

GeoGebra allerede i indskolingen?



Af Rikke Teglskov, pædagogisk konsulent for matematik og naturfag, Center for Undervisningsmidler, Odense, forfatter til Multi til indskolingen, Gyldendal, e-mail: rteglskov@gmail.com

Når elever i matematikundervisningen skal tilegne sig problemløsningsstrategier de skal kunne bruge i forskellige situationer, er det i min erfaring en vigtig parameter at eleverne så tidligt som muligt i deres matematikforløb møder strategierne for at kunne blive fortrolige med dem. Som beskikket censor oplever jeg at elever i 9. klasse tyr til at løse fx trigonometrioppgaver ved at tegne i målestoksforhold og måle sig frem til en løsning frem for at beregne vha. de trigonometriske formler for sinus, cosinus eller tangens. Det tager jeg ikke som et udtryk for at eleverne ikke er blevet undervist i trigonometri, men de har måske mødt trigonometrien så sent i deres matematikforløb at de tyr til velkendte problemløsningsstrategier som de føler sig mere fortrolige med i den lidt stressende prøvesituation.

Derfor mener jeg også at det er for sent hvis eleverne først møder dynamisk geometri fx i form af programmet GeoGebra i udskolingen. De skal i mine øjne lære at bruge programmet allerede i indskolingen, og deres fortrolighed med at bruge programmet skal herefter videreudvikles i resten af skoleforløbet. Min hensigt med denne artikel er at give inspiration til hvordan man kan bruge GeoGebra i indskolingen samt lægge kimen til nogle didaktiske overvejelser som kan have indflydelse på den tilgang man vælger at have til matematikken i GeoGebra. Da jeg ikke på forhånd ved om læseren af artiklen er øvet eller begynder i brugen af GeoGebra, bliver mine beskrivelser nogle gange tekniske i håbet om at hjælpe begynderen i GeoGebra videre.

Jeg har sammen med min mand Bo, som også er matematiklærer, prøvet nogle forløb af i en 2. klasse. Egentlig ville vi have været i gang allerede i 1. klasse, men forskellige omstændigheder gjorde at vi først fik startet op i efteråret i 2. klasse. I denne artikel vil jeg bringe nogle eksempler og erfaringer fra forløbet, og forhåbentlig giver det andre lyst til at kaste sig ud i at bruge programmet allerede i indskolingen.

Teknikken og tålmodigheden.

Eleverne skal være fortrolige med at kunne logge på computere og tilgå hjemmesider, og det var denne 2. klasse i høj grad. Men rent praktisk går der nogle gange 10-15 min. fra den første elev har logget ind og er klar til den sidste elev også når dertil. Det kan man organisere sig ud af ved at have nogle regn selv-øvelser klar til eleverne som de går i gang med indtil alle er klar hvis man har brug for at vise noget fælles. Det kunne være rul-og-regn plusstykker/minusstykker/gangestykker o.l. med terninger, en bestemt hjemmeside med træningsopgaver som fx www.emat.dk. Det minimerer den del af det kaos og den uro der nogle gange kan opstå når elever i den alder og med vidt forskellige computerkompetencer skal logge på computere. Endnu vigtigere sætter det ikke elevernes tålmodighed over for hinanden på prøve.

Fortrolighed med programmet

1. Skal eleverne opnå fortrolighed med funktionaliteter i GeoGebra (udvikle hjælpemiddelkompetencen)?
2. Skal eleverne erkende noget matematisk ved at bruge GeoGebra (udvikle andre matematiske kompetencer og matematiske emner)?

Eleverne skal lære GeoGebra at kende. Man kan bruge GeoGebraPrim som er en forsimplet udgave af GeoGebra målrettet det engelske Primary School (førskole til ca. 6. klasse) eller man kan bruge den fulde udgave af programmet. Eleverne skal igennem samme proces som man selv har været igennem som lærer. De skal fx lære at bruge ikoner, gøre sig til mus/pil for at kunne flytte på ting, kunne zoome ind og ud osv., og de vil lave de samme begynderfejl som man selv har gjort.

Man kan skelne mellem to typer af formål når elever arbejder med GeoGebra.

I opstarten mener jeg det er vigtigt at man skelner mellem de to typer af formål når man planlægger de øvelser eleverne skal lave i GeoGebra. Ellers risikerer man at eleverne ikke får det optimale udbytte af undervisningssituationen.

