

Læsning og skrivning i matematik

Hvordan og hvorfor?

Læsning og skrivning i matematik

- Lidt historik
- Det matematiske sprog
- Multimodale sider
- Er der redskaber, som kan hjælpe?
- Hvilke udfordringer har eleverne i teksterne i dag? – aktivitet
- Skrivning i matematik
- Gode ideer til undervisningen

Lidt historik

Mellemskoleeksamen i Juni 1938. Regning.

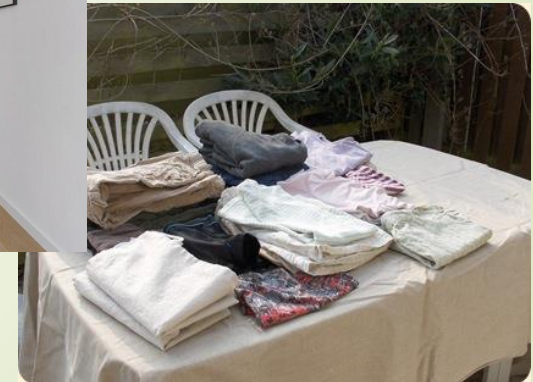
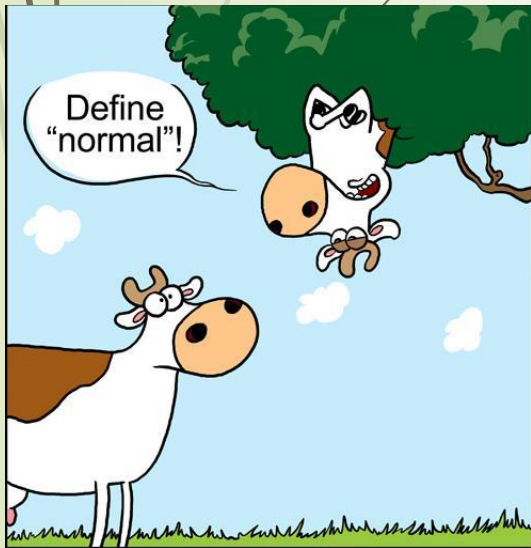
945. En Bygmester har faaet overdraget et Arbejde og skal i alt have 9200 Kr. for det. Arbejdet kan udføres af 12 Svende i 35 Dage med en daglig Arbejdstid af 8 Timer. Bygmesteren lader 12 Svende begynde paa Arbejdet, men sætter efter 10 Dages Forløb yderligere 3 Svende i Arbejde. — Hvor mange Dage varer nu hele Arbejdet, naar den daglige Arbejdstid hele Tiden er 8 Timer? — Hvor meget maa Bygmesteren i alt betale i Svendeløn, naar hver Svend faar 1,42 Kr i Timen? — Bygmesteren betaler andre Udgifter med i alt 3593,50 Kr. — Hvor meget tjener Bygmesteren selv, og hvor mange pCt (2 Dec.) udgør denne Fortjeneste af de 9200 Kr? — Hvor stor skulde Timelønnen have været, hvis Bygmesterens Fortjeneste skulde have været 15 pCt af de 9200 Kr, og de andre Udgifter havde været 26,50 Kr større?

Sproget



➤ Problemer:

- Selvom eleverne læser teksten flere gange, forstår de stadig ikke, hvad de skal
- Hverdagsbegreber med faglig betydning
- Homonymer (normal, forhold, funktion, potens, gange, lægge sammen osv.)



Forforståelse

TAL OG STØRRELSER



AT GANGE

Der er dobbelt så mange piger.



Han har 10 gange så meget i
venstre hånd.



Hvor mange sodavand er der i alt?



Hvor mange stole er der?

Oplæg og opgaver - multimodalitet

Nødhjælpen

Jakob arbejder på et lager. Lageret hedder "Nødhjælpen". Herfra sendes pakker med tøj, medicin og mad ud til folk, som har brug for hjælp. I dag skal der sendes nødhjælp til en række landsbyer, hvor der har været oversvømmelse.

Først skal Jakob pakke dåser med mad. Dåserne er samlet i tre forskellige rammer med plastik omkring. Der er en rød, en gul og en blå ramme.

OPGAVE 1

- Hvor mange dåser er der i den blå ramme? Den røde ramme? Den gule ramme?
- Hvor mange dåser er der i 2 blå rammer? I 2 røde rammer? I 2 gule rammer?

Medarbejderne i "Nødhjælpen" har tænkt sig at fremstille en ny type rammer til spaghetti-dåser. Der skal være plads til 36 dåser.

