

Rapport – Bjælken

Indledning

Vi arbejdede med opgaverne i grupper. En gruppe lavede en tabel, som de undersøgte og fandt en regel. De andre grupper havde studeret tegninger af bjælker med forskellige længder, og fundet et system i dem.

Vi præsenterede først arbejdet fra de grupper, der havde studeret tegningerne, og til slut fremlagde gruppen, der havde lavet en tabel deres arbejde.

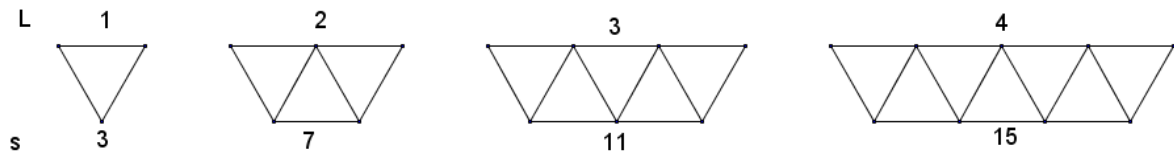
Derefter lavede vi en oversigt, som viste alle løsningerne og forklarede, hvad der gør, at de er forskellige/ens.

Da vi arbejdede med oversigten, kom vi på flere ideer, og dem har vi forklaret til sidst.

Gruppernes arbejde

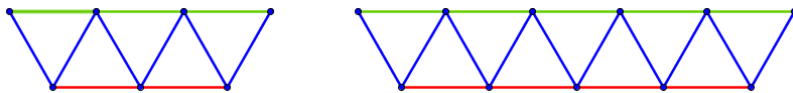
Gruppe 3 og gruppe 5

Gruppe tre og fem arbejdede på samme måde. Vi lavede først tegninger af stålbjælkerne med forskellig længde (L). Så talte vi hvor mange stålrør, der var i hver bjælke (s).



Sådan kan det fortsættes. Vi så, at der bliver fire stålrør for hver ny længde. Men vi kunne ikke lave en regel, som viser, hvor mange stålrør, der er i en tilfældig valgt længde uden vi skulle bruge den foregående bjælke.

Derfor begyndte vi at se på bjælkerne. Da så vi, at der var lige så mange stålrør øverst, som længden på bjælken. Det er de grønne rør som vist på tegningen herunder. På hvert af de grønne rør er der hæftet to stålrør, de blå. Antallet af de røde rør nederst er en mindre end længden.



Gruppe 5 fandt så ud af, at man kan beregne antallet af stålrør i en tilfældig længde på denne måde:

Længden plus to ganget med en mindre end længden

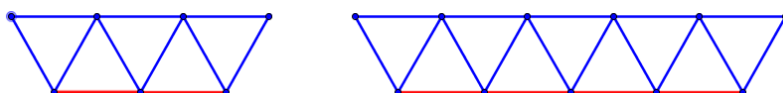
Gruppe 3 havde samme regel, men de skrev det sådan:

L = Længden, S = antal stålrør

$$S = L + 2 \cdot L + (L - 1)$$

Gruppe 2 og gruppe 6

Vi så, at det var trekanter i bjælkerne. Det var lige så mange trekanter som længden på bjælken.



Vi kan så finde ud af, hvor mange blå stålrør der er, hvis vi multiplicerer længden med tre. Men så må vi også lægge de røde vandrette rør til, vi så at hvis bjælken har en længde på 3, så der to røde, og på en længde på fire er der 3 osv. Altid en mindre end længden.

Vores regel kan se sådan ud:

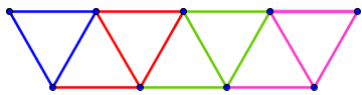
Længden gange tre plus en mindre end længden:

$$x \cdot 3 + x - 1$$

$$x = \text{længden}$$

Gruppe 1

Vi brugte små pinde til først at lave bjælken med længden 1. Så udvidede længden til 2. Her måtte vi lægge fire pinde til, og på den måde fortsatte vi. For hver gang vi skulle øge længden med 1 måtte vi bruge fire pinde. Det har vi vist på denne tegning:



De tre blå pinde er bjælken med længden 1. De tre blå pinde og de fire røde er længden på 2. Plus de fire grønne har vi længden 3 og med de fire lilla længden 4. Det blev lidt vanskeligt at lave en regel, for vi kunne ikke bare gange længden med fire, da der kun var tre på den første. Vi tænkte derfor sådan:

Vi starter med 3 og så lægger vi 4 til en gang mindre end længden.

Eksempler: længde 11: $3 + 10 \cdot 4 = 43$, længde 100: $3 + 99 \cdot 4 = 399$

Vi kan også skrive regelen sådan:

$$\text{Antal stålrør} = 3 + 4(n - 1)$$

hvor n er længden på bjælken

Gruppe 4

Vi lavede tegninger på samme måde som gruppe 3 og 5, men vi satte tallene ind i en tabel:

Længde	Antal stålrør	Forøgelse	Gange fire
1	3		4
2	7	4	8
3	11	4	12
4	15	4	16
5	19	4	20
6	23	4	24
7	27	4	27

Vi lavede først en tabel med to kolonner: Længde og antal stålrør. Så lavede vi en ny kolonne, hvor vi skrev forøgelse fra 1 til 2, 2 til 3 osv. Da det blev forøget med fire, kan det jo have noget at gøre med gange 4. Så lavede vi en ny kolonne med gange fire. I den kolonne står længden gange fire.

