



---

# Matematik

Odense 12. september 2014

---



---

# Fra undervisningsmål til læringsmål

- Fokus på elevernes læring
- Kompetencemål
- Målstyret undervisning
- Forenkling og præcisering



Fagformål	
Fælles Mål 2009	Forenklede Fælles Mål
<p>Formålet med undervisningen er, at eleverne udvikler matematiske kompetencer og opnår viden og kunnen således, at de bliver i stand til at begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer vedrørende dagligliv, samfundsliv og naturforhold.</p> <p><b>Stk. 2.</b> Undervisningen tilrettelægges, så eleverne selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at arbejdet med matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.</p> <p><b>Stk. 3.</b> Undervisningen skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab.</p>	<p><b>Eleverne skal i faget matematik udvikle matematiske kompetencer og opnå færdigheder og viden, således at de kan begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer i deres aktuelle og fremtidige daglig-, fritids-, uddannelses-, arbejds- og samfundsliv.</b></p> <p><b>Stk. 2.</b> <b>Elevernes læring skal baseres på, at de selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.</b></p> <p><b>Stk. 3.</b> <b>Faget matematik skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en historisk, kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab.</b></p>



Fagformål	
<b>Fælles Mål 2009</b>	Forenklede Fælles Mål
<p><b>Formålet med undervisningen er, at eleverne udvikler matematiske kompetencer og opnår viden og kunnen således, at de bliver i stand til at begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer vedrørende dagligliv, samfundsliv og naturforhold.</b></p> <p><b>Stk. 2.</b> <b>Undervisningen tilrettelægges, så eleverne selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at arbejdet med matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.</b></p> <p><b>Stk. 3.</b> <b>Undervisningen skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab.</b></p>	<p>Eleverne skal i faget matematik udvikle matematiske kompetencer og opnå færdigheder og viden, således at de kan begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer i deres aktuelle og fremtidige daglig-, fritids-, uddannelses-, arbejds- og samfundsliv.</p> <p><b>Stk. 2.</b> Elevernes læring skal baseres på, at de selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.</p> <p><b>Stk. 3.</b> Faget matematik skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en historisk, kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab.</p>



**Formålet med undervisningen er**, at eleverne udvikler matematiske kompetencer og opnår viden og kunnen således, at de bliver i stand til at begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer vedrørende dagligliv, samfundsliv og naturforhold.

Stk. 2.

**Undervisningen tilrettelægges**, så eleverne selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at arbejdet med matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.

Stk. 3.

**Undervisningen skal medvirke til**, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab.

**Eleverne skal i faget matematik udvikle matematiske kompetencer** og opnå færdigheder og viden, således at de kan begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer i deres aktuelle og fremtidige daglig-, fritids-, uddannelses-, arbejds- og samfundsliv.

Stk. 2.

**Elevernes læring skal baseres på**, at de selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.

Stk. 3.

**Faget matematik skal medvirke til**, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en historisk, kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab.





# En udfordring

---

## Ramme for forenkede Fælles Mål er *Den danske Kvalifikationsramme for Livslang Læring*

- Kompetencer udvikles gennem viden, færdigheder samt holdninger og værdier i et gensidigt og vekselvirkende samspil
  - Viden omfatter faktuel viden, teoretisk og begrebslig viden, procedure- eller principviden og praksisviden
  - Færdigheder omfatter brug af tilegnet viden og knowhow til udførelse af opgaver og opgaveløsning
  - Kompetencer omfatter brug af viden og færdigheder (personligt, socialt og metodisk) reflekteret i en kontekst (samt attitude)

