

# ER IT EN FRELSER ELLER EN FORBANDELSE I MATEMATIKUNDERVISNINGEN?

JONAS DREYØE, PH.D.-STIPENDIAT  
AALBORG UNIVERSITET &  
KØBENHAVNS PROFESSIONSHØJSKOLE  
JMD@LEARNING.AAU.DK



# Hvem er jeg?

- Uddannet folkeskolelærer i matematik og engelsk
- Cand.pæd i matematik med speciale i digitale teknologier og evaluering
- Ph.d.-stipendiat om hvorfor og hvorfor ikke lærere anvender digitale teknologier i matematikundervisningen



# Hvad vil jeg sige noget om?

- Hvad er og hvorfor it i matematik?
- Hvad har forskningen fokuseret på i de sidste 30 år, og hvad har vi lært af det?
- Hvilken indflydelse har it på matematiklæring og matematikundervisning?
- Bidrage til et tydeligere sprog om it og matematik



# It og/i matematik?

- Digitale værktøjer (CAS, Dynamisk geometriprogram, regneark.)
  - Understøtter og/eller overtager kognitive matematikprocesser hos brugeren.
- Læringsplatforme (MinUddannelse, Meebook, etc.)
  - Tomme digitale infrastrukturer
- Læringsportaler (ClioOnline, Gyldendal, etc.)
  - Læringsmaterialer medieret gennem it, som tilbyder flere former for interaktivitet.
- Kommunikationsteknologier (Chatteknologier, etc.)
- Adaptiv træning af regnefærdigheder (Matematikfessor, Emat, etc.)
- Programmering/Computational thinking (Scratch, Lightbot, Arduino, Micro:bit, etc.)
- Osv.



## Kloge folk mener...

- It er en udfordring for at gennemføre ordentlig matematikundervisning
- It brug er noget af det sjoveste der er sket for min matematikundervisning
- It bidrager væsentligt til udviklingen af matematikfaget
- It-betjening er et væsentligt aspekt af matematisk dannelse
- Matematikundervisningen skal ikke bruge tid på at lære elever at betjene maskiner
- It kan hjælpe elever der ikke er så gode til at regne
- It er en væsentlig årsag til at ingen længere kan regne
- It burde forbydes før universitetet
- Hvis man ikke kan det først ”på papir” så er it kun et forstyrrende element



# Et stort dilemma

- Hvis man som lærer anvender it, kan det blive unødvendigt for eleverne at lære matematik, da computeren kan gøre det for en.
  - Man risikerer altså en kognitiv udtømmning af matematikken, hvor der vil forekomme en ”pseudo-begrebsdannelse”.
- Hvis man som lærer ikke anvender it, giver det ikke eleverne mulighed for at lære og anvende digitale teknologier og dermed ikke de muligheder det giver for at lave matematik, og derved underminere man deres matematiske kompetence



# Et eksempel på dilemmaet

- Rhonda has 12 marbles more than Douglas. Douglas has 6 marbles more than Bertha. Rhonda has twice as many marbles as Bertha has. How many marbles does Douglas have?



Rhonda has 12 marbles more than Douglas. Douglas has 6 marbles more than Bertha. Rhonda has twice as r



[Browse Examples](#) [Surprise Me](#)

Assuming Bertha (female) | Use [Bertha \(male\)](#) instead

Input interpretation:

Rhonda has 12 more marbles than Douglas has.  
Douglas has 6 more marbles than Bertha has.  
Rhonda has 2 times the number of marbles as Bertha has.  
How many marbles does Douglas have?

Result:

Douglas has 24 marbles.

Additional results:

Bertha has 18 marbles.

Rhonda has 36 marbles.

