

Folkeskolens afgangsprøve

Maj 2014

Odense Congresscenter den 25. november

Bjørn Felsager og Mette Vedelsby

T³-Danmark



Kernen i TI-Nspire CAS:

Programmet understøtter de grundlæggende **matematiske repræsentationer**:

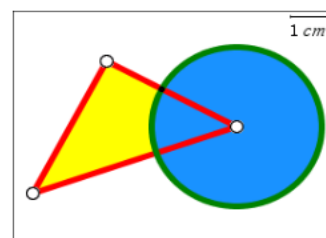
De gamle repræsentationer (flere tusinde år gamle – kileskrifter mm.):

Prisen for hvede stiger, når det regner meget. Hvis regnmængden øges til det dobbelte, stiger prisen til det tredobbelte.

$$2 + 3 \cdot 4 = 14$$

$$20 - \frac{12}{3} = 16$$

| | A højde | B pris |
|---|---------|--------|
| = | | |
| 1 | 25 | 100 |
| 2 | 50 | 200 |
| 3 | 75 | 300 |
| 4 | 100 | 400 |



Tekst

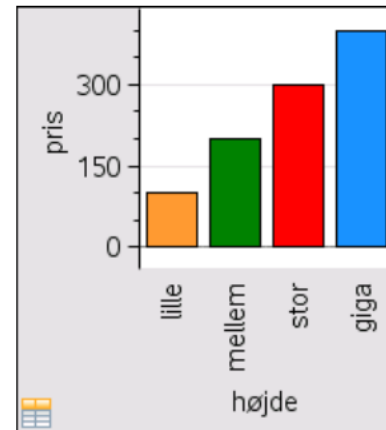
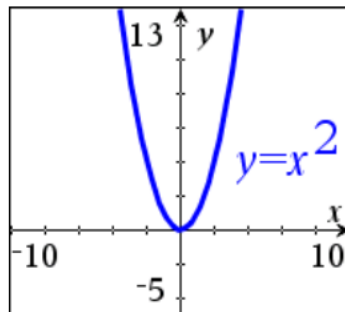
Tal

Tabel

Geometrisk figur

De unge repræsentationer (flere hundrede år gamle: Newton – Florence Nigthingale):

`solve(x2=4,x)`
▶ $x=-2$ or
 $x=2$



Formel

Graf

Statistisk diagram

CAS-programmer forventes at understøtte en **eksperimenterende undervisning i matematik**:

Især to aspekter er vigtige: CAS-programmer er

dynamiske (fx via skydere) og

interaktive, dvs. de enkelte dele af programmet er forbundne, så ændringer i én del af programmet afspejles i de andre dele.

Vi vil i dette oplæg fokusere på at vise metoder til at løse Kalenderproblemet (opgave 4 i opgavesætte fra Maj 2014) ved brug af TI-Nspire CAS. Vi vil til løsningen af opgaven bruge alle repræsentationerne.

Jeg vil lige gøre opmærksom på at man bruger begrebet *CAS programmer* på to måder:

NB! Generel CAS = {
Symbolhåndtering (traditionel CAS)
Dynamisk Graftegning
Dynamisk Regneark
Dynamisk Geometri
Dynamisk Statistik

TI-Nspire CAS er et eksempel på et generelt CAS-program:

Det rummer 6 matematikværksteder forbundet via et lager over variabeltildelinger, der sikrer at de enkelte værktøjer er forbundne med hinanden (interaktiviteten).

De seks matematik-værksteder i TI-Nspire CAS :



De seks værktøjer er tæt forbundne med de matematiske repræsentationer. Tre af dem er regne-værksteder, tre af dem er tegne-værksteder og et af dem er også et skrive-værksted:

Beregninger er et regne-værksted

Grafer er et tegne-værksted

Geometri er et tegne-værksted

Lister og regneark er et regne-værksted

Diagrammer og statistik er et tegne-værksted

Noter er et skrive og regne-værksted

Oplæg til CAS-konferencen

0. Først lidt om matematiske repræsentationer: Tekst, tabel, graf og ligning, der håndteres i værksteder i TI-Nspire CAS. Vi sætter nu alle repræsentationerne i spil!

