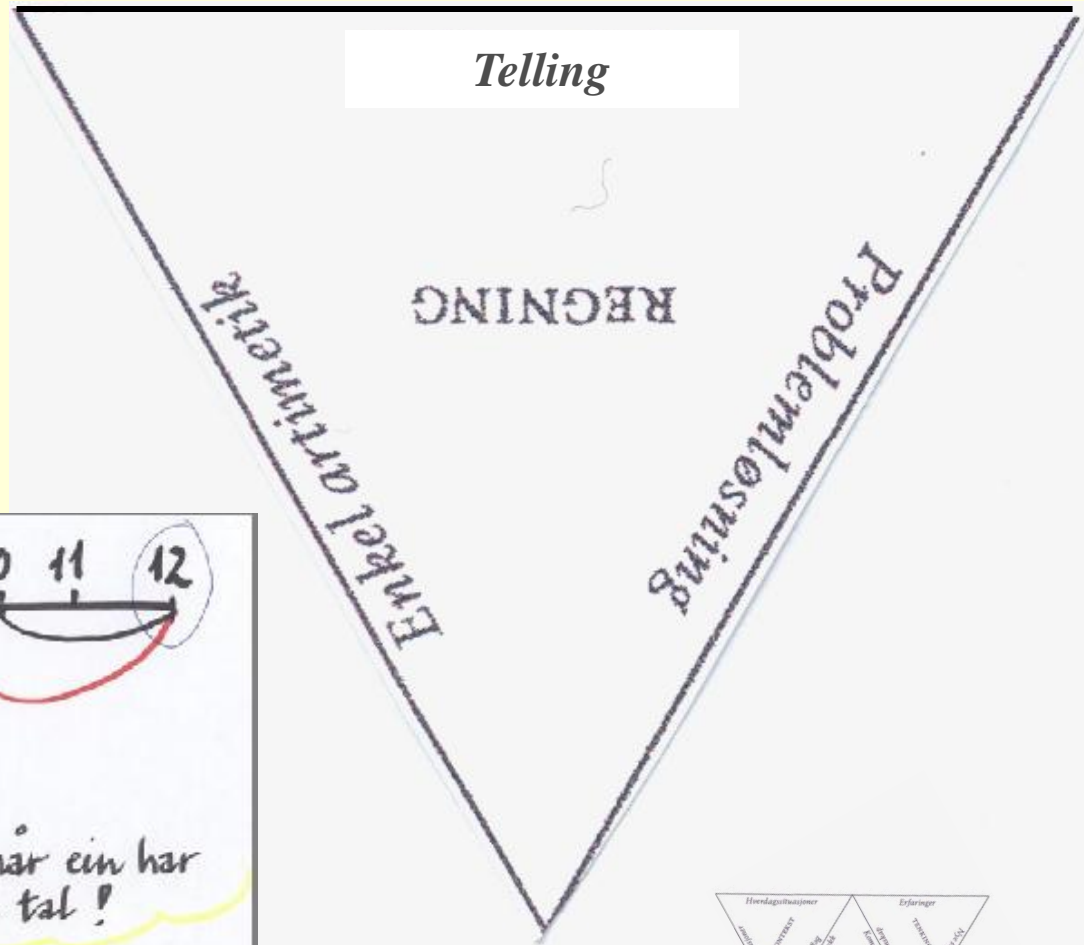
[www.forskning.no](http://www.forskning.no)

# o Tall/regne

Først telling

så enkel aritmetikk

- og problemløsning



# SPRÅKFERDIGHET

- Matematikk er språk, og kanskje et språkfag...
- Når vi ser eller hører noe, danner det seg forestillinger inni hodet vårt, også matematiske forestillinger.
- Men av og til er de feil...



På teppet ligger en katt  
En katt ligger på teppet

$$a+b=c \quad b+a=c$$

$$a-b=c \quad b-a=c$$

$$ab = ba$$

$$37 = 73$$

**Rekkefølge kan bety mye for forståelsen –  
både i norsk og i matematikk!!!**





## ETT AV TI BARN SLITER MED SPRÅKET

03.08.2010

Skriv ut

Mange barn har problemer med å gjøre seg forstått, eller forstå andre viser kartleggingen av språkvansker blant barn i Norge. Logoped Unni Espenakk sier at dårlig kortidshukommelse ofte er en av årsakene til spesifikke språkvansker. De har ofte begrensning i arbeidsminne.

Arv er en annen sterk komponent. Hvis familiemedlemmer strever med språk, skal man være på vakt med barn som er forsinket i språkutviklingen sier Unni Espenakk, og legger til at dette er ikke noe man vokser av seg, men man kan få hjelp mot mange av språkproblemene. Skolefaglige problemer er ofte resultatet om språkvansker ikke tas tak i. Omtrent 90 prosent av barna får lese- og skrivevansker. Barna utvikler strategier for å slippe å uttrykke seg muntlig, noe som følger barnet gjennom hele oppveksten.

Jo tidligere man kommer inn og hjelper, dess bedre prognose sier Espenakk til Aftenposten 1.august 2010.

Her kan dere lese hele artikkelen i aftenposten.



