



# Problemløsning

Matematikk i førskole og skolestart 2019  
Odense 2019  
[camilla.justnes@matematikkenteret.no](mailto:camilla.justnes@matematikkenteret.no)





## BARNEHAGE

[Kompetanseutvikling](#)



[Tema](#)



[Realfagstrategien i barnehagen](#)



## AKTIVITETER OG LÆRINGSRESSURSER



[Bjørneoverraskelse](#)



[Refleksjon](#)



[Potet - en tidslinje](#)



[Tallinjen](#)

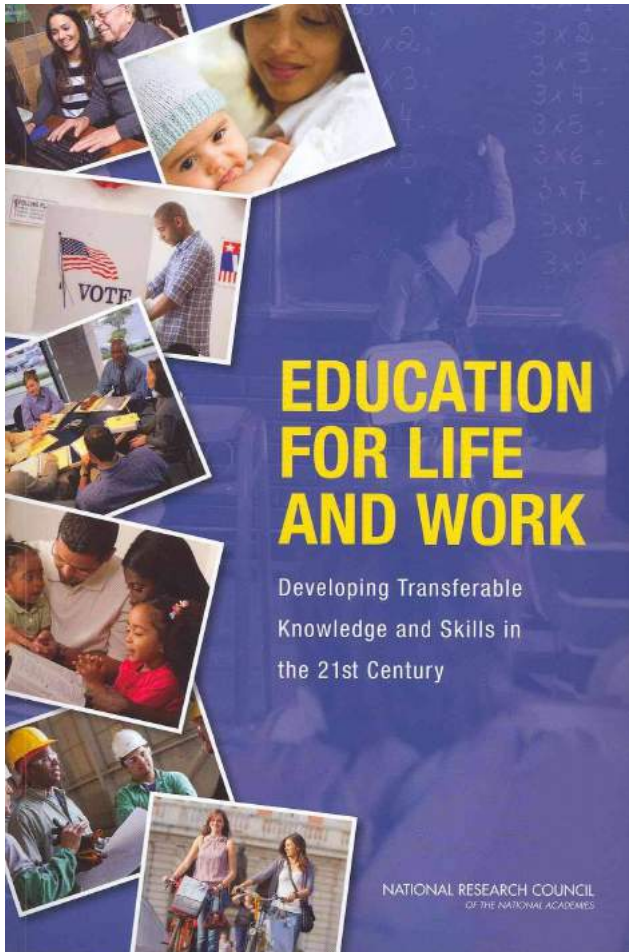
[For barnehage](#)



[Alle aktiviteter og læringsressurser](#)



# 21st Century Skills



Hvilke ferdigheter trenger vi i  
framtiden?

*«Problem solving and  
metacognition are important  
competencies that are often  
included in lists of 21st Century  
skills»*

# Hvorfor jobbe med problemløsning?

Det er av stor betydning for senere **effektivitet og fleksibilitet i møte med problemer** at barn tidlig får erfaringer med problemløsning.

Gjennom å løse problemer får barn mulighet til å utvikle både **glede, selvsikkerhet og et mangfold av strategier**, noe som er nødvendig for positive erfaringer med all matematikk og for resten av livet

(Carlsen, Wathne, Blomgren 2017)



# Hvorfor jobbe med problemløsning?

«**Matematisk kompetanse** inneber å bruke problemløsning og modellering til å analysere og omforme eit problem til matematisk form, løyse det og vurdere kor gyldig løysinga er.

Dette har òg språklege aspekt, som det å formidle, samtale om og resonnerer omkring idear».

(KD 2006)



# Hvorfor jobbe med problemløsning?

Arbeid med problemløsning gir elevene muligheter til å utvikle en helhetlig matematisk kompetanse. I tillegg får læreren mulighet til å **vurdere elevenes kompetanse og få innsikt i hvordan de tenker** (Torkildsen, 2017)

# Hvorfor jobbe med problemløsning?

Arbeid med problemløsning er tidkrevende, men det er det verdt: Presset læreren føler på «å komme gjennom boka» fører til at læreren setter av for lite tid til samtale og diskusjon.

Men det er nettopp disse samtalene og diskusjonene – og ikke mengden av løste oppgaver – som sikrer dybdelæringen hos elevene (Van Galen m. fl., 2008)

**Å få tid til å arbeide med problemløsningsaktiviteter bidrar til matematikkglede, helhetlig matematisk kompetanse, økt forståelse og dybdelæring hos elevene.**



# Eksplisitt undervisning av problemløsningsstrategier

Elever som får eksplisitt undervisning i sentrale matematiske problemløsningsstrategier blir bedre problemløsere enn elevene som får tradisjonell undervisning.