Equations with words:

$$\begin{array}{l} \text{number of marbles} \\ \text{Rhonda has} \end{array} = \begin{array}{l} \text{number of marbles} \\ \text{Douglas has} \end{array} + 12$$

$$\begin{array}{l} \text{number of marbles} \\ \text{Douglas has} \end{array} = \begin{array}{l} \text{number of marbles} \\ \text{Bertha has} \end{array} + 6$$

$$\begin{array}{l} \text{number of marbles} \\ \text{Rhonda has} \end{array} = 2 \times \begin{array}{l} \text{number of marbles} \\ \text{Bertha has} \end{array}$$

Equations with variables:

$$r = d + 12$$

$$d = b + 6$$

$$r = 2 \times b$$

[Step-by-step solution](#)

[Sources](#)

[Download Page](#)

POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE

# To teorier Skemp og Sfard

Skemp:

Instrumentel og relationel  
forståelse

At vide hvad man skal gøre  
At også vide hvorfor

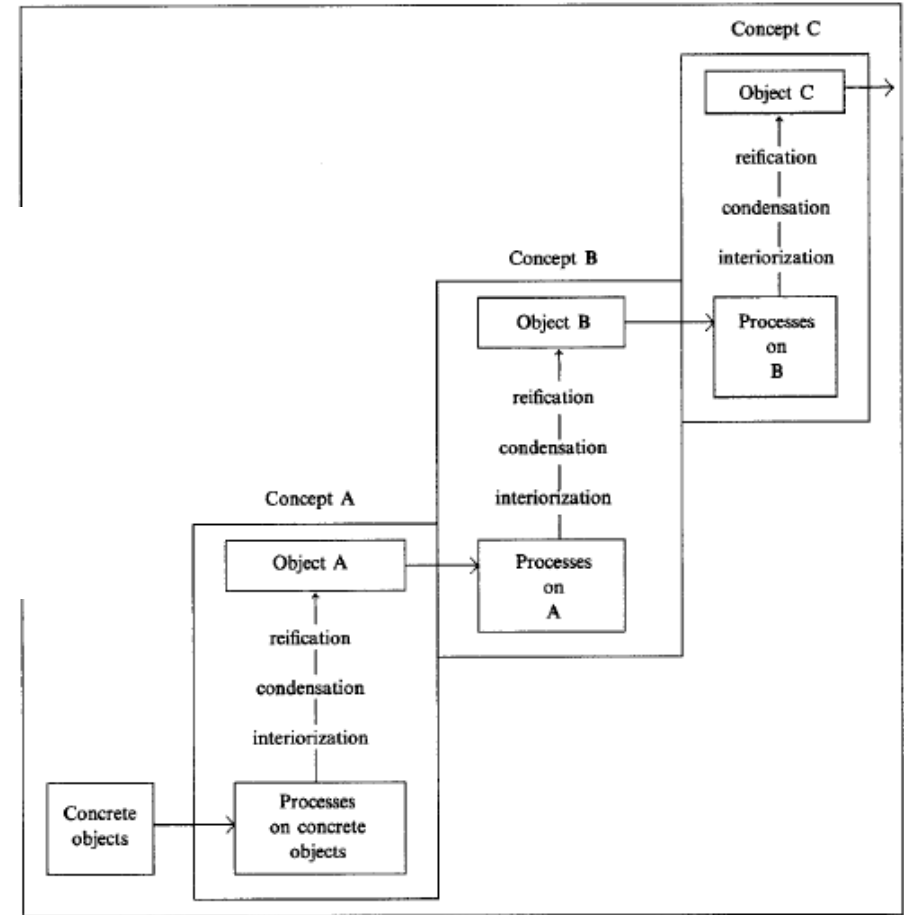


Fig. 4. General model of concept formation.





# Et valg

- Man står altså overfor et valg, der er ekstremt svært og komplekst.
  - Man står overfor valget hver gang man underviser
  - Man kan ikke foretage et ikke-valg
  - Problematikken vokser hurtigt, da mere teknologi bliver tilgængeligt i undervisningen og teknologierne konstant kan mere og mere og bliver mere avanceret.
    - Teknologi 2.0 og matematikundervisning 1.0



# Potentialer og faldgruber ved it i matematik

“

## The marvels and the pitfalls of information technology in mathematics

**education:** Information technology gives rise to **major transformations of mathematics education in all respects**. Research shows that it has opened avenues to **new ways of teaching and learning** which may help to greatly expand and deepen students' mathematical experiences, insights, and abilities. However, it further shows that **this does not happen automatically** but requires the **use of technology to be embedded with reflection and care** into the overall design and implementation of teaching-learning environments and situations, of which **IT-activities are but one amongst several components**.