# TENKING

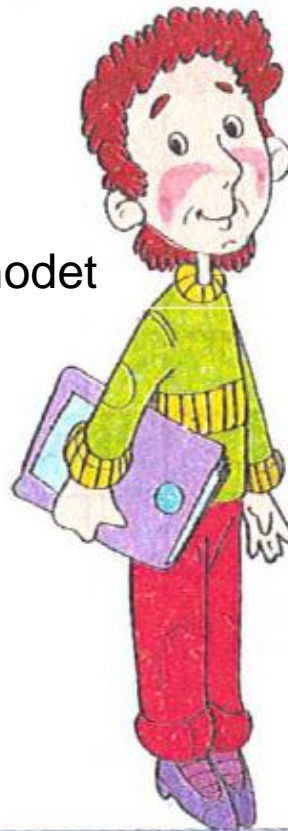
”Matematik er att tänka!”

(Olof Magne)



# Grublis: Per er lavere enn Ola. Knut er høyere enn Ola. Arne er lavere enn Per. Hva heter de forskjellige?

Begreper for å forstå  
Relasjonsbegrepene  
Sammenligne  
Strategier for åpen oppgave  
Tro på egen mestring  
Lage tegning på papir eller i hodet





# En liten oppgave – og et stort problem....

- Knytte skolisser



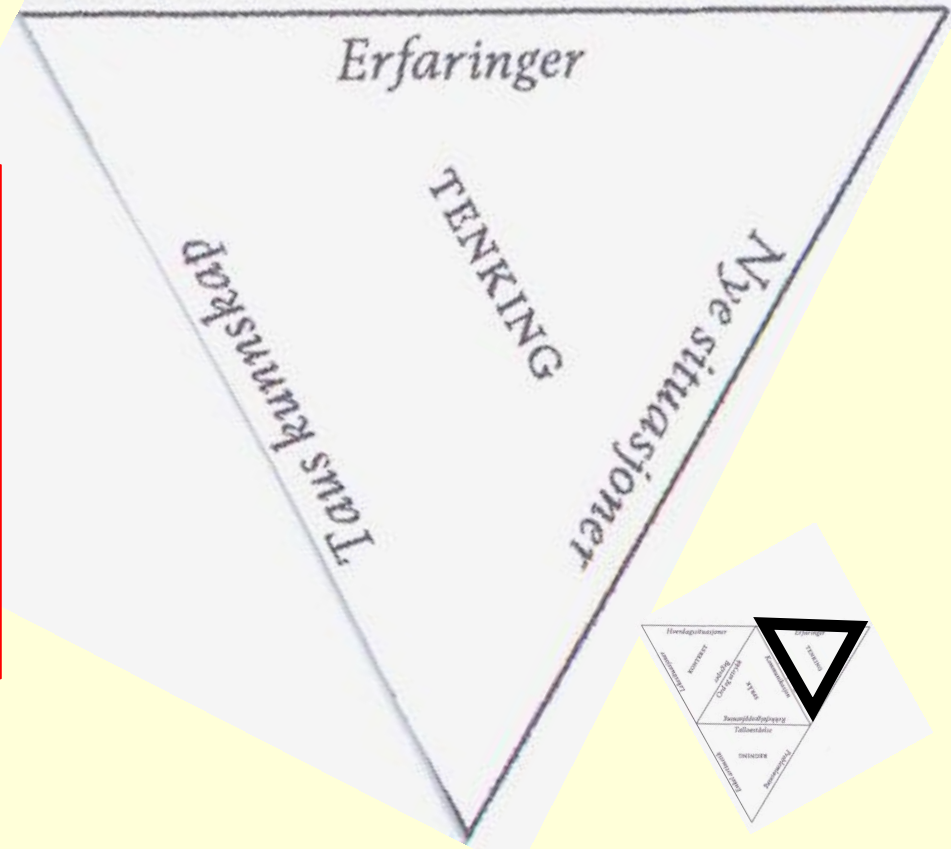
- ... en liten undring:
- Kan det være at det er en del matematisk ferdighet og forståelse som **ikke** egner seg for språklig formidling?

Taus kunnskap

# Når er noe lært?

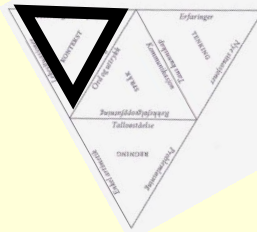
- - Forstått
- - Gjengitt
- Brukt i nye situasjoner

- Det er når vi setter erfaringene sammen at vi forstår noe!
- - Og så bruker det...