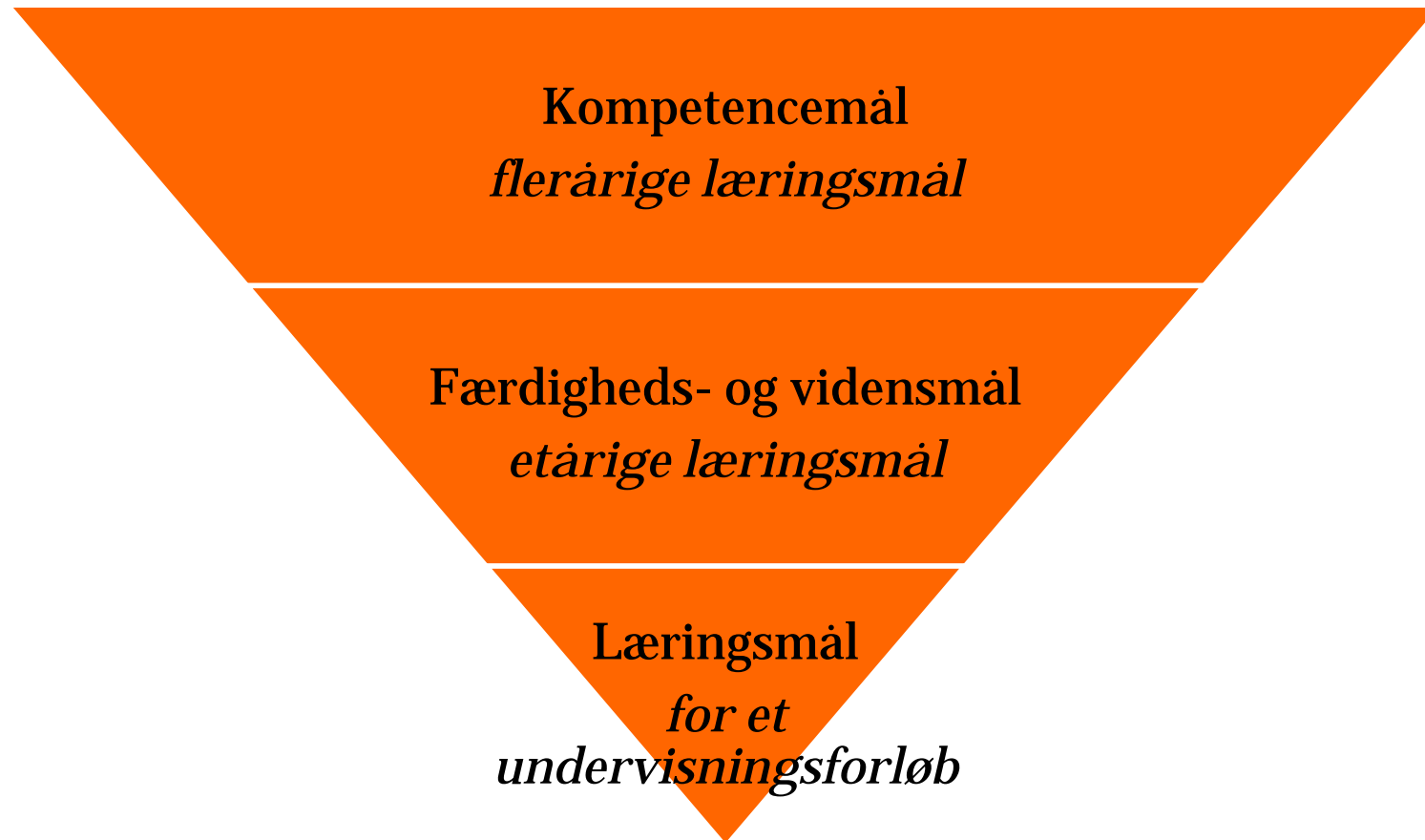
## **Ensartethed på tværs af fagene, uden at fagenes særlige karakter kompromitteres.**

- Bred begrebsramme med fagspecifikke forståelser af begreberne.



# Målobygningen

---





# Kompetencemål

---

Kompetencemål  
*flerårige læringsmål*

Færdigheds- og vidensmål  
*etårige læringsmål*

Læringsmål  
*for et  
undervisningsforløb*





	3. klassetrin	6. klassetrin	9. klassetrin
<b>Matematiske kompetencer</b>	Eleven kan handle hensigtsmæssigt i situationer med matematik	Eleven kan handle med overblik i sammensatte situationer med matematik	Eleven kan handle med dømmekraft i komplekse situationer med matematik
<b>Tal og algebra</b>	Eleven kan udvikle metoder til beregninger med naturlige tal	Eleven kan anvende rationale tal og variable i beskrivelser og beregninger	Eleven kan anvende reelle tal og algebraiske udtryk i matematiske undersøgelser
<b>Geometri og måling</b>	Eleven kan anvende geometriske begreber og måle	Eleven kan anvende geometriske metoder og beregne enkle mål	Eleven kan forklare geometriske sammenhænge og beregne mål
<b>Statistik og sandsynlighed</b>	Eleven kan udføre enkle statistiske undersøgelser og udtrykke intuitive chancestørrelser	Eleven kan udføre egne statistiske undersøgelser og bestemme statistiske sandsynligheder	Eleven kan vurdere statistiske undersøgelser og anvende sandsynlighed