Jeg vil i det følgende give eksempler på to øvelser med forskellig fokus på begge typer af mål. Det betyder dog ikke at man udelukkende arbejder med et mål ad gangen, men det har indflydelse på den måde man vinkler de opgaver eleverne skal løse ved at bruge GeoGebra. Desuden skal man i tilvænningsfasen afstemme sine forventninger og ikke forvente at alle elever fanger alle de matematiske pointer mens de lærer de grundlæggende tekniske færdigheder i programmet.

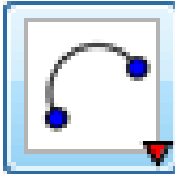
Fortrolig med GeoGebras funktionaliteter

Hvis man ønsker at eleverne skal blive fortrolige med konstruktionsværktøjerne i GeoGebra og fx lære at bruge linjeværktøjerne, polygonværktøjer og tegne cirkler m.m., kunne man give dem denne opgave som har mange løsninger:

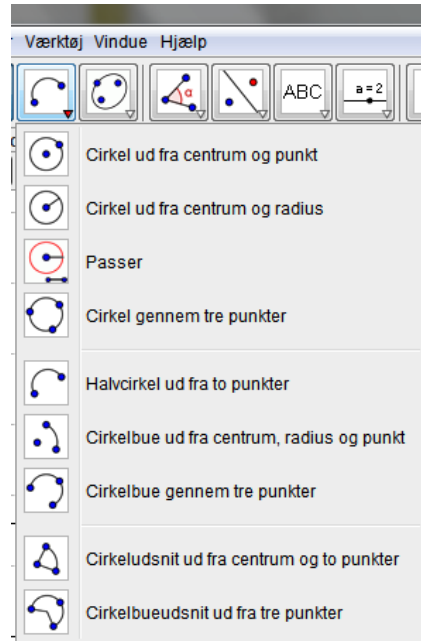
I skal tegne et hus i GeoGebra. På jeres tegning skal der være nogle ting, men I må gerne selv lave andre ting også. Der skal være:

1. Mindst et vindue
2. En dør
3. En skorsten
4. En sol
5. Et træ

Man kan indledningsvis vise eleverne nogle forskellige ikoner, linjeværktøjet, polygonværktøjet og cirkelværktøjet. Under cirkelværktøjet kan man vise

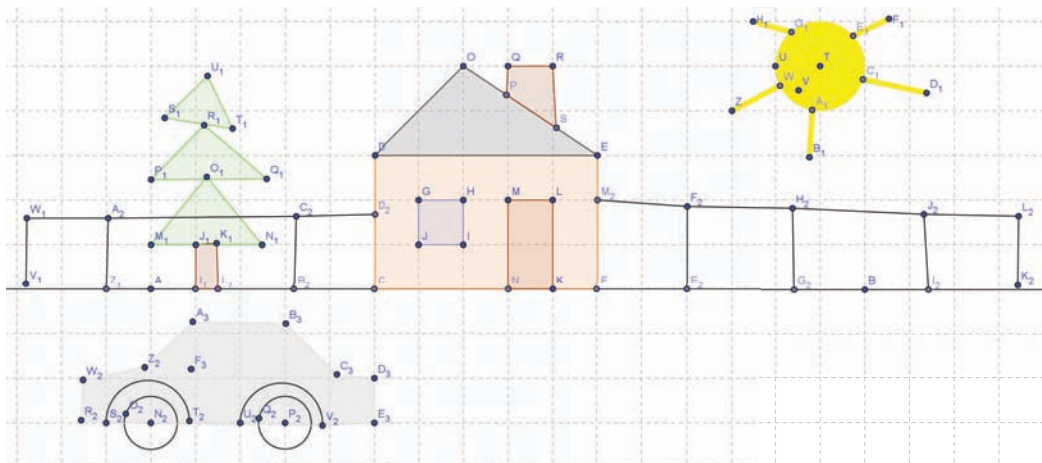


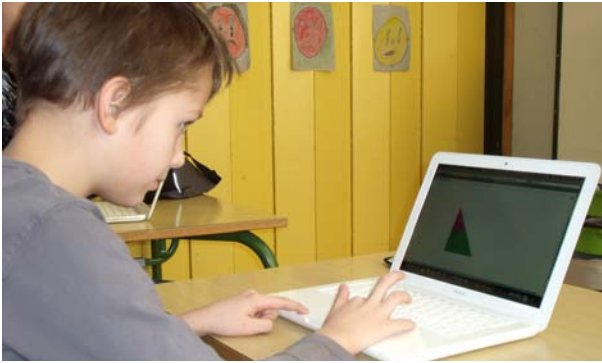
eleverne muligheden for fx at lave halvcirkler m.m. Herved lærer de at man kan folde et ikons menu ud ved at trykke på den lille røde trekant i hjørnet for at få flere valgmuligheder.