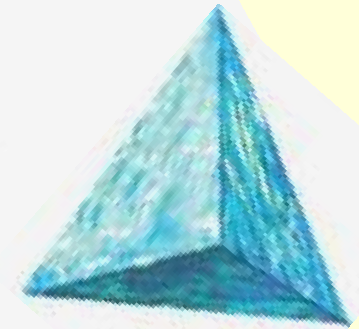
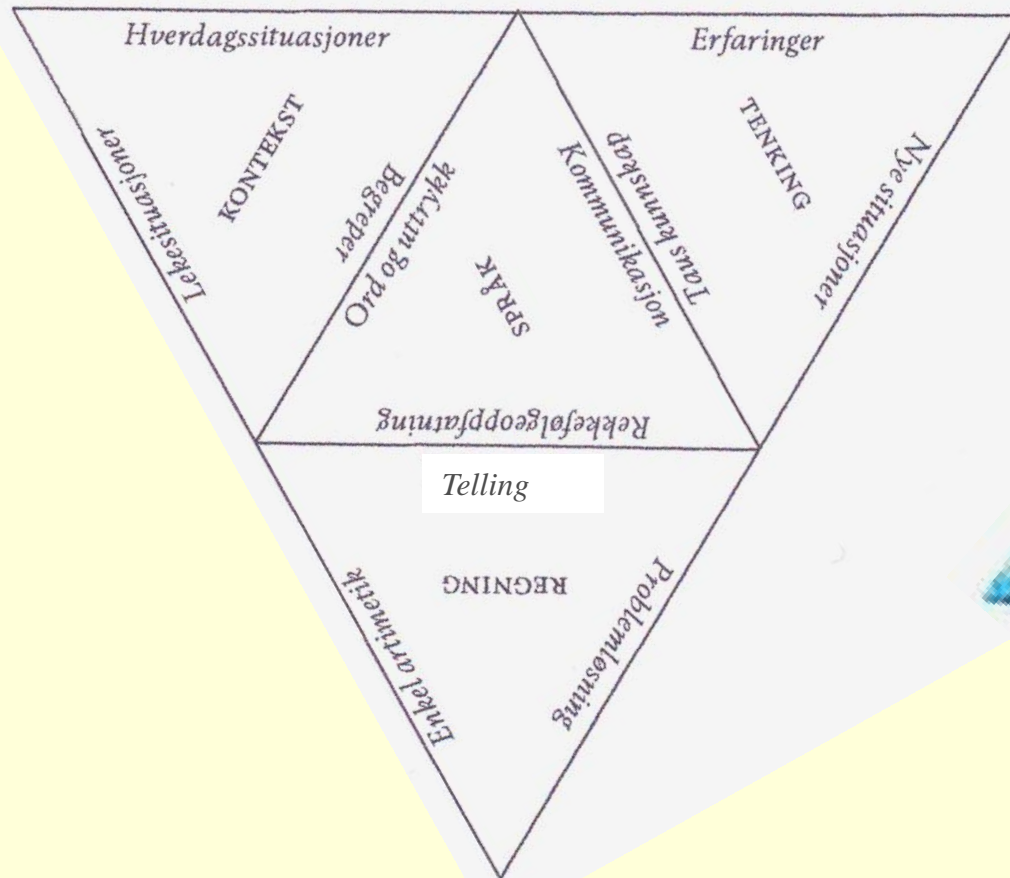
# SITUASJONSFORSTÅELSE

- Vi tolker alltid ut fra det vi vet fra før
- Det vi vet fra før er formet som begreper og begrepssystemer
- Erfaringene får barna fra lekesituasjoner og hverdagssituasjoner