Undervisning i problemløsning krever at elevene får en utfordring de ikke umiddelbart ser hvordan de kan løse. Elevene må derfor få tid til å tenke og å «leke» med problemet. De må prøve ut ideer som kanskje ender i en blindvei og justere retningen ut fra erfaringene de gjorde, diskutere erfaringene med andre og være villige til å ta risiko. Læreren kan støtte elevenes læring ved å utvikle en klassekultur som vektlegger innsats og strev, og der feil er en naturlig del av læringsprosessen.

Torkildsen, 2017





# Hva er et problem?

I vid forstand kan vi forstå matematiske problemer som utfordringer vi ønsker å finne ut av, noe vi blir interessert i og engasjert i, og samtidig motivert til å finne mulige løsninger på (Carlsen, Wathne, Blomgren 2017, s.67).

# Gjentatte og eksplisitte muligheter

Barn blir bedre problemløsere ved gjentatte og eksplisitte muligheter til å utvikle problemløsningsferdigheter

Problemløsningsprosessen har fire faser:

- 1) Komme i gang
- 2) Arbeide med problemet
- 3) Grave dypere / utvide
- 4) Konkludere

## Å komme i gang (Getting started)

Spørsmål og kommentarer som støtter barns utholdenhet med problemløsning:

Hva handler problemet om?

Hva trenger du for å forstå problemet?

Kan det hjelpe deg å tegne det?

Har du sett noe som ligner?

Hva slags matematikk kan vi bruke for å hjelpe oss her?

Kan vi prøve en enklere utgave av problemet?



## Arbeide med problemet (Working on the problem)

Spørsmål og kommentarer som støtter barns utholdenhet med problemløsning:

Hvorfor tror du det blir slik?

Hva skjedde nå?

Virker det hver gang?

Hva hvis vi ...? (snur opp ned, gjør det baklengs, tar en til, bytter form, endrer på noe)

Hva er likt og forskjellig her?

La oss tenke sammen på dette...

## Grave dypere / utvide (Digging deeper)

Spørsmål og kommentarer som støtter barns utholdenhet med problemløsning:

Kan vi finne ut det samme på en annen måte?

Blir det alltid slik?

Kan vi si noe mer om dette?

## Konkludere (Concluding)

Spørsmål og kommentarer som støtter barns utholdenhet med problemløsning:

La oss si det og vise det en gang til!

Hvordan kan vi vise det, skrive eller tegne det for å huske det?

Hvordan kan vi vise det, skrive eller tegne det så andre forstår?