Man kan desuden udfordre eleverne i forskellige funktionaliteter i GeoGebra undervejs, fx: *Kan du farve solen gul? Træet grønt? Huset rødt? Kan du lave dit hus om til et hus med to etager? Kan du lave en blomst i haven? En bil ved siden af huset? En regnbue? Hvor mange forskellige geometriske former er der på din tegning? Osv.*

For nogle elever kan det være en støtte at have et baggrundsnet og at man evt. lader punkterne blive





Erfare matematiske sammenhænge

Hvis eleverne på et tidspunkt skal lære at bruge GeoGebra til at udforske matematikken og sætte ord på de erfaringer de gør sig, kan man sagtens starte i indskoling. Man kan som lærer med relativt enkle midler lave en GeoGebrafil klar på forhånd som eleverne kan arbejde videre med i undervisningen. Denne fil kan lægges på Elevintra (bemærk at skolens Skoleintra ansvarlige først skal give tilladelse til at ggb-filer skal kunne uploades), eller

låst til gitteret. Andre elever kan sagtens løse denne opgave uden baggrundsnet.

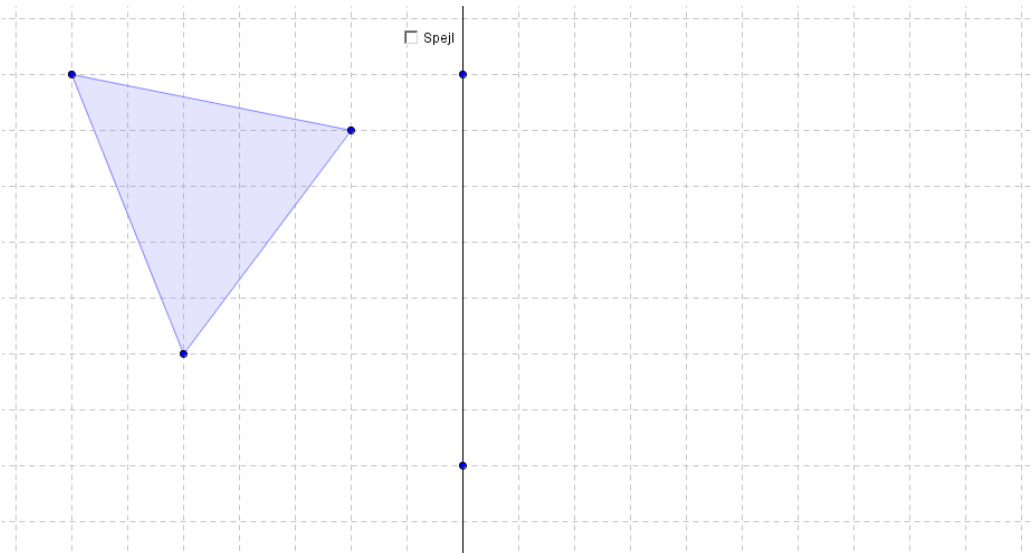
Det jeg med stor glæde observerede i 2. klasse på Højby Skole, var at eleverne meget hurtigt lod sig inspirere af hinanden, og med en simpel opfordring var de også meget hjælpsomme til at vise en kammerat hvordan de selv havde fundet ud af noget smart i programmet. Denne vidensdeling kan man med fordel systematisere ved at lave små 'se-dig-omkring'-pauser hvor eleverne går rundt og ser hinandens tegninger for evt. at blive inspireret til nye features på egen tegning.

man kan lave den om til en applet (en html-fil som uden problemer bør kunne uploades til Elevintra). Eleverne logger på Elevintra til det sted man har lagt filen – fx i en matematikmappe i klassens dokumentarkiv. Bruger man ikke Elevintra, kan man gratis oprette et google-site el.lign. så man kan hente filerne herfra.

Eksport af filer: En GeoGebra-fil kan eksporteres som hjemmeside/webisode ved at gå ind i menupunktet FIL og vælge punktet EKSPORT.

Der ligger selvfølgelig også elementer af matematik som eleverne lærer ved at arbejde med den type opgave. Eksempelvis en viden om geometriske former/polygoner m.m. Styrken ved denne opgave er at den ud over at have mange løsninger også tillader at eleverne kan arbejde i deres eget tempo. De skal arbejde med programmet og løse en problemstilling uden nødvendigvis at skulle erkende en større matematisk sammenhæng.

Et eksempel på en sådan fil kunne omhandle spejling. Eleverne vil på et tidspunkt i indskoling møde det matematiske begreb spejling. Nogle elever har lettere end andre ved at gennemskue hvad spejling går ud på hvis man som lærer har klargjort en fil hvor eleverne har en figur, en spejlingslinje og muligheden for at spejle figuren ved at sætte flueben i en boks (se ill.)