# Planlægningsredskab

	Problembehandling	Modellering	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						





# Færdigheds- og vidensmål

---

Kompetencemål  
*flerårige læringsmål*

Færdigheds- og vidensmål  
*etårige læringsmål*

Læringsmål  
*for et  
undervisningsforløb*



	3. klassetrin	6. klassetrin	9. klassetrin
<b>Matematiske kompetencer</b>	Eleven kan handle hensigtsmæssigt i situationer med matematik	Eleven kan handle med overblik i sammensatte situationer med matematik	Eleven kan handle med dømmekraft i komplekse situationer med matematik
<b>Tal og algebra</b>	Eleven kan udvikle metoder til beregninger med naturlige tal	Eleven kan anvende rationale tal og variable i beskrivelser og beregninger	Eleven kan anvende reelle tal og algebraiske udtryk i matematiske undersøgelser
<b>Geometri og måling</b>	Eleven kan anvende geometriske begreber og måle	Eleven kan anvende geometriske metoder og beregne enkle mål	Eleven kan forklare geometriske sammenhænge og beregne mål
<b>Statistik og sandsynlighed</b>	Eleven kan udføre enkle statistiske undersøgelser og udtrykke intuitive chancestørrelser	Eleven kan udføre egne statistiske undersøgelser og bestemme statistiske sandsynligheder	Eleven kan vurdere statistiske undersøgelser og anvende sandsynlighed

# Færdigheds- og vidensområder

Tal og algebra (3. kl.)		Tal		Regnestrategier		Algebra	
<b>Eleven kan udvikle metoder til beregninger med naturlige tal</b>	1.	Eleven kan anvende naturlige tal til at angive antal og rækkefølge	Eleven har viden om enkle naturlige tal	Eleven kan addere og subtrahere enkle naturlige tal	Eleven har viden om strategier til addition og subtraktion	Eleven kan opdage systemer i figur- og talmønstre	Eleven har viden om enkle figur- og talmønstre
	2.	Eleven kan anvende flercifrede naturlige tal til at angive antal og rækkefølge	Eleven har viden om naturlige tals opbygning i titalssystemet	Eleven kan udvikle metoder til addition og subtraktion med naturlige tal	Eleven har viden om strategier til hovedregning, overslagsregning, regning med skriftlige notater og digitale værktøjer	Eleven kan beskrive systemer i figur- og talmønstre	Eleven har viden om figur og talmønstre
	3.	Eleven kan genkende enkle decimaltal og brøker i hverdags-situationer	Eleven har viden om enkle decimaltal og brøker	Eleven kan udvikle metoder til multiplikation og division med naturlige tal	Eleven har viden om strategier til multiplikation og division	Eleven kan opdage regneregler og enkle sammenhænge mellem størrelser	Eleven har viden om sammenhænge mellem de fire regningsarter



---

# Matematiske kompetencer

- Problembehandling
- Modellering
- Ræsonnement og tankegang
- Repræsentation og symbolbehandling
- Kommunikation
- Hjælpemidler



# Eksempel fra Ræsonnement og tankegang 7.-9. klassetrin

1	Eleven kan skelne mellem hypoteser, definitioner og sætninger	Eleven har viden om hypoteser, definitioner og sætninger
2	Eleven kan skelne mellem enkelttilfælde og generaliseringer	Eleven har viden om forskellen på generaliserede matematiske resultater og resultater, der gælder i enkelttilfælde
3	Eleven kan udvikle og vurdere matematiske ræsonnementer, herunder med inddragelse af digitale værktøjer	Eleven har viden om enkle matematiske beviser