OPGAVE 2

- Hvordan kan rammerne se ud, når der kun må være et lag?
- Tegn forskellige slags rammer.

Jakob vælger at fremstille rammer med et lag på 6×6 dåser. Rammerne bliver grønne, så man kan skelne dem fra de andre.

OPGAVE 3

- Hvor mange dåser er der i 2 rammer? 4 rammer? 10 rammer? 100 rammer? 1000 rammer?
- Hvor mange grønne rammer skal der bruges til 72 dåser? 144 dåser? 288 dåser? 720 dåser?

Funktionel læsning



Birgers Burgerbar

Birger åbner hver sommer sin Burgerbar. Sommergæsterne plejer at dukke op omkring påske, så weekenden før gør han det hele klar. I år har han bestemt sig for at have tre billige menuer som trækplaster.

berettende tekst

Den første dag er der allerede mange mennesker, så det skal gå lidt stærkt med at betjene og regne priser ud. En kunde siger: "Tre gange Lille menu og to gange Mega menu"

OPGAVE 1

- Hvor meget skal kunden betale?
- Beskriv, hvordan du regnede det ud. Begrund, hvorfor regnestykket kan skrives $3 \cdot 37 + 2 \cdot 58$.
- Giv et overslag på den samlede pris og beskriv, hvordan du gjorde.

spørgsmål

instruerende tekst
(b og c)



OPGAVE 2

- Hvad betyder $1 \cdot 37 + 3 \cdot 46 + 2 \cdot 58$? Beregn resultatet.
- Hvordan vil du regne det ud på lommeregner?
- Hvilke af disse regneudtryk passer til opgave a?
 $2 \cdot (37 + 4) \cdot (46 + 3) \cdot 58$ $(2 \cdot 37) + (4 \cdot 46) + (3 \cdot 58)$
- Begrund hvorfor.

a, b og c:
spørgsmål

d: instruerende
tekst

OPGAVE 3

- Køb så meget du kan for 150 kr. i Birgers Burgerbar. Giv mindst tre eksempler og beregn, hvad der bliver tilbage af de 150 kr.
- Hvor tæt kan du komme på at bruge alle 150 kr.?

instruerende tekst

spørgsmål

OPGAVE 4

- En gruppe bestiller alle det samme. Hvad kan de have købt, hvis der på regningen står 296 kr.? 460 kr.? 598 kr.?
- Hvor meget skal en anden gruppe betale, hvis de bestiller 7 Stor menu, 15 Lille menu og 10 Mega menu?

informerende
tekst efterfulgt af
spørgsmål

spørgsmål

Birger har lavet en særlig ordning, så Mega menuen findes som børnemenu til halv pris.

informerende
tekst

OPGAVE 5

- Hvor mange børnemenuer svarer til 12 Mega menuer?
- Hvor meget koster 7 børnemenuer i alt?
- Hvor meget får man tilbage på 250 kr.?

spørgsmål

Forslag til hvordan opgaver kan angribes:

1. "What is the problem to be solved?"
2. What relevant information is provided in the text?
3. Which mathematical concepts are indicated or signalled in the information?
4. What are the mathematical principles needed for solving the given problem?
5. What procedures do I follow to use those principles in solving the problem?
6. As a result of these procedures, what is the solution?
7. How can I justify the solution? (Does the solution make sense?)"

(Jingzhi Huang og Bruce Normandia, 2008, s. 66-67)

Punkterne 1 og 2 handler om at læse og forstå sproget i tekstopgaven. Punkterne 3 - 6 er afhængige af elevernes viden om matematik. Det sidste punkt (7) kræver at eleverne kan kombinere informationen fra problemet med deres matematiske skema/viden, som er blevet aktiveret.

Fremgangsmåde

► Spørgsmål 1: Hvilket problem skal løses?

Birger åbner hver sommer sin Burgerbar. Sommergæsterne plejer at dukke op omkring påske, så weekenden før gør han det hele klar. I år har han bestemt sig for at have tre billige menuer som trækplaster.

Den første dag er der allerede mange mennesker, så det skal gå lidt stærkt med at betjene og regne priser ud.

En kunde siger: "Tre gange Lille menu og to gange Mega menu"

OPGAVE 1

- Hvor meget skal kunden betale?
- Beskriv, hvordan du regnede det ud. Begrund, hvorfor regnestykket kan skrives $3 \cdot 37 + 2 \cdot 58$.
- Giv et overslag på den samlede pris og beskriv, hvordan du gjorde.