# Noen nyttige problemløsningsstrategier for å arbeide med problemet

Prøve og feile (og forbedre) – Trial and improvement

Jobbe systematisk (på ulikt vis) – Working systematically

Se etter et mønster – Pattern spotting

Arbeide baklengs – Working backwards

Resonnere logisk – Reasoning logically

Visualisere – Visualising

Kvalifisert gjetting - Conjecturing

---

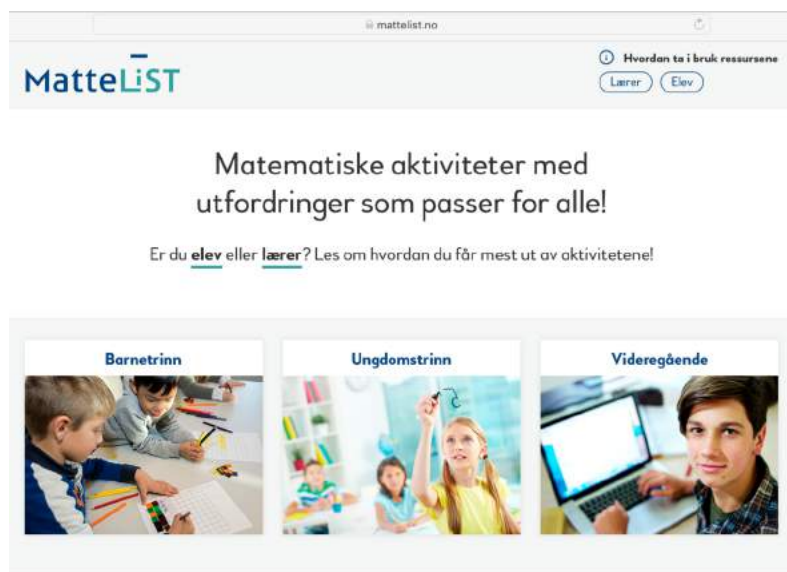
Forenkle problemet

Generalisering

Bevis



# Noen problem som gir oss mulighet til å erfare og snakke om de ulike problemløsningsstrategiene...



matteList.no

MatteLIST

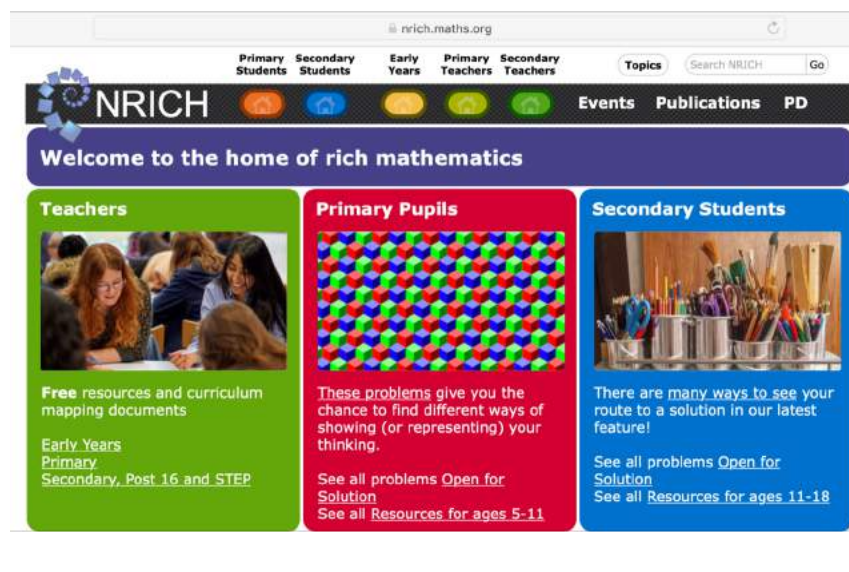
Hvordan ta i bruk ressursene  
Lærer Elev

Matematiske aktiviteter med utfordringer som passer for alle!

Er du elev eller lærer? Les om hvordan du får mest ut av aktivitetene!

Barnetrinn Ungdomstrinn Videregående

NTNU



nrich.maths.org

Primary Students Secondary Students Early Years Primary Teachers Secondary Teachers

Topics Search NRich Go

NRICH

Welcome to the home of rich mathematics

Teachers

Primary Pupils

Secondary Students

Free resources and curriculum mapping documents

Early Years Primary Secondary, Post 16 and STEP

These problems give you the chance to find different ways of showing (or representing) your thinking.

See all problems Open for Solution

See all Resources for ages 5-11

There are many ways to see your route to a solution in our latest feature!

See all problems Open for Solution

See all Resources for ages 11-18

NTNU



POSTADRESSE  
Matematikkensenteret, NTNU  
7401 Trondheim

BESØKSADRESSE  
Lysøhmbygget,  
E.C. Dahlgts. 2. 2. etg.

TELEFON OG E-POST  
73 55 11 42  
[post@matteList.no](mailto:post@matteList.no)

Om MatteList  
[Personvernerklæring](#)