Vi så, at tallene i gange fire hele tiden er en større end antal stålrør.

Så kunne vi skrive reglen på denne måde:

Gang længden med fire og træk så en fra. Så har du antallet af stålrør.

Læreren spurte om vi kunne skrive det på matematikprog, og så blev det sådan:

$$4x - 1, x = \text{længden til bjælken}$$

Sammenligning af måder at tænke på

Gruppe 3 og 5 begyndte på samme måde som gruppe 4. Gruppe 3 og 5 skrev over og under tegningerne af bjælker med forskellig længde, mens gruppe 4 lavede en oversigt i en tabel. Gruppe 3 og 5 kom ikke videre med tallene så de begyndte at se på figurerne i stedet for. Gruppe 4 fandt forskellen fra en længde til den næste og skrev den i en celle i tabellen. Så kom de videre og kunne finde en regel.

Gruppe 3 og 5 arbejdede egentlig på samme måde som gruppe 2 og 6. Begge grupper delte figuren op. Gruppe 3 og 5 delte i en top (L) midten (2L) og bunden (L - 1). Mens gruppe 2 og 6 så trekantede. De har bare slået toppen og midten sammen, og på den måde blev det lettere.

Sammenligning af udtrykkene

Alle grupperne har skrevet en regel med ord. Gruppe 5 havde kun brugt ord til at beskrive reglen. Gruppe 2, 3, 4, og 6 havde også lavet et algebraisk udtryk, som viser, hvordan man kan finde antallet af stålrør ud for en vilkårlig længde. Gruppe 1 lavede en formel.

I denne opgaven er længden til bjælken en variabel. Grupperne har brugt forskellige navn på variabelen. Gruppe 5 kaldte den L. Gruppe 2, 4 og 6 kaldte den x, mens gruppe 1 kaldte den variable n. Vi kan selv vælge hvilket bogstav vi vil bruge på en variabel. I denne oversigt vælger vi at bruge x og vi skriver kun højre side af formlen til gruppe 3.

Gruppenr.	1	2	3	4
Gruppenvar	$3 + 4(n - 1)$	$x \cdot 3 + x - 1$	$S = L + 2 \cdot L + (L - 1)$	$4x - 1$
Udtryk	$3 + 4(x - 1)$	$3x + x - 1$	$x + 2x + (x - 1)$	$4x - 1$

I stedet for $x \cdot 3$ (2) og $2 \cdot L$ (3) skriver vi $3x$ og $2L$ som betyder 'tre gange x' og 'to gange L'. Egentlig er det ikke nødvendigt at bruge parentes ved $(x - 1)$ i 3, for vi kan fjerne en parentes med plus foran uden at ændre noget. Men i 1 skal det være parentes fordi både x og 1 skal multipliceres med 4. Alligevel kan det være godt at bruge parentes, for så kan vi lettere se at de 'lægger en mindre end x til'. De har så tre led: x, $2x$ og $(x - 1)$ og det passer med som de har tænkt med de røde, blå og grønne pinde. Hvis de havde lavet udtrykket uden parentes havde det set ud som om der var fire led, og det passer ikke så godt til den måde de tænkte på. Egentlig burde gruppe 2 også havde haft parentes omkring $x - 1$.

Det er også en lighed mellem 1 og 4. Begge multiplicerer med fire. Gruppe 1 multiplicerer $(x - 1)$ med fire mens gruppe 4 multiplicerer x med fire. Begge grupperne har set at antallet af stålrør øges med 4, når der gås fra en størrelse til den næste.

Udtrykkene ser forskellige ud, men vi kan omforme dem så både 1, 2 og 3 bliver lig med 4.

1. $3 + 4(x - 1) = 3 + 4x - 4 = 4x - 1$

Her er der to led: 3 og $4(x - 1)$. Det første led er en konstant og det andet led er et produkt af en konstant, 4, og en flerleddet størrelse med to led, $(x - 1)$. Når vi multiplicerer en konstant med flerleddet størrelse må vi multiplicere hvert af leddene i størrelsen med konstanten.

2. $3x + x - 1 = 4x - 1$

Her er det tre led. De to første led er $3x$ og x og 1 som er en konstant. Vi kan summere de to første led med samme variabel.

$$3. \quad x + 2x + (x - 1) = x + 2x + x - 1 = 4x - 1$$

Her er det også tre led. x og $2x$ og $(x - 1)$ er en flerleddet størrelse. Vi kan fjerne parenteser, når det står plus foran og reducere til to led.