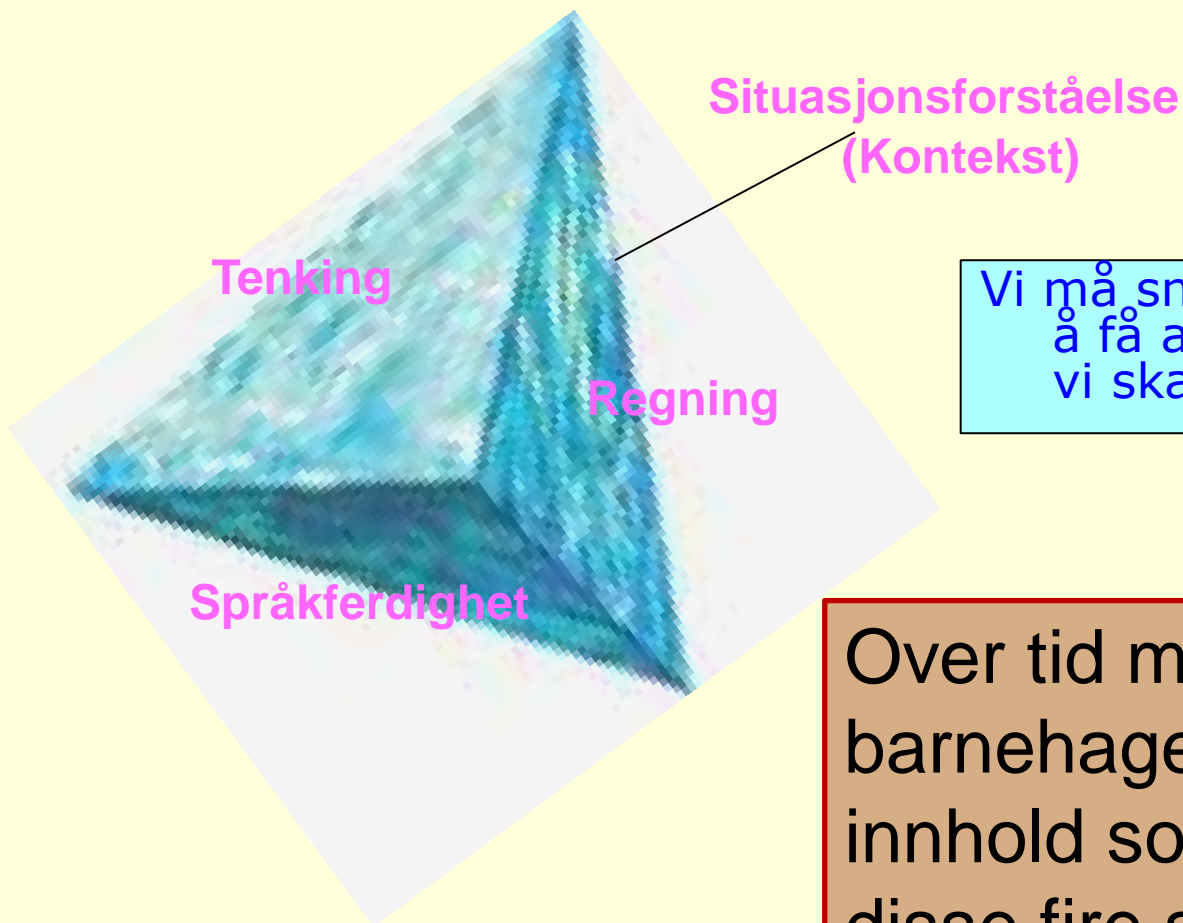
# Nå skal vi lage en arbeidsmodell

Vi bretter sidene sammen!





# 1. Vi kan bare se tre av sidene samtidig!



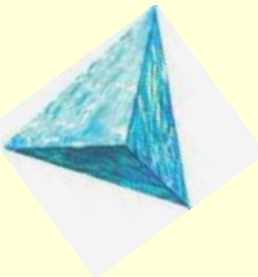
Vi må snu og vende på det for å få alle aspektene med når vi skal forebygge!

Over tid må aktivitetene i barnehage og skole ha et innhold som omfatter **alle** disse fire sidene, ofte i kombinasjon.

## 2. Vi får 6 kanter, hver kant består av ett par aktiviteter

- 1. Hverdagssituasjoner – Erfaringer
- 2. Rekkefølge – Telling
- 3. Begreper – Ord og uttrykk
- 4. Taus kunnskap – Kommunikasjon
- 5. Problemløsning – Nye situasjoner
- 6. Lekesituasjoner – Enkel aritmetikk

Når vi har valgt innholds-fokus, kan vi velge aktiviteter ut fra kantene.

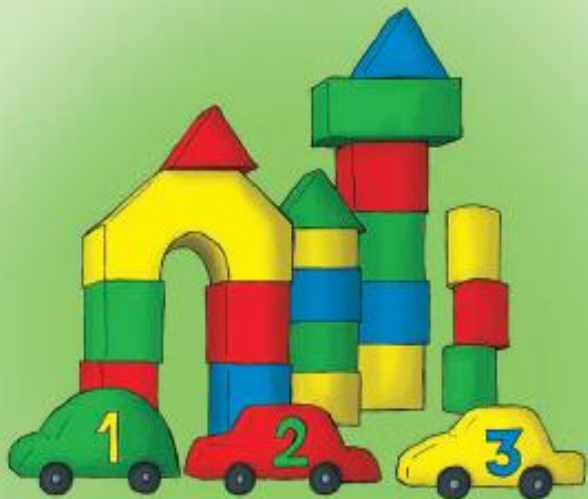


- Hvordan er de knyttet sammen – ”danner par”?
- Kan vi si at noe er **uformelt** og noe mer **strukturert**?

# Matematikken · Individet · Omgivelserne

Hilde Skaar Davidsen · Inger Kristine Løge · Olav Lunde · Elin Reikerås · Tone Dalvaan

# MIO



## OBSERVATIONSARK

Navn \_\_\_\_\_ Født \_\_\_\_\_

Special-pædagogisk forlag

# MIO

## Matematikken · Individet · Omgivelserne

### P1 – Matematisk sprog

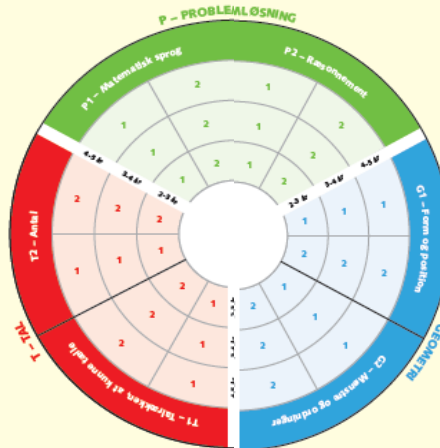
2-3 år	3-4 år	4-5 år
1 Kan skille mellem begynderne stor og lille.	1 Bruger ord som beskriver legetøj. (F.eks. røde bil, store biler.)	1 Bruger ord om forholdet mellem genstande. (F.eks. - jeg har længere hår end dig., Dorote er højere end stollen.)
2 Ved hvad der er op, og hvad der er ned.	2 Følger instruktioner som er knyttet til en genstands placering. (F.eks. over bordet, under stuen, gennem lågen.)	2 Peger på en genstand, som er i midten.