KJERNETID  
09:00 - 15:00





# Prøve og feile (og forbedre) Trial and improvement

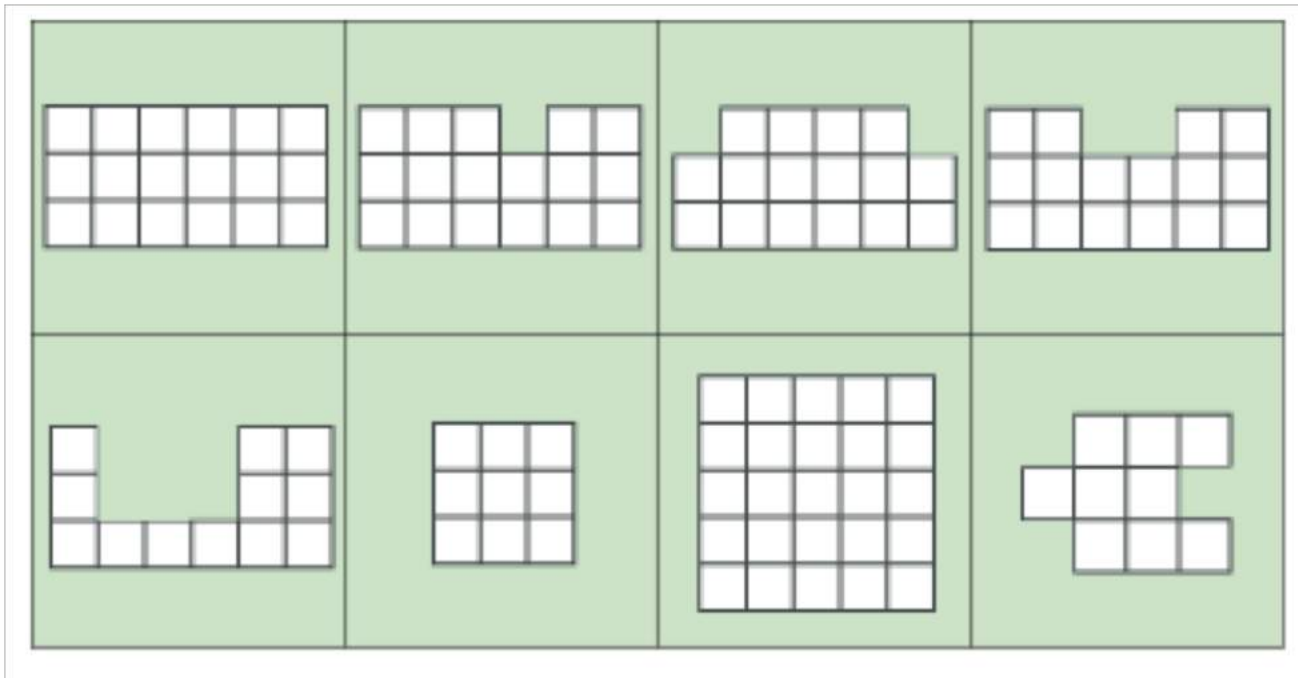
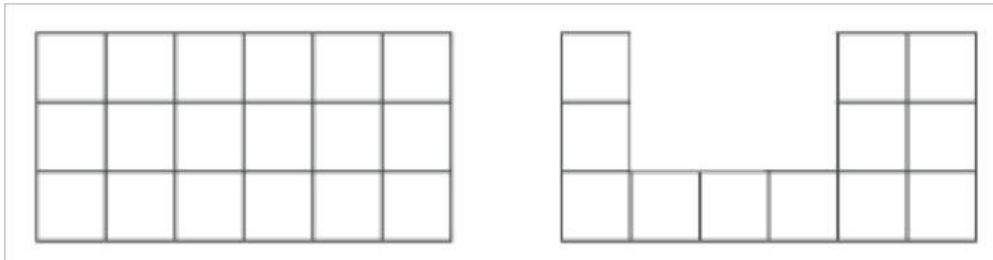
En undervurdert strategi?

Å prøve ut noe gir innsikt i konteksten og kan gi oss en ide om hva vi vil gjøre videre.

Oftestarten på å jobbe systematisk.


# Prøve og feile (og forbedre)

## Trial and improvement



# Prøve og feile (og forbedre)

## Trial and improvement


 **MATEMATIKKSENTERET**  
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Barnehage   Grunnskole   Videregående

Du er her: [Hjem](#) > [Aktiviteter og læringsressurser](#) > [Røver-rottene deler skatten likt](#)

### Røver-rottene deler skatten likt

---



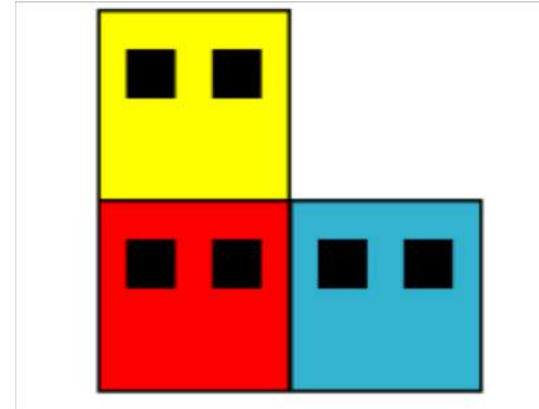
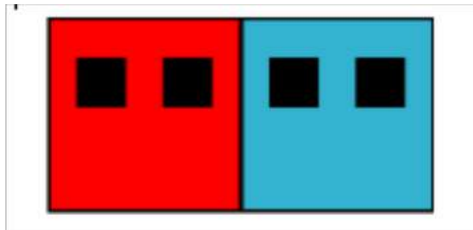


# Jobbe systematisk (på ulikt vis)

## Working systematically

Jobbe (gradvis mer) metodisk og effektivt  
på en slik måte at det blir tydelig for andre  
hvilket mønster eller system som blir benyttet.