OPGAVE 4

- En gruppe bestiller alle det samme. Hvad kan de have købt, hvis der på regningen står 296 kr.? 460 kr.? 598 kr.?
- Hvor meget skal en anden gruppe betale, hvis de bestiller 7 Stor menu, 15 Lille menu og 10 Mega menu?



Særlige opmærksomhedspunkter

- Opgave 4.a ovenfor stiller eleverne overfor opgaven:
- *En gruppe bestiller alle det samme. Hvad kan de have købt, hvis der på regningen står 296 kr.? 460 kr.? 598 kr.?*
- Eleverne skal her være opmærksomme på, at alt foranstående gælder alle tre beløb - hver for sig! Der er ingen konjunktioner, der indikerer, at de tre beløb skal ses adskilt. De er udelukkende adskilt med spørgsmålstegn.

Spørgsmål 2: Hvilken relevant information er givet i teksten?

Udtryk (Hel- eller ledsætninger)	Information givet
1. Lille menu 37 kr.	Deltagere: Lille menu 37 kr.
2. Stor menu 46 kr.	Deltagere: Stor menu 46 kr.
3. MEGA menu 58 kr.	Deltagere: MEGA menu 58 kr.
4. Birger åbner hver sommer sin burgerbar	Deltagere: Birger processer: åbner omstændigheder: hver sommer deltagere: burgerbar
5. Sommergæsterne plejer at dukke op omkring påske	Deltagere: sommergæsterne processer: plejer at dukke op omstændigheder: omkring påske
6. så weekenden før gør han det hele klar	omstændigheder: weekenden før processer: gør klar deltagere: han deltagere: det hele (burgerbaren, boller, bøffer, pølser m.m.)

7. I år har han bestemt sig for at have tre billige menuer som trækplaster	omstændigheder: i år processer: har bestemt sig deltagere: tre billige menuer deltagere: trækplaster
8. Den første dag er der allerede mange mennesker	omstændigheder: den første dag processer: er omstændigheder: allerede deltagere: mange mennesker
9. så det skal gå lidt stærkt med at betjene og regne priser ud	deltagere: det processer: skal gå omstændigheder: lidt stærkt processer: at betjene og regne ud deltagere: priser
10. En kunde siger:	deltagere: En kunde processer: siger
11. "Tre gange Lille menu og to gange Mega menu"	deltagere: tre gange Lille menu og to gange Mega menu
12. Hvor meget skal kunden betale?	omstændigheder: hvor meget deltagere: kunden processer: skal betale
13. Beskriv, hvordan du regnede det ud	processer: beskriv deltagere: du processer: regnede ud deltagere: det (udregningen fra 12)
14. Begrund, hvorfor regnestykket kan skrives $3 \cdot 37 + 2 \cdot 58$	processer: begrund deltagere: regnestykket processer: kan skrives deltagere: $3 \cdot 37 + 2 \cdot 58$
15. Giv et overslag på den samlede pris og beskriv, hvordan du gjorde	processer: giv deltagere: et overslag deltagere: den samlede pris processer: beskriv deltager: du processer: gjorde

Spørgsmål 3: Hvilke matematiske begreber er angivet eller signaleret i informationen?

informationer fra teksten	matematiske begreber involveret
Deltagere: Lille menu 37 kr.	pris på en Lille menu (37 kr.)
Deltagere: Stor menu 46 kr.	pris på en Stor menu (46 kr.)
Deltagere: MEGA menu 58 kr.	pris på en MEGA menu (58 kr.)
deltagere: tre gange Lille Menu og to gange Mega Menu	tre gange Lille Menu ($3 \cdot 37$ kr.) to gange Mega Menu ($2 \cdot 58$ kr.)
omstændigheder: hvor meget deltager: kunden processer: skal betale	Pris i alt på maden ($3 \cdot 37$ kr. + $2 \cdot 58$ kr.)
processer: beskriv deltager: du processer: regnede ud deltager: det (udregningen fra 12)	beskrivelse af udregning
processer: begrund deltager: regnestykket processer: kan skrives deltager: $3 \cdot 37 + 2 \cdot 58$	begrundelse for måden at skrive stykket på
processer: giv deltager: et overslag deltager: den samlede pris processer: beskriv deltager: du processer: gjorde	cirka-beløb for betalingen (overslagsregning)