1. Selve opgaven (starten)

4

9. A sælger kalendere

9. A vil tjene flere penge til en hyttetur ved at sælge kalendere for et firma.

Klassen kan vælge mellem to muligheder:



Foto: Opgavekommissionen i matematik

Mulighed 1:

9. A kan sælge hver kalender for 40 kr. De beholder 15 kr. for hver kalender, de sælger, og skal give 25 kr. til firmaet.

9. A skal levere de kalendere, de ikke sælger, tilbage til firmaet.

Mulighed 2:

9. A kan sælge hver kalender for 40 kr. De beholder 20 kr. for hver kalender, de sælger, og skal give 20 kr. til firmaet.

9. A skal også give 20 kr. til firmaet for hver kalender, de ikke sælger.

9. A overvejer at bestille 600 kalendere hos firmaet. De vil finde ud af, om det bedst kan betale sig for dem at vælge mulighed 1 eller 2.

Opgaven kan kopieres ind i et **Note**-vindue. Man kan enten kopiere den ind som billede eller som tekst som vist på næste side.

2. Der er også et bilag! Her fra Excel:

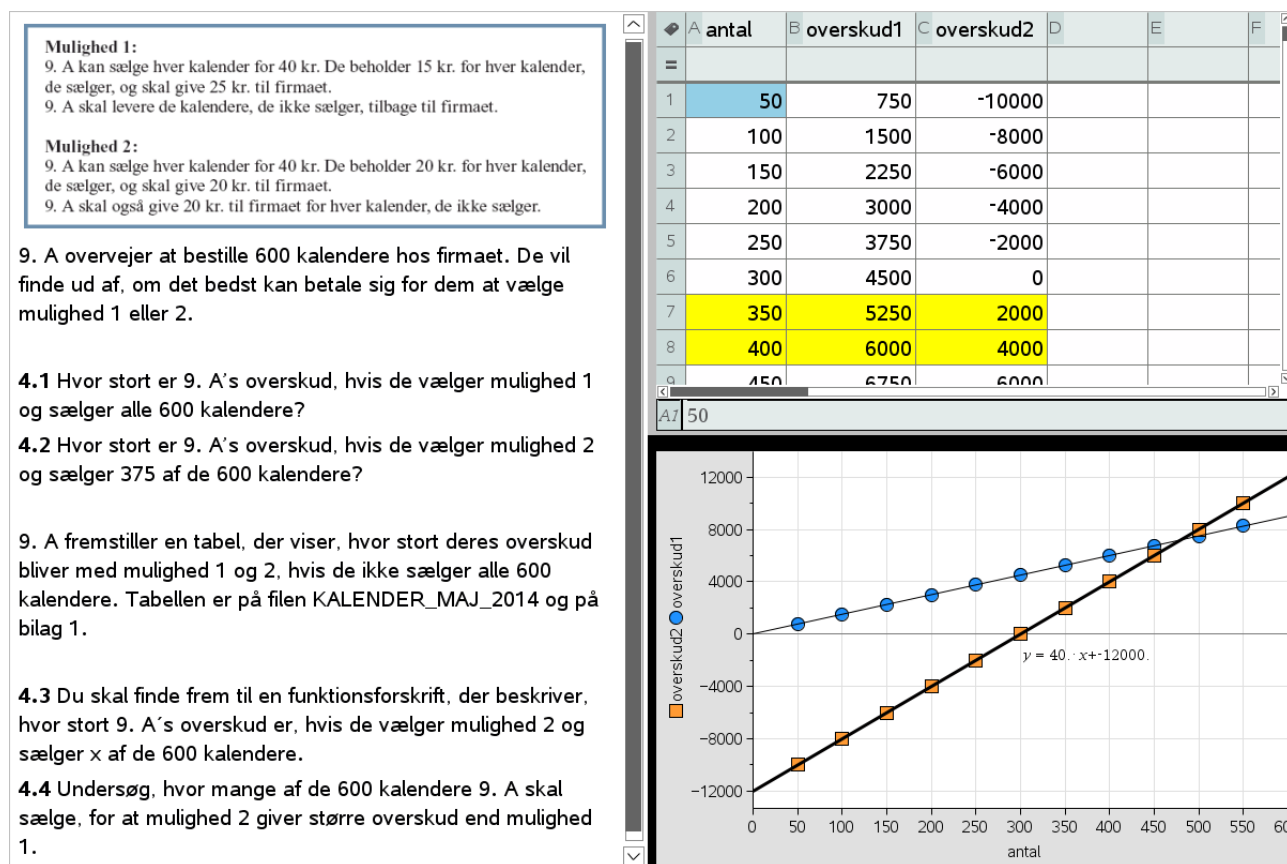
| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|----|--|--------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------|---|---|---|---|
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | Elevens nr.: | | Klasse/hold: | Elevens underskrift: | | | | |
| 5 | | | | | | | | |
| 6 | Skolens navn: | | | Tilsynsførendes underskrift: | | | | |
| 7 | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | |
| 9 | 9. A's overskud med 600 kalendere | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |
| 11 | Antal solgte kalendere | Overskud med mulighed 1 (kr.) | Overskud med mulighed 2 (kr.) | | | | | |
| 12 | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | | |
| 14 | 50 | 750 | -10000 | | | | | |
| 15 | 100 | 1500 | -8000 | | | | | |
| 16 | 150 | 2250 | -6000 | | | | | |
| 17 | 200 | 3000 | -4000 | | | | | |
| 18 | 250 | 3750 | -2000 | | | | | |
| 19 | 300 | 4500 | 0 | | | | | |
| 20 | 350 | 5250 | 2000 | | | | | |
| 21 | 400 | 6000 | 4000 | | | | | |
| 22 | 450 | 6750 | 6000 | | | | | |
| 23 | 500 | 7500 | 8000 | | | | | |
| 24 | 550 | 8250 | 10000 | | | | | |