**The more students can do in and with information technology in mathematics, the greater is the need for their understanding, reflection, and critical analysis of what they are doing.** So, in spite of what one might have expected because of the new opportunities offered by information technology, **IT increases rather than decreases the demands on the teaching and learning of mathematics.** ” (Niss, 1999).



# Potentialer og faldgruber ved it i matematik

- It...
  - Har ændret matematikundervisningen i alle henseender
  - Har givet nye måder at lære og undervise på, som KAN give anledning til mere læring
    - MEN det sker ikke automatisk
    - Det kræver at man inddrager it med omtanke, og gentænker HELE den didaktiske situation
  - Gør at elever kan udføre mere avanceret matematik, men kræver også mere omtanke for eleverne, hvis de skal lære noget
  - Vi havde en forventning om, at det ville gøre det mindre komplekst, at være lærer i matematik, men der skete det modsatte.



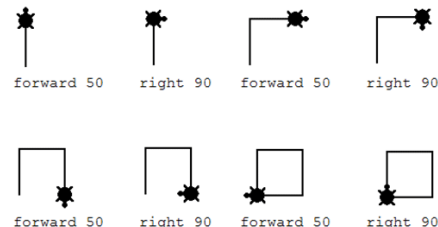
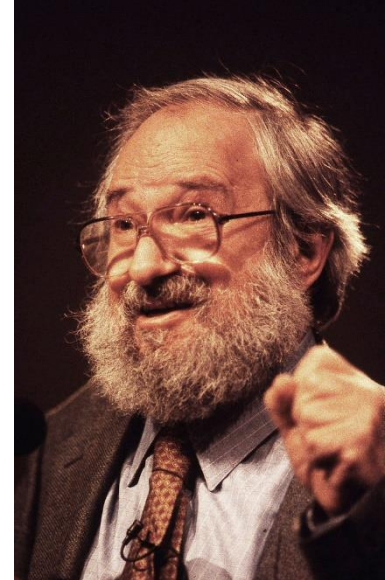
# Et historisk snit – 1960'erne

1. Computer Assisted Instruction (CAI)
  - Undervisningssystemer tilpasset den enkelte elev, adaptiv læring
  
2. Ekspertsystemer
  - Systemer der kan vejlede elever i, at løse komplekse problemer.



# Et historisk snit – 1980'erne

- Datalogi og kunstig intelligens, Seymour Papert fra MIT som forgangsmand.
- Den centrale idé (LOGO)
  - Et interaktivt univers, som man tilgår gennem matematik
  - Interaktionen emmer af matematik og alt hvad man laver har aspekter af matematik
  - Samtidigt er det sjovt for børn og lader dem udleve deres idéer. Det bygger altså på et konstruktionistisk læringssyn
- Der var stor tiltro til, at dette projekt skulle radikalt reformere matematikundervisningen i vesteuropa og USA.

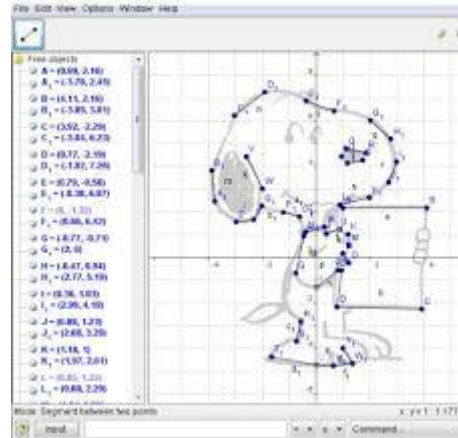


© 2000 Logo Foundation



# Et historisk snit – 1990'erne til nu

- Diskussionerne har drejet sig konkret om tre typer af stærk matematiksoftware
- Regneark, Dynamiske geometrisystemer og Computer Algebra Systemer