### T2 – Antal

2-3 år	3-4 år	4-5 år
1 Henter på opfordring tre genstande. (F.eks. to Alodier, to biler.)	1 Henter på opfordring tre genstande.	1 Dækker bord til fem personer.
2 Delegerer ud til hver. (F.eks. en stol til hver i sandkassen)	2 Viser med fingrene, hvor mange der er.	2 Kan svare på hvor mange der er efter at have talt fem genstande.

### T1 – Talrækken, at kunne tælle

2-3 år	3-4 år	4-5 år
1 Skælder mellem én og mange.	1 Er begyndt at tælle, samtidig med det peger på genstandene.	1 Tæller til fem samtidig med det peger på genstandene.
2 Er begyndt at bruge talord. (F.eks. jeg har ti styk biler.)	2 Opfatter antal genstande op til to uden at tælle. (F.eks. alone på en foring.)	2 Kan tallæsenen til ti.



### P2 – Ræsonnement

2-3 år	3-4 år	4-5 år
1 Ved hvilket overblik der er brug for i regnvær.	1 Doler lige med en anden. (F.eks. tre buser eller seks biler)	1 Ræsonnerer sig frem til, hvad der kommer først og sidst, når det skal lade sig på.
2 Lægger legstøbt på dets rigtige plads.	2 Henter genstande som det har brug for i sin leg. (F.eks. papir, når det vil fjerne.)	2 Kender forskel på noget der er sket/ skal ske.

### G1 – Form og position

2-3 år	3-4 år	4-5 år
1 Peger på hvor forskellige kroppsdele er placeret. (F.eks. arm, fod, øje. Mindst tre forskellige.)	1 Lægger puslespil med tre-fem brækket så det danner et billede.	1 Tegner et menneske.
2 Viser at det kan skilles mellem forskellige former. (F.eks. ved at bygge forskellige former i en spidskasse, lade puslespil med biler der passer i en form.)	2 Går på opfordring hen til et bestemt sted. (F.eks. gå hen til døren, gå hen til gyngen osv.)	2 Kopierer enkle figurer. (F.eks. på papir eller i sandkassen.)

### G2 – Mønstre og ordninger

2-3 år	3-4 år	4-5 år
1 Kan finde -vognen til.. (F.eks. Billedotter.)	1 Har kunståb til dagers beste nuller. (F.eks. vi går ud, når vi har spist.)	1 Fremstiller selv mønstre. (F.eks. med perler, tegninger eller ved bevægelse.)
2 Viser interesse for rytme og bevægelse.	2 Ordner genstande eller stikker i en række. (F.eks. biler, dukker.)	2 Sorterer efter egenskaber. (F.eks. form, størrelse eller farve.)

Den indreste cirkel: Barnet er mellem 2-3 år.

Den melleme cirkel: Barnet er mellem 3-4 år.

Den yderste cirkel: Barnet er mellem 4-5 år.

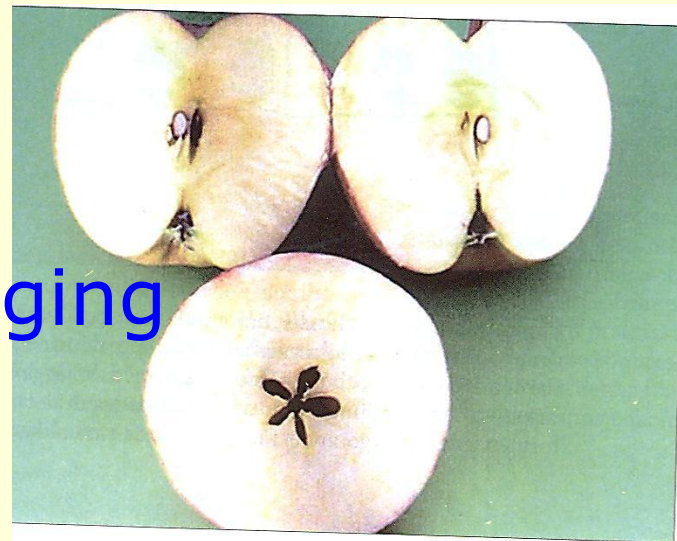
Start med den indreste cirkel for at sikre barnets nedre grænse.

Brug forskellige farver når skemaet skal udfyldes på forskellige tider af året, f.eks. rød om efteråret og grøn om foråret.

KORBERING AF DETTE SKEMA ER IKKE TILLADT · KORBERING AF DETTE SKEMA ER IKKE TILLADT · KORBERING AF DETTE SKEMA ER IKKE TILLADT · KORBERING AF DETTE SKEMA ER IKKE TILLADT · KORBERING AF DETTE SKEMA ER IKKE TILLADT · KORBERING AF DETTE SKEMA ER IKKE TILLADT · KORBERING AF DETTE SKEMA ER IKKE TILLADT · KORBERING AF DETTE SKEMA ER IKKE TILLADT