Tabellen kan kopieres ind i et **Lister og Regneark**-værksted.

3. Vi har nu det første overblik over opgaven med to repræsentationer: En tekstrepræsentation, der skal oversættes, fx til ligninger, og en tabelrepræsentation. Tabelrepræsentationen rummer faktisk oplysninger nok til at besvare alle spørgsmålene, om end tabellen er konstrueret så omhyggeligt at svarene ikke fremgår direkte 😊 Tabellen viser faktisk også at der er tale om lineære modeller, i det både den uafhængige variabel **antal** og de afhængige variable **overskud1** og **overskud2** vokser jævnt.

Eksempel: Spm 2: Hvor stort er overskuddet efter aftale 2, hvis de sælger 375 kalendere?

Svar: 375 kalendere ligger midt mellem 350 og 400 kalendere, så overskuddet må også ligge midt mellem 2000 og 4000 kr., dvs. **overskuddet er 3000 kr.**



4. Vi åbner nu for en ny repræsentation på den første side, idet vi tilføjer et **diagram**-vindue. Der tilføjes en x-variabel (**antal**), en y-variabel (**overskud 1**) samt ved højreklik endnu en y-variabel (**overskud 2**). Akserne tilpasses lidt. Der er tydeligvis tale om to lineære modeller (hvilket vi også kunne se ud fra tabellen!)