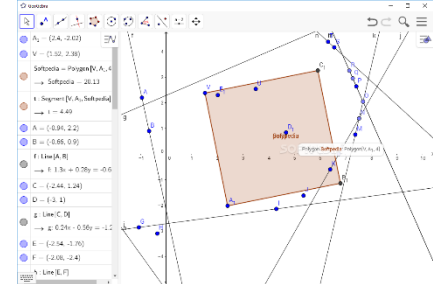


# Regneark

- De vigtigste potentialer er:
- Gør det muligt at simulere og behandle store datasæt
- Kan bevæge sig fra konkrete beregninger til abstrakte betragtninger



# Dynamiske geometrisystemer



- Et program der lader brugeren lave geometriske konstruktioner på computeren i stedet for med passer og lineal (som vi kender det fra Euklid)
- En vigtig skelnen er, at man i DGS ikke tegner men laver matematiske konstruktioner.
- Matematiske konstruktioner som har teoretiske egenskaber, med papir og blyant kan man nemt "snyde" papiret.
  - Geometrisystemerne gør altså modstand mod fejlslutninger
- Det giver mulighed for en eksperimenterende og legende tilgang til matematik. Man behøver ikke altid at ræsonnere sig frem, men kan nå frem til det gennem sanse- og erfaringsbaserede måder.
  - Dette er et meget **stærkt** potentiale i DGS.
- Forholdet mellem matematiske diagrammatiske repræsentationer og en teoretisk tilgang der tillader stringent matematisk argumentation rykkes af DGS. Da diagrammerne konstrueret i DGS har langt stærkere teoretiske egenskaber.
- DGS har haft stor indflydelse på matematikundervisning
  - Aktualiseringen af førnævnte læringspotentialer
  - Revitaliseret en syntetisk problemløsningsstrategi, som havde tabt til algebraen
  - Nye problemløsningsstrategier er opstået, der blander algebraisk (koordinatsystemet) tankegang med den syntetisk (passer-lineal) geometriske







# Computer Algebra Systemer

- Et computersystem der kan regne med symboler, altså løse ligninger og reducere udtryk.
- Kom først frem i 60'erne, industriel- og forskningsbrug i 80'erne. CAS kom ind i undervisningen i 90'erne, dog forbeholdt gymnasier og universiteter.
- Et af de væsentligste potentialer er "løftestangspotentialet". Dette består i, at løfte matematik ud af de kedelige tekniske beregninger og op på et konceptuelt mere interessant niveau.
  - Men der er en bagside af medaljen, at springe alle de tekniske detaljer over kan være svært uden at miste forbindelsen til den matematik man allerede kan. Dette kaldes også at "Black boxe", hvor maskinens behandling af matematikken er helt frakoblet elevens tankerække