Udfordringer

Det kan være nødvendigt at 'oversætte' ordvalget fra tekstinformationen til matematiske begreber. Når et matematisk begreb er præsenteret som et substantiv eller substantivgruppe er oversættelsen ligetil som i dette eksempel:

Tekst	matematisk begreb
Lille menu 37 kr.	pris for en enkelt Lille menu
Stor menu 46 kr.	pris for en enkelt Stor menu
MEGA menu 58 kr.	pris for en enkelt MEGA menu

Andre gange kræver 'oversættelsen' transformation af processer til substantivgrupper:

"Det firma han handler hos, leverer de ristede løg i 500 g poser. Sesambollerne er i poser med 10 stk. i hver. En pose løg koster 3 kr. og en pose sesamboller koster 5 kr."

Tekst	begreb
leverer de ristede løg i 500 g poser	antal g løg i hver pose

- Den mest udfordrende 'oversættelse' involverer det at forvandle lingvistiske stikord som 'hvor mange' til det matematiske begreb variable:

Tekst	begreb
Hvor mange børnemenuer (svarer til 12 Mega menuer)?	variabel

Spørgsmål 4: hvilke matematiske principper er nødvendige for at kunne anvende begreberne i besvarelsen af spørgsmålet?

Identificerede matematiske begreber	matematiske principper, der skal anvendes
	1. princip: de matematiske begreber skal oversættes til matematiske symboler og ligninger
Variabel	Ukendte variable er repræsenteret af bogstaver eller andre symboler. Denne variabel = x Lad x = antallet af børnemenuer
Hvor mange Mega menuer i alt	$x = 12$ Mega menuer = $12 \cdot 58$ kr.
Pris for Mega menu	58 kr.
Pris for børne menu	29 kr. ($= \frac{1}{2} \cdot 58$)
Hvor mange børnemenuer?	$29 \cdot x = 12 \cdot 58$

Spørgsmål 5: Hvilke procedurer skal jeg følge med henblik på at anvende disse principper til løsning af problemet?

Ligning	procedure for løsning af ligning
$29 \cdot x = 12 \cdot 58$	ved at se på tallene, kan ligningen løses ved inspektion: 29 er halvdelen af 58, derfor skal 29 multipliceres med det dobbelte af 12, hvilket er 24

Spørgsmål 6: Som et resultat af denne procedure, hvad er så løsningen?

- Svaret på spørgsmål 6 er slutproduktet af de matematiske operationer, der er anvendt i besvarelsen af spørgsmål 5. Når løsningen skal skrives, er det vigtigt at se på, hvordan spørgsmålet oprindeligt lød:
- *Hvor mange børnemenuer svarer til 12 Mega Menuer?*
- Ved at se på spørgsmål 4 har vi besluttet, at
- Lad x = antallet af børnemenuer
- Som følge af værdien af x fundet i spørgsmål 5 er løsningen:
- 24 børnemenuer svarer til 12 Mega menuer

Spørgsmål 7: Hvordan kan jeg afgøre om løsningen er korrekt? (Kan det passe?)

- For at evaluere og verificere løsningen skal eleverne have tillid til både den valgte metode og de udregninger, som de har foretaget undervejs. Dette i sammenhæng med både tekstopgaven og anvendelsen af ligningsløsning.

Løsning/valg	verificering/tjek
x = 24	$24 \cdot 29 = 12 \cdot 58$ $696 = 696$ Dette viser, at løsningen er korrekt

Hvad kræver det at kunne 'oversætte' en tekstopgave til matematisk sprog?

- Det at løse en tekstopgave algebraisk kræver at eleverne forstår opgavens sprog og derefter mobiliserer den relevante matematik.
- Når eleverne forstår opgavens sprog bliver de i stand til at tage beslutninger om hvilket matematisk skema, der skal i spil og hvilken matematisk viden, de skal anvende.

Hvordan greb 6. klasse 'Birgers Burgerbar' an?

- To af ordene indenfor det matematiske skema, som de tre drenge var i tvivl om, var **overslag** og **beregn**.
- Andre ord, som drengene var i tvivl om var af hverdagsagtig karakter:
- *'det er mærkeligt, at der er en person, der skal have tre gange Lille menu og to gange Mega menu - han må godt nok være sulten!'*
- Trækplaster - *'er det et plaster man trækker på?'*
- Drengene ser først på billedet og konstaterer:
- *'Det ser lidt dyrt ud'*
'- kigger du på priserne? '
'ja, nu gør jeg'

Mandag	Tirsdag	Onsdag	Torsdag	Fredag	Lørdag	Søndag
4930 kr.	2450 kr.	6347 kr.	5296 kr.	6389 kr.	12 349 kr.	10 423 kr.