# Utbytte av undervisningen? (RTI)

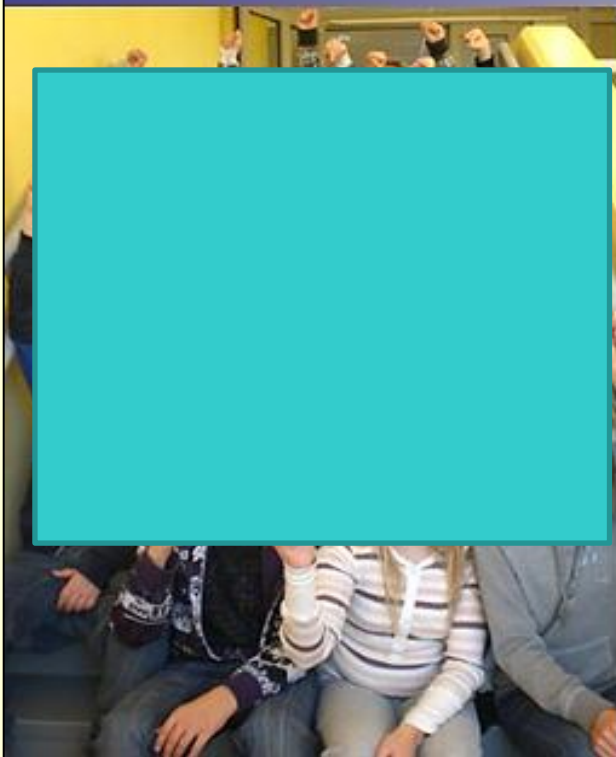
- Primær vs. sekundær vanske?
- Undersøke undervisningen, spesielt de tiltak som er satt i gang tidligere
- Supplerer dynamisk kartlegging ved å fokusere prosessen fremfor resultat.
- Tiltakene må lages med tanke på elevens situasjon på skolen og hjemme (kombinere primær/sekundær. - "One size...")



# Seljestad-prosjektet (Harstad)

- et forsøk på å oppnå mestring ved hjelp av RTI med vekt på **rask og presis igangsetting av tiltak.**

## Seljestad barneskole



- En sentrumskole.
- Fulldelt barneskole.
- Ca. 300 elever.
- Jevne resultat, på snittet eller desimalen over på nasjonale prøver siste tre år.

Resultatene fra prosjektet er publisert i kap. 20 i Wahl Andersen & Weng:

«Håndbog om matematik i grundskolen. Læring, undervisning og vejledning.» Dansk psykologisk forlag, 2013 og i norske Spesialpedagogikk nr. 5/2012, side 20ff



# «Det andre møtet»

Et nytt og annerledes møte med matematikken.



Opprettet grupper av elever med lave ferdigheter, ca 15% av elevene.

Tilpasset opplegg innenfor skolens rammer, med enkle midler.

Enkeltelever på spesialpedagogiske tiltak har egne opplegg.

## 2. klasse....

På 2. trinn var det 12 elever som ikke hadde alt rett på testen "Alle Teller". Sju elever hadde feil på to oppgaver, mens fem hadde én feil.

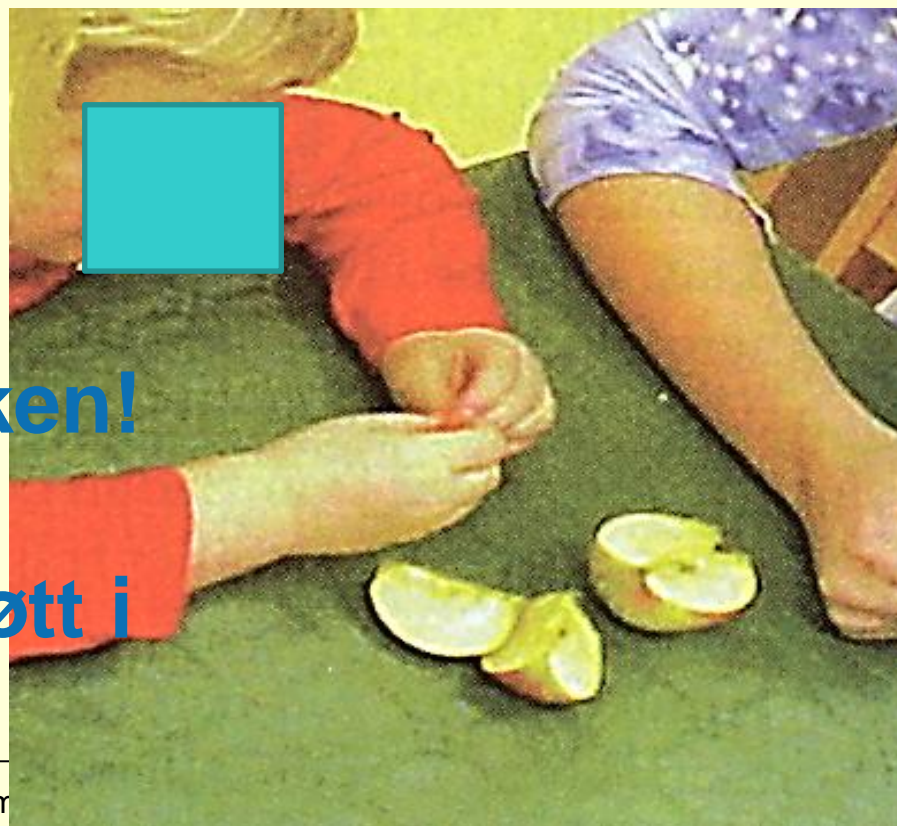
**Ved retest var alle feilfri!!!**

## 1. klasse:

**«Det første møtet»**

Med skolematematikken!