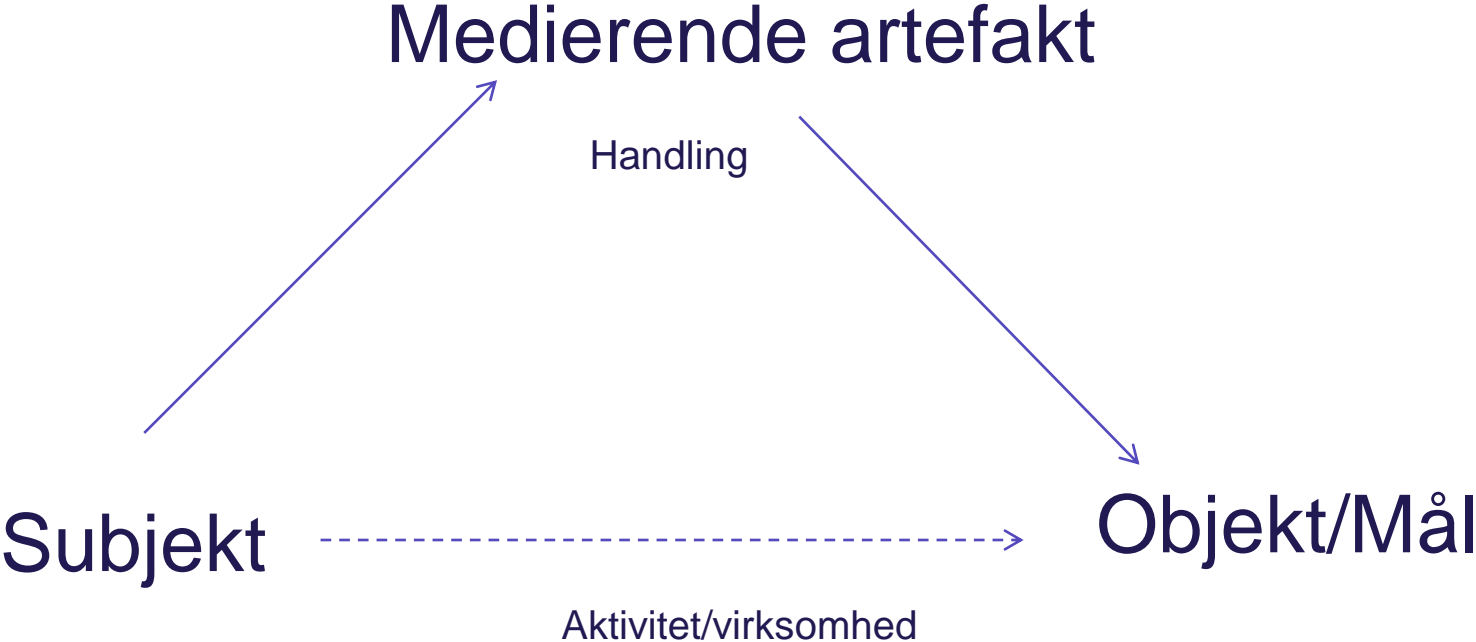


# Skuffelserne

- CAI og ekspertsystemerne
  - Skrev lærerne ud af ligningen og ødelagde det sociale samspil i klassen, og den lærte matematiks relation til rigtig matematik
- LOGO og programmering
  - Løftede sig ikke ud af rene trivialiteter
  - Børnene kunne ikke se sammenhængen mellem den abstrakte matematik og den konkrete computermodel. Derfor lærte børnene programmering, men ikke matematik
- De digitale værktøjer
  - Eleverne udviklede hurtigt instrumenterede teknikker, der blackboxedede matematiske begreber og processer
- De tre nedslag indeholder alle fornuftige pædagogiske og faglige overvejelser.
  - Grunden til de fejlede er snarere, at vejen fra potentiale til succes ikke er enkel