---

# Tal og algebra

## 1. – 6. klasse

- Tal
- Regnestrategier
- Algebra

## 7. -9. klasse

- Tal
- Regnestrategier
- Ligninger
- Formler og algebraiske udtryk
- Funktioner



# Eksempel fra Algebra 4.-6. klassetrin

1	Eleven kan finde løsninger til enkle ligninger med uformelle metoder	Eleven har viden om lighedstegnets betydning og om uformelle metoder til løsning af enkle ligninger
2	Eleven kan anvende enkle algebraiske udtryk til beregninger	Eleven har viden om variables rolle i formler og om brug af variable i digitale værktøjer
3	Eleven kan anvende variable til at beskrive enkle sammenhænge	Eleven har viden om variables rolle i beskrivelse af sammenhænge



---

# Geometri og måling

- Geometriske egenskaber og sammenhænge
- Geometrisk tegning
- Placeringer og flytninger
- Måling



# Eksempel fra Måling

## 7.-9. klassetrin

---

1	Eleven kan omskrive mellem måleenheder	Eleven har viden om sammenhænge i enhedssystemet
2	Eleven kan bestemme mål i figurer ved hjælp af formler og digitale værktøjer	Eleven har viden om formler og digitale værktøjer, der kan anvendes ved bestemmelse af omkreds, areal og rumfang af figurer
3	Eleven kan bestemme afstande med beregning	Eleven har viden om metoder til afstandsbestemmelse



---

# Statistik og sandsynlighed

- Statistik
- Sandsynlighed



# Eksempel fra Statistik

## 7.-9. klassetrin

1	Eleven kan vælge relevante deskriptorer og diagrammer til analyse af datasæt	Eleven har viden om statistiske deskriptorer, diagrammer og digitale værktøjer, der kan behandle store datamængder
2	Eleven kan undersøge sammenhænge i omverdenen med datasæt	Eleven har viden om metoder til undersøgelse af sammenhænge mellem datasæt, herunder metoder med digitale værktøjer
3	Eleven kan kritisk vurdere statistiske undersøgelser og præsentationer af data	Eleven har viden om stikprøveundersøgelser og virkemidler i præsentation af data



---

# Børnehaveklassen!

- Matematisk opmærksomhed
- Lægger op til 1. klasse
- Husk Børnehaveklasselederne i fagteamet



# Matematisk opmærksomhed

## Eleven kan anvende tal og geometrisk sprog i hverdagssituationer

Tal		Antal		Figurer og mønstre		Sprog og tankegang	
Eleven kan læse og ordne etcifrede naturlige tal	Eleven har viden om talsymbolerne og deres ordning	Eleven kan bestemme antal i hverdagssituationer	Eleven har viden om metoder til antalsbestemmelse	Eleven kan gengive og beskrive enkle figurer og mønstre, herunder i digitale medier	Eleven har viden om enkle geometriske figurer og mønstre	Eleven kan anvende enkle forklaringer i forbindelse med placering og størrelse	Eleven har viden om enkle matematiske begreber



---

# Gruppearbejde

- Find et mål i Matematiske kompetencer
- Find et eller flere mål fra et eller flere stofområder, der passer til
- Find et mål i et af de tre stofområder
- Find et eller flere mål indenfor de matematiske kompetencer