Eleverne får spejlbilledet at se når de sætter flueben i boksen 'spejl'. Herefter kan man stille denne opgave til eleverne:

- Prøv at trække punkterne i trekantens hjørner forskellige steder hen. Hvad sker der med spejlbilledet?

Kan du sige noget om hvordan et spejlbillede er i forhold til det 'rigtige' billede og spejlingslinjen?

- Prøv at trække i punkterne på spejlingslinjen så linjen bliver vandret eller skrå. Hvad sker der med spejlbilledet?

Hvad sker der med spejlbilledet hvis et af trekantens hjørner ligger på spejlingslinjen?

Hvad sker der med spejlbilledet hvis et af trekantens hjørner ligger på den anden side af spejlingslinjen?

Der er ingen ikoner på den viste applet, så eleverne skal ikke bruge energi på at konstruere noget, men alene forholde sig til den matematik der er på spil. Det gør at alle kan arbejde samtidig uden at skulle hæftes af pga. at det tekniske driller dem. Her kommer vi til nogle af de vigtigste fordele ved netop at bruge GeoGebra til opgaver som denne – at eleverne ikke bremses af at skulle tegne og måske tegner upræcist. At eleverne meget hurtigt kan generere en masse eksempler som de kan udtale sig på baggrund af.

Samtidig med at eleverne lærer om spejling, arbejder de dog også her med funktionaliteter i GeoGebra fx ved at trække rundt på objekter i tegnefladen. For mange elever vil man hurtigt kunne udfordre dem til selv at udføre spejlinger ved at stille en opgave efterfølgende: *Kan du selv lave en figur med mindst 3 punkter som du bagefter spejler i en spejlingslinje?*

GeoGebra rummer også muligheden for at man kan programmere og fx få programmet til at generere vilkårlige figurer efter forskellige præmisser. Er det et område man vælger at sætte sig ind i, åbner der sig for alvor nogle muligheder for at designe og tilpasse dynamiske materialer til undervisningen som rammer præcis det faglige område man har fokus på. På billedet til højre på siden ses en dreng og to piger i 2.a som er ved at undersøge om to trekanter er såkaldte 'zoom-figurer' dvs. ligedannede.

Appletten genererer hele tiden to forskellige trekanter som nogle gange er ligedannede og andre gange ikke er. Eleverne kan trække den lille trekant

ind i den store trekant og undersøge om fx vinklerne er ens mv.

Fra bunden eller med fælles udgangspunkt?

På sigt skal eleverne blive så fortrolige med programmet at de kan udføre fx spejlingsoperationer o.l. på egen hånd, men selv for udskolingselever kan det i nogle tilfælde være hensigtsmæssigt at eleverne arbejder videre på en fil som læreren eller andre elever har forberedt til at have fokus på noget bestemt inden for matematikken.

De to typer af mål som jeg indledningsvis beskrev, kan på sigt godt kombineres sådan at eleverne både udvider deres fortrolighed med GeoGebra samtidig med at de erfarer/erkender nogle matematiske sammenhænge, men der er stor forskel på det tempo undervisningen kan skride frem med hvis man vælger at eleverne konsekvent skal konstruere alting fra grunden. Det samme gør sig gældende på de kurser i GeoGebra jeg er med til at holde for voksne. Voksne har ikke samme arbejdhastighed i GeoGebra, og det samme gælder for elever uanset deres alder. Derfor er det vigtigt at overveje om det man ønsker at eleverne skal arbejde med, kræver at de kan følges nogenlunde ad for i fællesskab at kunne italesætte det matematiske indhold eller om de kan arbejde i forskellige tempi. Den erfaring vi gjorde os i 2.a, var at det er vigtigt at man omhyggeligt udvælger de gode opgavetyper til at starte med hvor arbejdstempoet for den enkelte ikke betyder noget som det fx gør sig gældende i 'tegn et hus'-opgaven som er beskrevet i begyndelsen af artiklen. En fil med fælles udgangspunkt kan have en tilpasset værktøjslinje, men den kan også sagtens have den fulde værktøjslinje og så rumme nogle elementer i tegneblokken som eleverne skal arbejde videre med eller gøre noget med i forhold til en given matematisk problemstilling fx spejling, undersøgelse af areal, længde, omkreds m.m.