# Medieret aktivitet



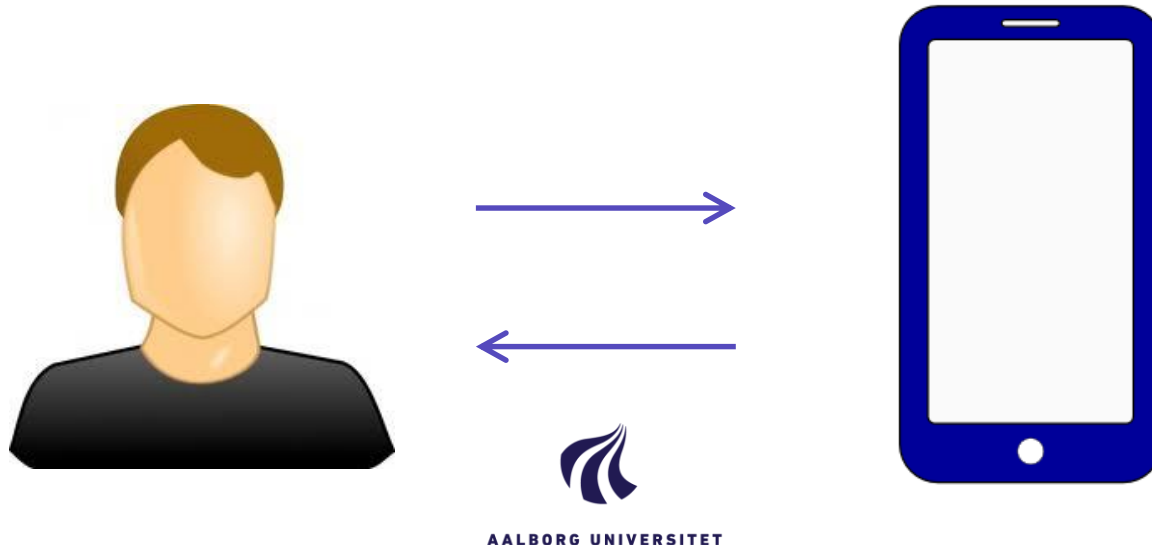
# Typer af medieringer

- Orienteret mod handling  
(Pragmatisk)
  
- Orienteret mod indsigt og viden  
(Epistemisk)

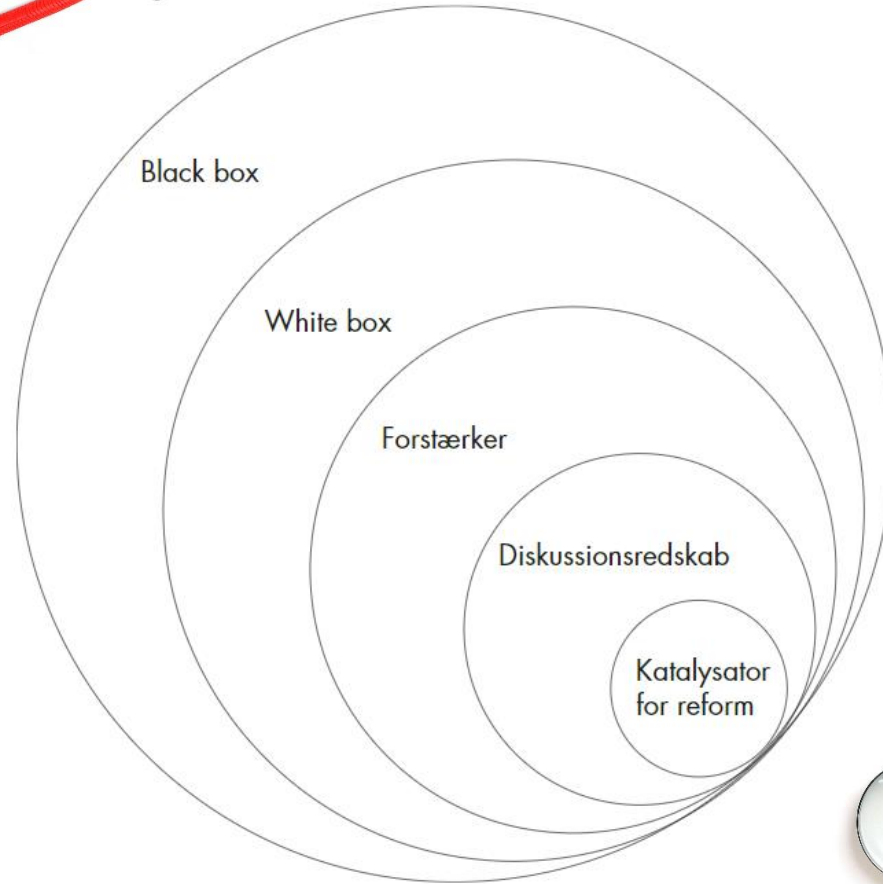


# Instrumentel genese – når design fortsætter i brug

- Gensidig tilpasning af subjekt og artefakt
  - Instrumentalisering – udvikling og tilpasning af designet
  - Instrumentering – udvikling af handlemønstre som konsekvens af arbejdet med et artefakt

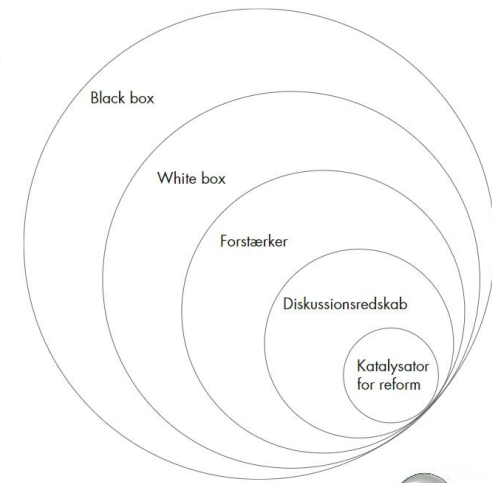



# Nabb's model for CAS (it) anvendelse



# Black box

- Udliciterer matematisk aktivitet til maskinen
- Positiv black boxing?



 computational intelligence.