# Læringsmål for et undervisningsforløb

Kompetencemål  
*flerårige læringsmål*

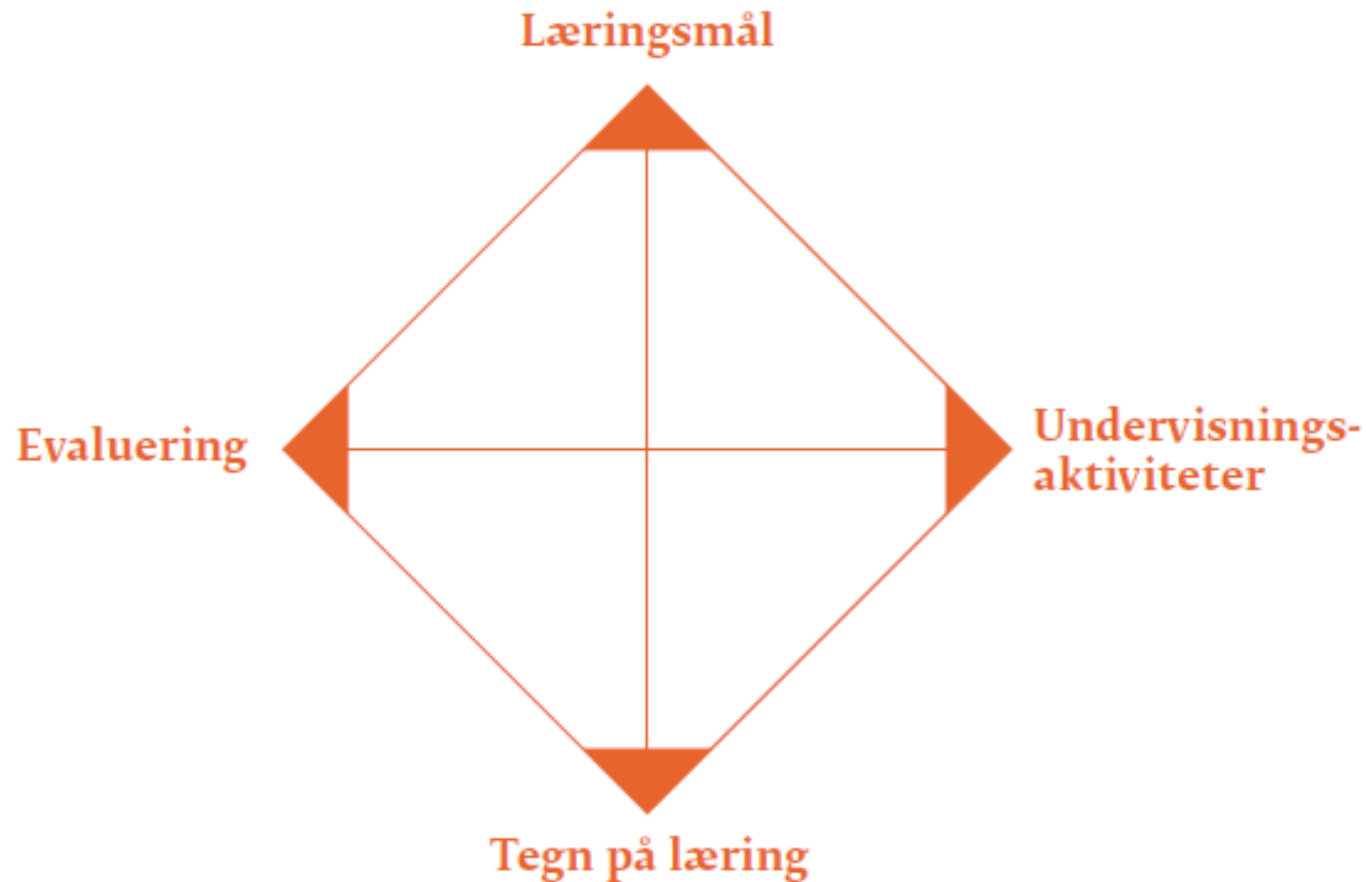
Færdigheds- og vidensmål  
*etårige læringsmål*