Matematikk har de møtt i  
mange år tidligere...



# Hva dreier det seg om????

$$\begin{array}{r} 400 \\ - 237 \\ \hline = \underline{\underline{\quad}} \text{XXX} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 399 \\ - 236 \\ \hline = \underline{\underline{163}} \end{array}$$



# 😊 Klasserommet 😊





# Kalender





- Dato, år, mnd, uke, dager
- Konkretisering
- Ramsetelle
- Tierplass og enerplass
- "Indianersangen" – norsk og engelsk
- Tiervennsang – se, høre, gjøre, synge
- Partall og oddetall

# Tallsymbol og mengde

Oddetall/partall

Nettsider/bruk:

- Sang
- Interaktive oppgaver



Sommerfuglene ble brukt for å se på symmetri.

De arbeidet også med å doble og halvere og vite hvordan dette henger sammen med **symmetri**.  
(Mål 2. klasse)

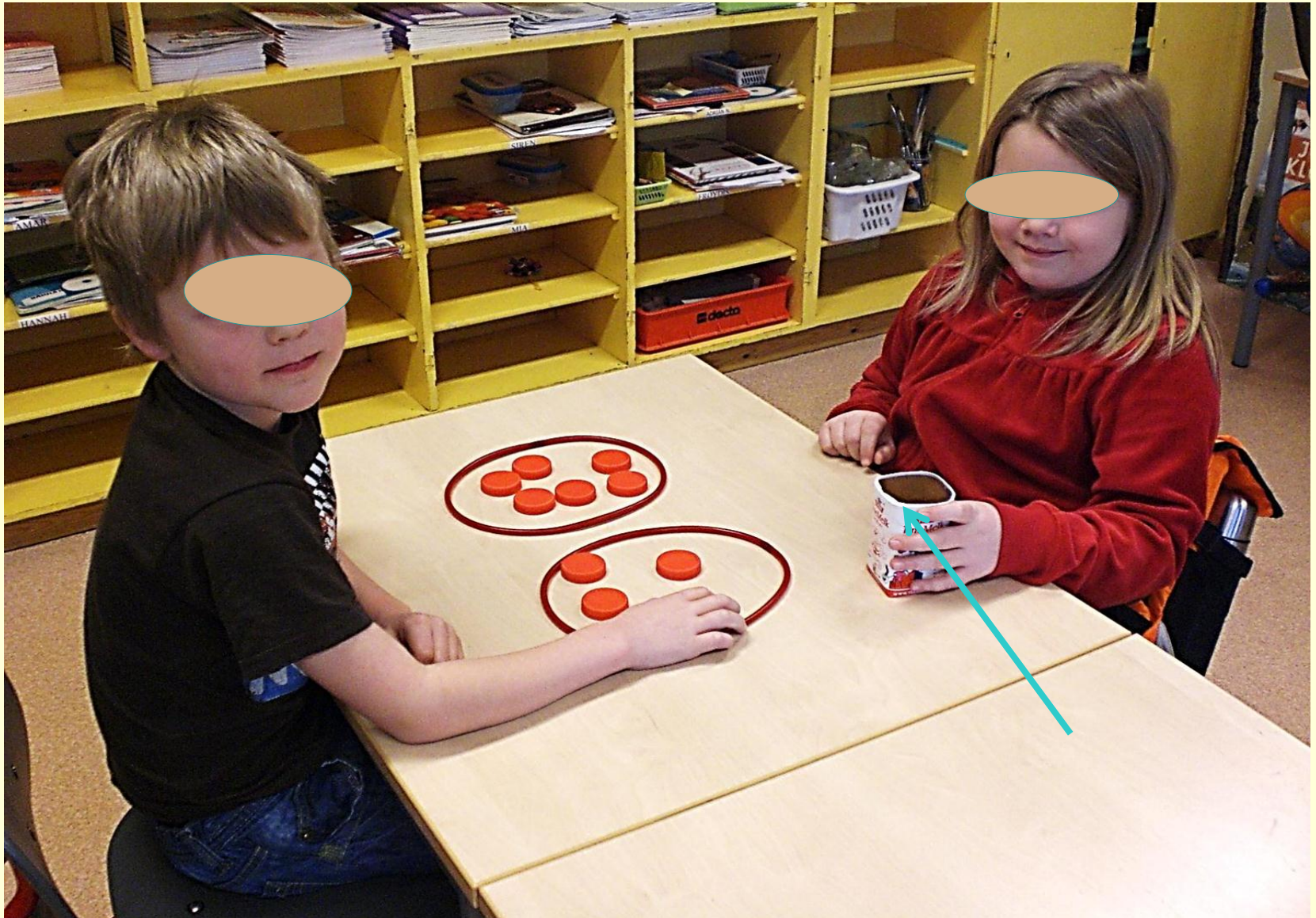
- Vi kan dele både epler og tallmengder symmetrisk...

«Hvordan kan vi finne det dobbelte / halvparten av et tall?»

- Språket blir sentralt!