Rhonda has 12 marbles more than Douglas. Douglas has 6 marbles more than Bertha. Rhonda has twice as r

Assuming Bertha (female) | Use Bertha (male) instead

Input interpretation:

Rhonda has 12 more marbles than Douglas has.  
Douglas has 6 more marbles than Bertha has.  
Rhonda has 2 times the number of marbles as Bertha has.  
How many marbles does Douglas have?

Result:

Douglas has 24 marbles.

Additional results:

Bertha has 18 marbles.  
Rhonda has 36 marbles.

Equations with words:

number of marbles Rhonda has	=	number of marbles Douglas has	+ 12
number of marbles Douglas has	=	number of marbles Bertha has	+ 6
number of marbles Rhonda has	= 2 ×	number of marbles Bertha has	

Equations with variables:

$r = d + 12$

$d = b + 6$

$r = 2 \times b$

Step-by-step solution

Sources Download Page

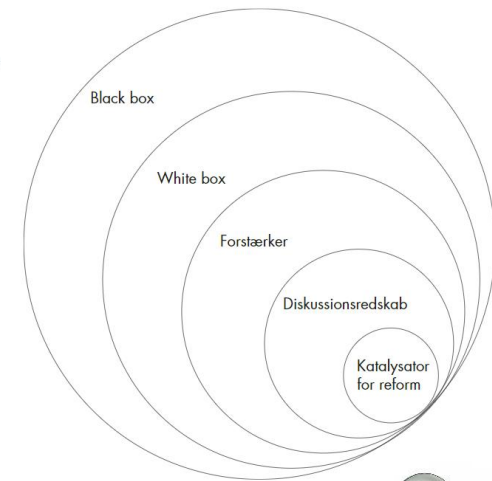
POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE



# White box

- Stiller sig spørgende overfor maskinens svar
- Epistemisk orienteret aktivitet
- CAS giver adgang til et ikke-dømmende miljø med øjeblikkelig feedback

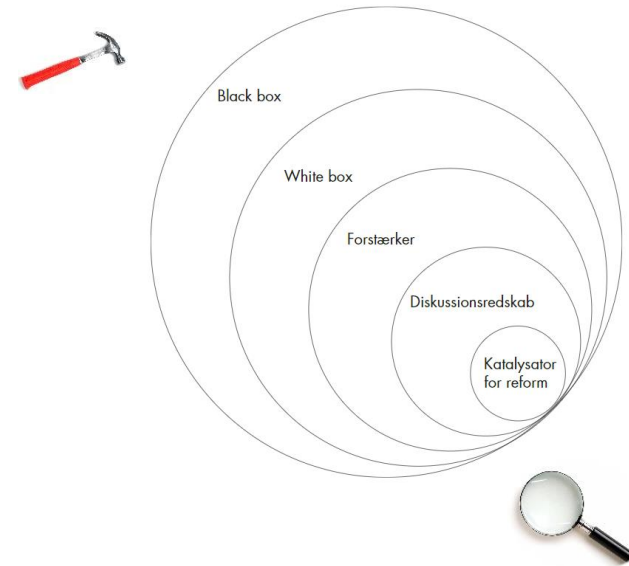
- $3x - 7 = 0$
- $(3x - 7 = 0) + 7$
- $3x = 7$
- $(3x = 7) - 3$
- $3x - 3 = 4$
  