Læringsmål  
*for et  
undervisningsforløb*



# Den didaktiske model

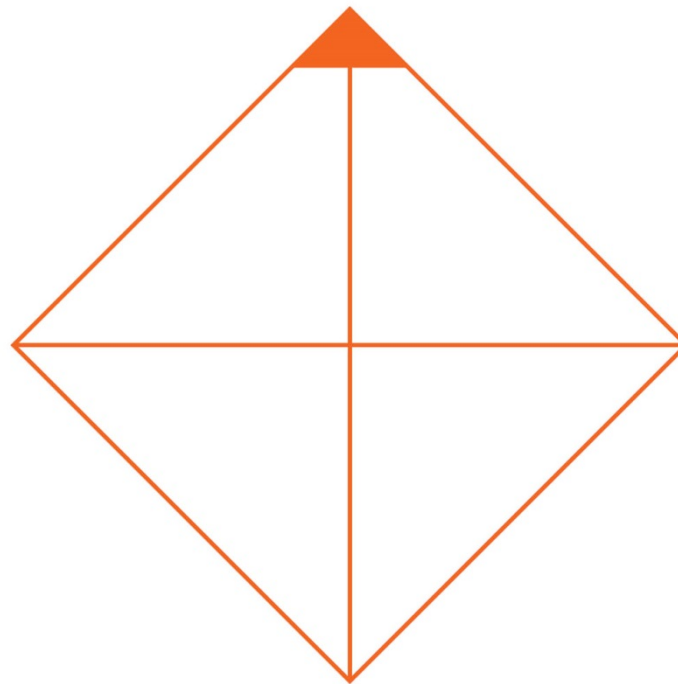
---





# Læringsmål

---





# Målene i brug

	Problembehandling	Modellering	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpe middel
Tal og algebra	Eleven kan skelne mellem enkelttilfælde og generaliseringer Eleven kan udvikle og vurdere matematiske ræsonnementer, herunder med inddragelse af digitale værktøjer					
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						



# Målene skal nedbrydes

---

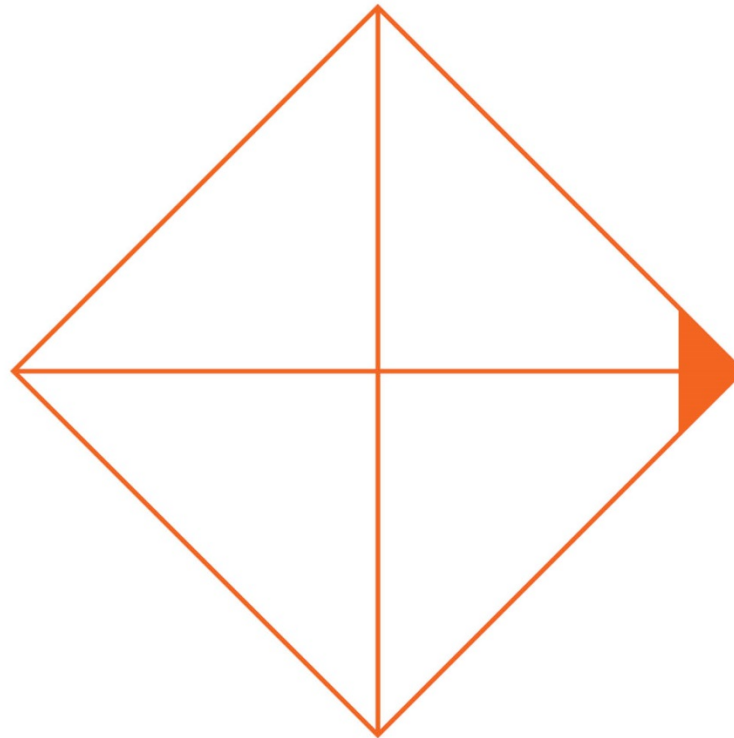
Eksempler på omsatte og synlige læringsmål:

- I kan gennemføre en undersøgelse af, hvordan en trekant kan deles i to lige store dele
- I kan forklare, hvorfor en median deler en trekant i to lige store dele
- I kan forklare, hvorfor en vilkårlig trekant ikke kan inddeles i to lige store dele ved hjælp af vinkelhalveringslinjer og midtnormaler



# Valg af aktivitet

---





# Aktivitet

---

To brødre har sammen arvet en grund (et stykke jord/en mark) fra deres far. Den ene bror vil sælge sin halvdel, mens den anden bror vil bruge sin halvdel til at plante juletræer på. De to brødre har derfor brug for at opdele grunden, der er trekantet, i to lige store stykker. Hvordan kan de gøre det? Læreren medbringer papmodeller af grunden (en til hver elevgruppe).