Birger plejer at regne ud, hvor meget salget har ændret sig dag til dag.

Hans lommeregner er gået i stykker, så han regner ud på papir. Han skriver:

Fra mandag til tirsdag - 2480 kr.

OPGAVE 6

- Vis, hvordan han kan have regnet sig til, at ændringen er på 2480 kr.
- Hvorfor skriver han minus foran 2480 kr.?
- Find forskellen i salget fra tirsdag til onsdag. Vil du sætte minus eller plus foran tallet? Hvorfor?
- Beregn forskellen i omsætningen fra dag til dag.

En foreslår, at man skal 'plusse' alle tallene

Da jeg pointerer at der står 'fra dag til dag' formulerer pigerne, at det er forskellen mellem alle dagene i hele ugen.

Sammenfatning

- hvorfor SFL som redskab?

- Metoden anses som et værktøj, der kan anvendes i flere fag, da den tager højde for individuelle faglige forhold. Det vil også være en fordel for eleverne, at der i flere fag arbejdes ud fra samme tilgang til læsning, da der derved vil genereres et fælles sprog om læsning og skrivning af fagtekster.
- Det matematiske sprog kan med lærerens hjælp afkodes og blive en del af elevernes ordforråd, hvis redskaberne i SFL anvendes til at bearbejde de matematiske tekster.
- Eleverne bør efter undervisning i og arbejdet med metoden være i stand til selvstændigt at kategorisere ord og sammenhænge, og på den baggrund forstå såvel det sproglige som det matematiske indhold af tekstopgaven.

Skrivning i matematik

- David Pugalee

► Comparison of Writing and Problem-solving Processes

Writing Phases	Problem Solving Phases	Behaviors
Planning	Orientation	Reading/rereading, Analysis of Information and conditions, Assessment of difficulty
Composing	Organization	Identification of Goals/Subgoals, Making/Implementing Global Plans, Data Organization
Revising	Execution	Performing Local Goals, Monitoring Goals, Redirecting
	Verification	Evaluating Decisions, Checking for Accuracy

- ▶ På de første klassetrin: tale og lytte -> solid basis for mere formaliseret kommunikations opgaver, der inkluderer tale og læsning. Elever på disse tidlige trin kan opfordres til at anvende passende ord i forbindelse med at de deler matematisk forståelse i klassen, såvel som at begynde at associere deres tegninger og illustrationer med matematiske ideer og tanker. Disse associationer bliver vigtige som elever begynder at tage fat på den matematiske skrivning og andre former for kommunikation som ofte indarbejder illustrationer, tegninger, konstruktioner, diagrammer, grafer, tabeller og andre grafiske fremstillinger på en meningsfuld måde.
- ▶ Elever på 3. – 5. klasse udvikler fleksibilitet i anvendelse af sprog, særligt evnen til at anvende skriftlige kommunikation. Disse elever kan skrive om matematiske løsninger, sammenhænge, spørgsmål og ideer.
- ▶ Opgaver med meget tekst
- ▶ At skrive matematik kræver at elever tænker grundigt over den matematik, de støder på. Skriftlige opgaver kan tænkes som en bevægelse fra simple mekaniske svar til udvidede svar, som kræver tænkning af en højere orden.

Positive sider ved skrivning:

- Eleverne er engageret i aktiv læring
- Eleverne opnår ejerskab til det de er i gang med, ved at de selv må udtrykke sig om det sprogligt
- Eleverne får mulighed for at skrive til flere modtagere, både læreren og kammeraterne
- Eleverne kan reflektere over det de kan eller er i gang med at lære
- Eleverne opdager, hvad de ikke kan eller har problemer med at forstå
- Aktiviteterne kan foregå individuelt, i små grupper eller i hel klasse
- Skrivning kan give grundlag for formativ og summativ evaluering
- Skrivning giver muligheder for dialog og diskussion

Ideer til undervisningen

- Tid til undersøgelse af tekst og billeder
 - Læsning af multimodale tekster
- Samtale på baggrund af pararbejde
- Gode eksempler på www.skoleipraksis.no
 - Eksempel: [ukas nøt](#)
- Læs sammen med eleverne
- Lad eleverne formulere deres opfattelse af begreberne



Tak for i dag!

Husk:
Matematiske
tekster er
langsomme
tekster!

Så:
Giv jer god tid
til læsning i
matematik!