- $(3x = 7) / 3$
- $x = 7 / 3$





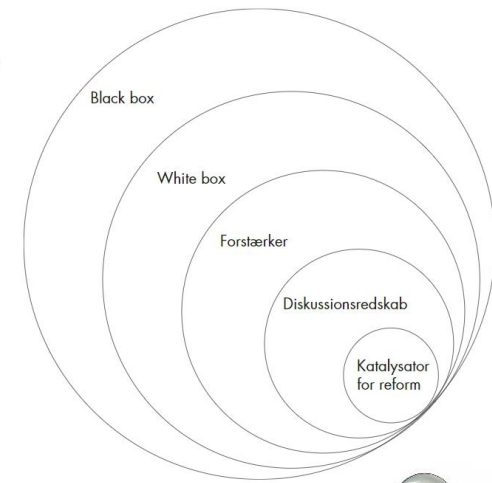
# Forstærker

- It kan hurtigt producere mange eksempler, som kan give indsigt i at forstå uregelmæssigheder
- Minimerer behovet for manuelt arbejde.
- MEN vi ved faktisk ikke om man lærer mere eller mindre ved at fjerne behovet her, men potentialet er der i hvert fald



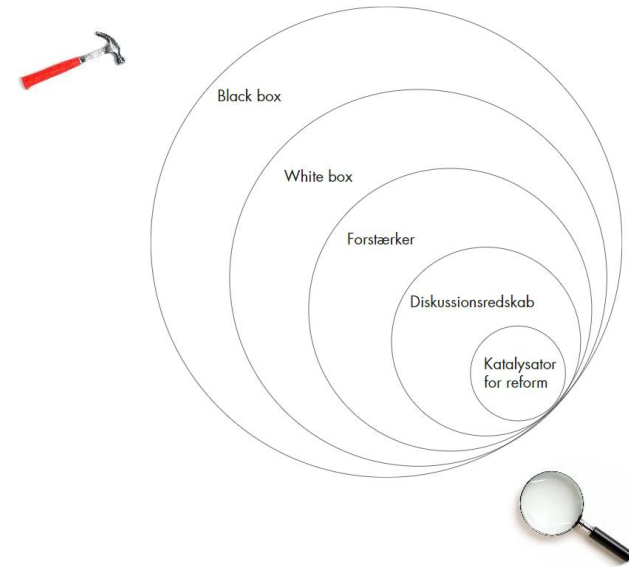
# Diskussionsværktøj

- White boxing som kollaborativ aktivitet
- It giver anledning til diskussion, da der kan forekomme en eksternalisering af matematiske idéer



# Katalysator for reform

- En ikke traditionel form for matematiklæring. En gennemgribende ændring i ens undervisningstilgang.



# Jeg mener

- It er en udfordring for at gennemføre ordentlig matematikundervisning **ja**
- It brug er noget af det sjoveste der er sket for min matematikundervisning **herligt – det er en mulighed for udvikling af undervisning**
- It bidrager væsentligt til udviklingen af matematikfaget **ja**
- It-betjening er et væsentligt aspekt af matematisk dannelse **ja jo**
- Matematikundervisningen skal ikke bruge tid på at lære elever at betjene maskiner **jo vi skal**
- It kan hjælpe elever der ikke er så gode til matematik **Måske men vi ved ikke hvordan**
- It er en væsentlig årsag til at ingen længere kan regne **Dårlig brug af CAS kan være medvirkende årsag**
- It burde forbydes før universitetet **nej hør nu**
- Hvis man ikke kan det først ”på papir” så er It kun et forstyrrende element **det virker sgu lidt religiøst**



# En form for konklusion

- Hvad er udfordringen:
  - It giver ændring af matematiske arbejdsprocesser: Ny teknisk diskurs, nye instrumenterede teknikker, opgaver der tømmes for indhold, nyt mulighedsrum.
  - It er et "nyt" matematisk kompetenceområde
  - It ændrer undervisning – mere komplekst – mange muligheder
- Hvor travlt har vi:
  - Rigtigt travlt: vi skal undgå at fasholde opgaver/emner der lægger op til rent pragmatisk brug
  - Småtravlt: It som mulighed for at udvikle og diskutere undervisning



TAK FOR JERES OPMÆRKSOMHED



AALBORG UNIVERSITET