Inspiration til at du selv kan komme godt i gang

Jeg har netop holdt kursus for lærere i at bruge GeoGebra i indskolingen, og noget af det som appellerede meget til deltagerne på kurset, var netop muligheden for at tilberede filer med et bestemt indhold. Eller muligheden for at man kan tilpasse værktøjslinjen så den ikke har så mange forskellige valgmuligheder. Jeg kan godt forstå hvis nogle lærere måske har afholdt sig fra at tage hul på at bruge GeoGebra pga. det kaos man har kunnet se for sig hvis eleverne skal følges ad, og man skal forklare tingene trin for trin hvis eleverne starter fra bunden hver gang.

Til det pågældende kursus havde Bo og jeg udviklet et website tænkt som en idebank med faglige områder man kan bruge GeoGebra til i indskolingen. Sitet ligger frit tilgængeligt og kan findes her: <https://sites.google.com/site/geogebraiskolen/>. Sitet rummer en masse appletter som kan bruges direkte som de er i undervisningen, man skal blot klikke på billederne af de forskellige appletter for at komme til dem. Man kan derfor linke direkte til en bestemt side på sitet og lægge det link til sine elever i Elevintra hvis man ønsker at bruge det. Nogle af de appletter der er programmeret til at generere opgaver som Bo har udviklet til sin 2. klasse, ligger på sitet. Læserne af denne artikel skal være meget velkomne til at bruge det på sitet som måtte appellere til jer. Der er inspiration til forskellige faglige områder – herunder ses i korte træk hvilke områder vi har lagt på. For hvert område forsøger vi at opstille hvilke faglige mål der arbejdes med og hvilke teknikker i GeoGebra der arbejdes med.

kan få vendt denne frustration til at kunne være med i det centrale indhold i matematikken fordi de mestrer hjælpemidlet. Et par gange har de spurgt mig: "Jamen er det ikke snyd Rikke?". Nu siger de: "Det gad jeg godt have kunnet for 5 år siden!" Jeg har lige oplevet en hel 8. klasse med største lethed overbevise sig selv om hvorfor Pythagoras' sætning var god nok ved at konstruere retvinklede trekanten og kvadrater på kateter og hypotenusen i GeoGebra. Det der sker i elever når de indser nogle sammenhænge, er så fantastisk at bevidne. De oplevelser skal ikke kun være elever i udskolingen forundt. Det skal alle elever opleve, i høj grad også de yngste, så de oplever en glæde ved matematik der kan vokse gennem skoleforløbet.

Mit budskab er at ikke alene er GeoGebra vidunderligt til at udforske og eksperimentere med matematikken for såvel de ældste som de yngste elever. Men det er i den grad også et redskab som de elever der kæmper mest med matematikken, kan have stor støtte af at lære at bruge så tidligt som muligt. Jeg mener at det er at sammenligne med læse-skrive-støtte-programmer til de elever som er udfordret med at læse/skrive. Jo tidligere de elever møder læse-skrive-støtte, jo flere muligheder har de for at være med i det samme indhold som resten af klassen. GeoGebra er også et matematik-støtte-program som kan støtte eleverne til at opleve og møde matematikken på en kreativ og spændende måde. Men GeoGebra er også meget mere end det.

Jeg håber med denne artikel at have klædt jer lidt på til at tage hul på GeoGebra allerede i indskolingen. Jeg vil meget opfordre til at man inspirerer sine kol-

Faglige områder fra inspirationssitet

Geometriske figurer (Figurjagt)	Mønstre	Spejling og symmetri	Forstørre og formindske (Zoom-figurer)	Omkreds og areal	Regn på tallinjer
---------------------------------	---------	----------------------	--	------------------	-------------------

Hjælpemiddelkompetence også for elever med faglige udfordringer

Eleverne skal udvikle deres hjælpemiddelkompetence gennem hele skoleforløbet. Det at kunne bruge GeoGebra er bestemt en del af denne hjælpemiddelkompetence. Det er med største fornøjelse at jeg oplever hvordan frustrerede skoleelever i en 8. klasse som fortvivles over at de ikke kan tegne præcist med blyant på papiret eller ikke kan være med i løsningen af et problem fordi de matematiske er udfordret, pludselig ved hjælp af GeoGebra

leger og får oparbejdet en fælles vidensbank med gode GeoGebra-eksempler og ideer til brug i indskolingen, og jeg modtager meget gerne input fra jeres praksis hvis I har lyst til at dele dem med mig. Jo før vi lærer eleverne at bruge programmet, jo mere fortrolige vil de blive op igennem skoleforløbet. Og vigtigere endnu: jo flere muligheder får vi for at lave en undersøgende og eksperimenterende matematikundervisning hvor eleverne selv er med til at sætte ord på matematiske sammenhænge, og det gælder for alle elever uanset deres faglige niveau.