Opfølgning:

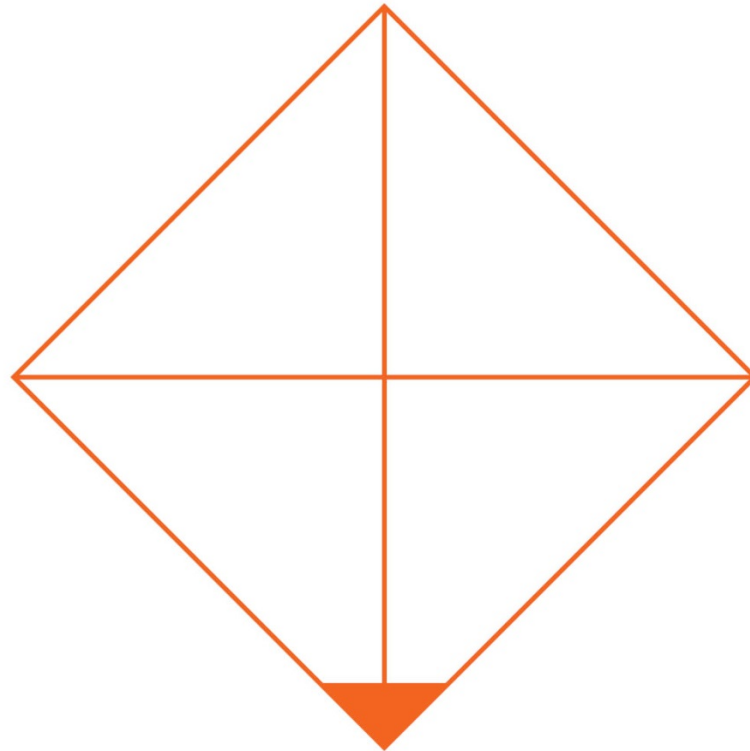
Hvordan kan en tilfældig trekant opdeles i to lige store dele? Hvorfor?





# Tegn på læring

---





# Tegn på tre niveauer

---

Eleven kan gennemføre en undersøgelse af, hvordan en trekant kan deles i to lige store dele

## Niveau 1

- Eleven prøver sig usystematisk frem med retvinklede og spidsvinklede trekanter, som læreren har foreslået.

## Niveau 2

- Eleven konstruerer en trekant i et dynamisk geometriprogram og udnytter programmets funktioner til systematisk at afprøve linjer ved trekanten, foretage arealberegninger og manipulere med trekanten.

## Niveau 3

- Eleven forklarer, hvordan hun har udviklet og afprøvet hypoteser om løsningen af problemstillingen og argumenterer for en eller flere holdbare løsninger

# Gruppearbejde

---

- Opdeling efter indskoling, mellemtrin og overbygning.
- Del jer evt. op i undergrupper.
- Planlæg et undervisningsforløb på 3-4 uger.
- Vælg nogle få færdigheds- og vidensmål fra Matematiske kompetencer og stofområderne.
- Nedbryd målene til læringsmål for forløbet
- Evt.: Aktivitet og tegn på læring



# Læseplan

---

## Hjælpemidler

Hjælpemidler vedrører kendskab til, anvendelse og valg af relevante hjælpemidler i matematik.

I 1. trinforløb skal undervisningen lægge vægt på konkrete materialer. Fra begyndelsen af trinforløbet udbygger eleverne deres kendskab til konkrete hjælpemidler, som kan indgå i matematiske undersøgelser, tegninger og beregninger. Eleverne skal udvikle færdigheder i brugen af hjælpemidlerne og viden om, hvilke hjælpemidler der med fordel kan anvendes i bestemte situationer.

I trinforløbet udvides elevernes kendskab til matematiske hjælpemidler til også at omfatte digitale værktøjer, herunder lommeregner, regneark og et dynamisk geometriprogram. Digitale værktøjer til kommunikation indgår fra starten af trinforløbet.



# Læringsmål

## Tal 4.-6. klasse, fase 1

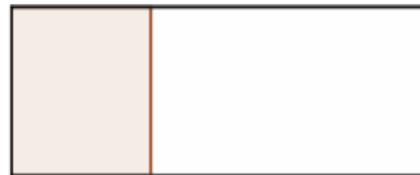
---

- Eleverne kan anvende decimaltal og brøker i hverdagssituationer
- Eleven har viden om brøkbegrebet og decimaltals opbygning i titalssystemet
  