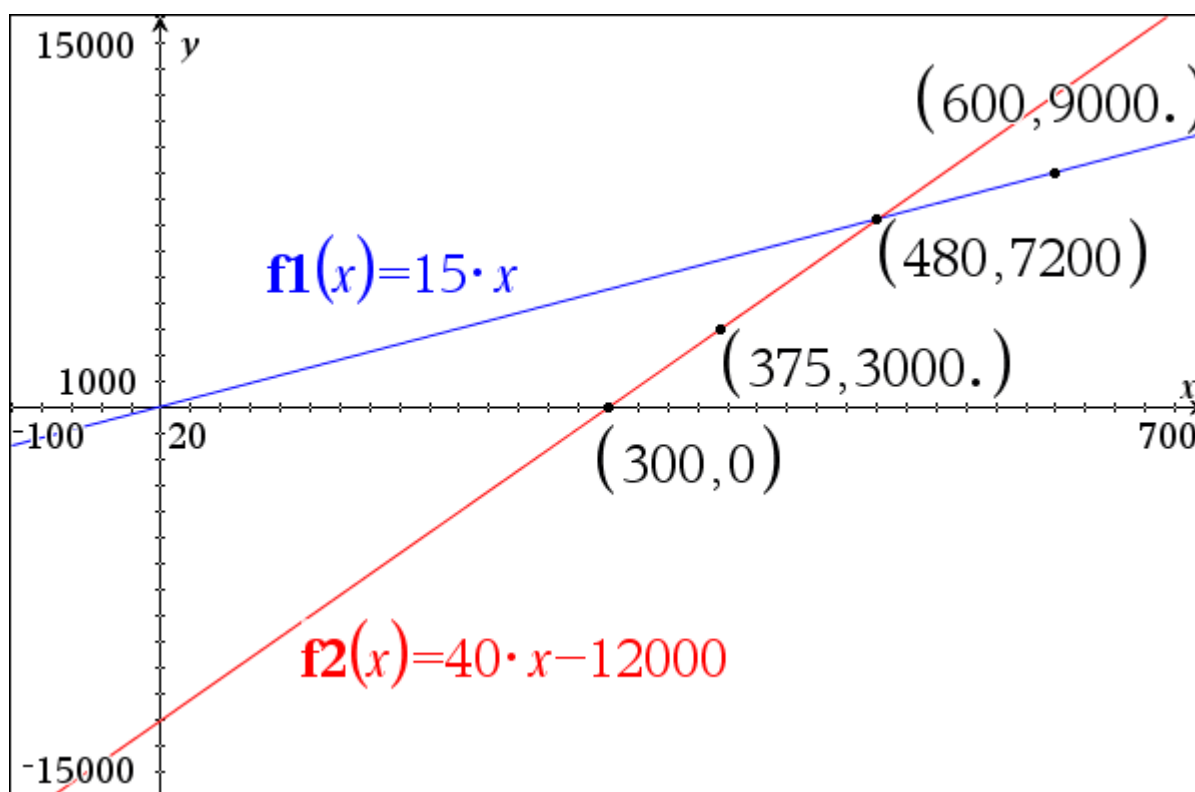
Ligningerne for modellerne findes ved at vælge **Undersøg Data > Regression > Lineær regression (mx+b)**. Det viser sig, at der er tale om ligningerne (klik på ligningerne efter tur):

Aftale 1: $y = 15 \cdot x$

Aftale 2: $y = 40 \cdot x - 12000$

Ligningerne skrives ind i **Note**-vinduet, så vi kan bruge dem igen ☺. Vi har nu faktisk løst spørgsmål 3 ☺

5. Diagram -vinduet er ligesom **tabel**-vinduet ikke så præcist, når man skal aflæse, så vi åbner også et **graf**-vindue og indtaster de fundne forskrifter:



$f_1(x) = 15 \cdot x$

$f_2(x) = 40x - 12000$

Koordinatsystemet tilpasses (**Vindue-Zoom**-menuen) idet vi jo kender passende grænser fra **Diagram**-vinduet!

6. Derefter vælges **Skæringspunkter** (Geometri > Punkter og Linjer > Skæringspunkter). Vi finder balancepunktet mellem de to modeller i (480,7200) (Husk attributter på anden-kordinaten ☺). Vi har nu løst spørgsmål 4 ☺

Vi finder også at aftale 2 er neutral (overskud = 0) når $x = 300$ (Højreklik for at finde koordinaten til skæringspunktet mellem x-aksen og graf 2.)

7. Afsæt punkt på graf 1 (Geometri > Punkter og Linjer > Punkt På). Ret x-koordinaten til 600 og vi har nu løst spørgsmål 1: Overskuddet er 9000 kr.)

Afsæt punkt på graf 2 og ret x-koordinaten til 375 og vi har nu løst spørgsmål 2: Overskuddet er 3000 kr.

Bemærkning: Man kan også rette y-koordinaten og på den måde finde den tilhørende x-værdi 😊

8. Til slut løser vi de samme spørgsmål i **Note**-vinduet ud fra ligningerne:

To lineære modeller

Spm 3:

$$\text{Aftale 1: } y=15 \cdot x$$

$$\text{Aftale 2: } y=40 \cdot x - 12000$$

Forskriften for aftale 2 er

$$y = \text{Overskud}, x = \text{antal solgte kalendere}$$

Spm 1:

$$y=15 \cdot x | x=600 \rightarrow y=9000$$

Klassen får et overskud på 9000 kr. hvis de sælger 600 kalendere efter aftale 1.

Spm 2:

$$y=40 \cdot x - 12000 | x=375 \rightarrow y=3000$$

Klassen får et overskud på 3000 kr. hvis de sælger 375 kalendere efter aftale 2.

Spm 4:

$$\text{solve}(15 \cdot x = 40 \cdot x - 12000, x) \rightarrow x=480$$

Klassen skal sælge mindst 481 kalendere for at det kan betale sig med aftale 2.