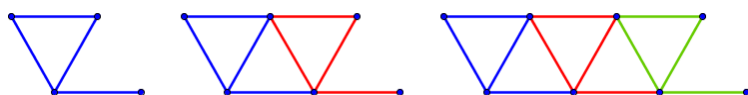
Tre nye ideer

Tegning til gruppe 4

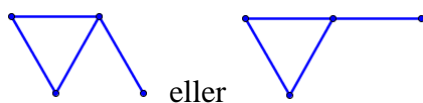
De fem grupper studerede tegninger og kunne vise på tegningerne, hvordan deres regel var, og hvorfor den altid ville virke. Vi kom derfor til at tænke på om det også er mulig at lave en tegning som viser, hvordan 'tabelgruppen' har tænkt. De bruger jo forskellen på fire og kom frem til det enkle udtryk $4x - 1$. Kan vi lave tegninger som viser, at vi kan multiplicere længden med 4 og så trække 1 for at få antallet af stålrør i bjælken?

På bjælken med længde 1 skal vi bruge fire stålrør, men et af dem må vi tage væk for at det skal blive bjælke. På bjælken med længden 2 og 3 må der være $4 \cdot 2$ og $4 \cdot 3$ stålrør. På disse skal der også fjernes et stålrør.

Tegningerne kan se sådan ud.



Det ene stålrør som stikker ud nederst skal fjernes. Vi kunne også placere stålrøret to andre steder på bjælken med længde en:



Talpar i et koordinatsystem

Den tabel gruppe 4 brugte er en tabel vi kan bruge, når vi skal tegne grafen til en funktion.

Det kalder vi en værditabel.

I værditabellen bruger vi en kolonne for x og en kolonne for y.

Her er Længde = x og antal stålrør = y.

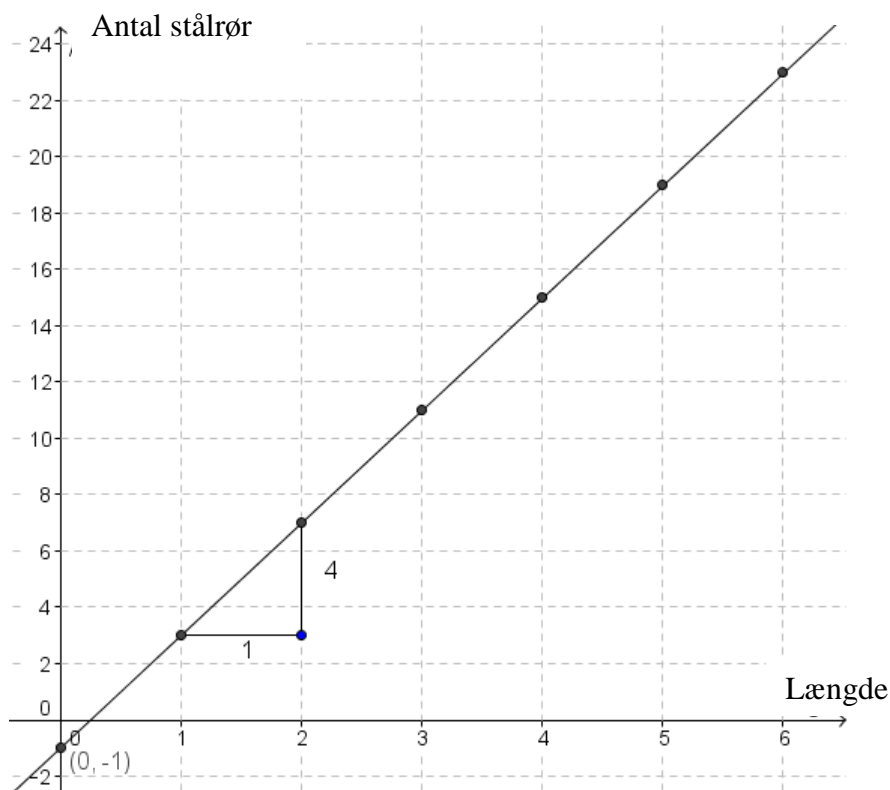
x er den uafhængige variable.

y bliver da den afhængige variable.

	A	B
1	Længde	Antal stålrør
2	1	3
3	2	7
4	3	11
5	4	15
6	5	19
7	6	23
8	7	27

Vi satte talparrene ind i et koordinatsystem i GeoGebra.

Punkterne lå på en ret linje. Så tegnede vi en linje gennem punkterne, og så at linjens stigningstal var 4. Det passer med $4x$ i udtrykket $4x - 1$. Linjen skærer y-aksen i (-1) . Dette er en lineær funktion med funktionsudtrykket $y = 4x - 1$.



Tabel i regneark

Vi kan også bruge regneark til at regne antallet af stålrør ud.

Vi kan lave en formel hvor vi sætter længden i en celle og en formel som regner antallet ud i en anden celle..

	A	B
1	Længde	Antal
2	37	=4*A2-1

Dette er en eksplicit formel.

Men vi kan også lave en formel vi kan kopiere og så få en tabel.

	A	B
1	Længde	Antal
2	1	3
3	=A2+1	=B2+4
4	=A3+1	=B3+4
5	=A4+1	=B4+4

Dette er en rekursiv formel.

Vi beregner antallet for en længde ud fra antallet på forrige længde