- Eleverne kan sætte decimaltal i rækkefølge efter størrelse
  
- Eleverne kan give eksempler på hverdagssituationer, hvor decimaltal bruges
  
- Eleverne kan beskrive længder med decimaltal
  
- **Eleverne kan lave en tegning, der viser en brøkdæl**
  
- Eleverne kan sætte brøker i rækkefølge efter størrelse
  
- Eleverne kan forklare sammenhængen mellem brøker og division



# Tegn på læring

- Læringsmålet ” Eleverne kan lave en tegning, der viser en brøkdel”.
- ”Herunder er et farvet kvadrat. Tegn en figur uden om kvadratet og beskriv hvor stor en brøkdel, kvadratet udgør af figuren, du har tegnet.
- Kan du finde forskellige løsninger, hvor kvadratet udgør samme brøkdel?
- Kan du finde løsninger, hvor kvadratet udgør forskellige brøkdele?
- Tegn på stigende grader af målopfyldelse:
- Eleven fremstiller få løsninger med enkle stambrøker, fx  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  og  $\frac{1}{4}$ .
- Eleven fremstiller forskellige løsninger for enhver stambrøk.
- Eleven fremstiller forskellige løsninger for vilkårlige brøker.





# Udfordringsopgaver

---

- Hvilket tal er størst:
    - $3/7$  eller  $3/8$
    - $7/9$  eller  $2/3$
    - $11/13$  eller  $7/10$
  
  - Du skal finde en brøk som er
    - større end  $1/3$  men mindre end  $1/2$
    - større end  $2/3$ men mindre end  $3/4$
  
  - Hvilken brøk ligger lige midt imellem disse to tal på tallinjen:
    - $1/4$  og  $1/2$
    - $1/3$  og  $2/3$
    - $1/3$  og  $1/4$
  
  - Brug eventuelt lommeregner eller it-værktøj
-

---

# Opmærksomhedspunkter

- Der indføres opmærksomhedspunkter inden for udvalgte kerneområder i dansk og matematik i forenklede Fælles Mål.
- Opmærksomhedspunkter er en beskrivelse af det forventede beherskelsesniveau af den grundlæggende viden og færdigheder (udvalgte mål), som er en forudsætning for, at eleven kan få tilstrækkeligt udbytte af de efterfølgende klassesetninger.



# Opmærksomhedspunkter

Kompetenceområde/ Færdigheds- og vidensområde	Klassetrin	Opmærksomhedspunkter
Tal og algebra/ Tal	Efter 3. klasse	Eleverne kan anvende trecifrede tal til at beskrive antal og rækkefølge
Tal og algebra/Regnestrategier	Efter 3. klasse	Eleven kan addere og subtrahere enkle naturlige tal med hovedregning og lommeregner
Geometri og måling/Måling	Efter 3. klasse	Eleven kan anslå og måle længde, tid og vægt i enkle hverdagsammenhænge
Tal og algebra/Regnestrategier	Efter 6. klasse	Eleven kan vælge hensigtsmæssig regningsart til løsning af enkle hverdagsproblemer og opstille et simpelt regneudtryk  Eleven kan gennemføre regneprocesser inden for alle fire regningsarter med inddragelse af overslag og lommeregner
Matematiske kompetencer/ Kommunikation	Efter 6. klasse	Eleven kan uddrage relevante oplysninger i enkle matematikholdige tekster
Tal og algebra/ Tal	Efter 9. klasse	Eleven kan gennemføre simple procentberegninger med overslag og lommeregner
Tal og algebra/Formler og algebraiske udtryk	Efter 9. klasse	Eleven kan sætte tal i stedet for variable i en simpel formel

# Tværgående emner

---

## It og medier

- Eleven kan beskrive og fremstille figurer og mønstre med spejlingssymmetri
- Eleven har viden om metoder til at fremstille figurer og mønstre med spejlingssymmetri, herunder digitale værktøjer

## Sproglig udvikling

- Eleven kan læse og skrive enkle tekster med og om matematik
- Eleven har viden om formål og struktur i tekster med og om matematik
- Eleven kan mundtligt og skriftligt kommunikere varieret med og om matematik
- Eleven har viden om mundtlige og skriftlige kommunikationsformer med og om matematik, herunder med digitale medier

## Innovation og entreprenørskab

- Eleven kan afgrænse problemstillinger fra omverdenen i forbindelse med opstilling af en matematisk model
- Eleven har viden om strukturering og afgrænsning af problemstillinger fra omverdenen