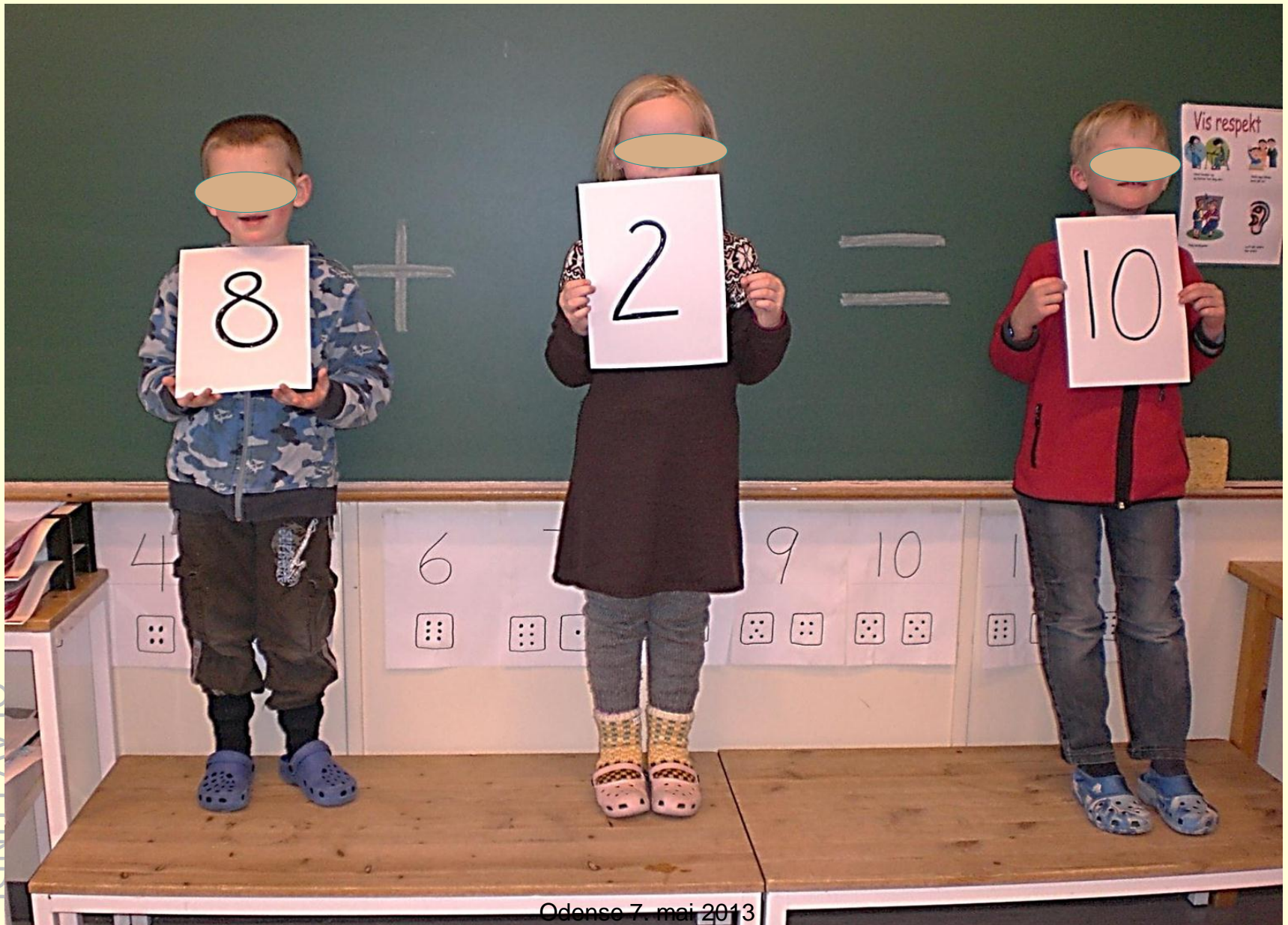


# Konkretisering mengde tiervenner





# Elevaktivitet i stedet for papir og blyant





- **Observasjon** –  
oppmerksomhetstrening  
finne forskjeller / ulikheter
- **Analyse av tekst- og talloppgaver**

Hva skjer – hvorfor ?

Laget tegning

Samtale - to og to / felles

Asta Godt har skrevet en artikkel om besøket i Norge, se «Liv i skolen», nr. 4/2012.

- **Logisk tenking**

Måtte begrunne og bruke riktige matematiske begreper

”Vygotskij ville have været ellevild over den metode, som fik alle eleverne i gang med at tale matematik.” (Asta Godt, dansk masterstudent)





Hva var den sentral tenkingen?

Vi la vekt på

**undervisningsmåte**

og på

**innholdet i undervisningen**

i langt større grad enn vanlig.



## Avslutning:

### - Mulighetene er store!

- rask intervensjon,
- presise tiltak og
- forebygging

**kan redusere matematikkvansker  
med opptil 70% (!!!)**



Lyon, et.al., 2003

Lunde, 2008, a & b

Lunde, 2009



*...da får vi*

pedagogisk  
**KRAFT**



Logo for "Brynekonferansene" om språk og matematikk.

Odense 7. mai 2013