# Jobbe systematisk (på ulikt vis) Working systematically



# Hus for sju personer

Hvordan kan et hus for sju personer se ut?

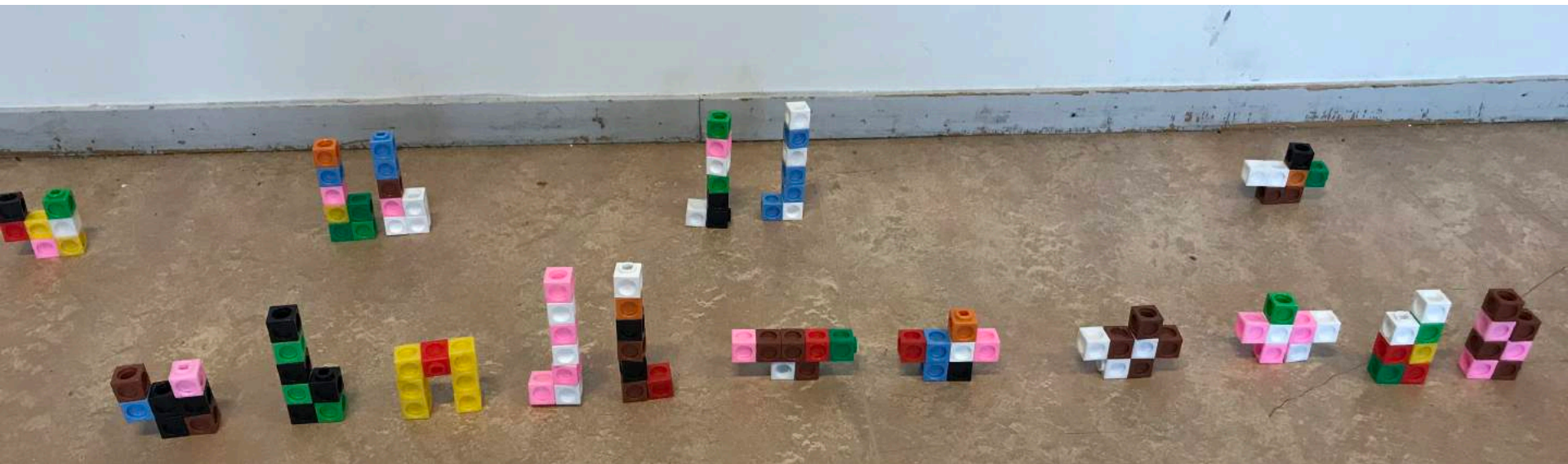
På hvor mange ulike måter kan familien på sju personer bygge huset sitt?

Hvordan ser en gate med bare ulike hus ut?

Hvordan kan vi sikker på at vi har funnet alle muligheter?

Regler i byen:

1. Alle som bor i huset får bare ha ett rom hver.
2. Det må være to rom i første etasje.
3. Alle andre rom må bygges oppå.





# Hus for sju personer

Eksplisitt undervisning innebærer blant annet:

Sammenligne resultater.

Hvordan startet vi å jobbe med problemet?

Hvordan har vi holdt oversikt over de ulike husene?

Fordeler og ulemper med ulike måter å tenke på?

Fokus på systematiske måter å jobbe på, ev stille opp husene på en måte som gjør det mulig å oppdage et system.

# Se etter et mønster

## Pattern spotting

Når vi løser problemer kan vi identifisere mønster som gjør det mulig å spare tid.

Ved å stille spørsmål om hvorfor mønster oppstår, kan barna få innsikt i matematiske strukturer.

Barna bør få muligheter for å skape, lete etter og forklare mønster i ulike kontekster.

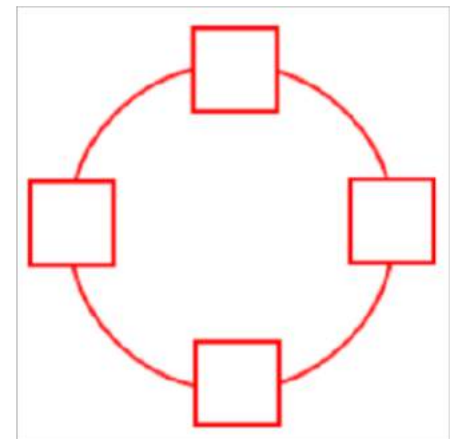


# Se etter et mønster

## Pattern spotting

Tall-ring:

- 1) Velg fire tall fra denne listen: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- 2) Skriv de fire tallene du har valgt inn i firkantene slik at differansen mellom to firkanter som henger sammen er et oddetall.
- 3) Du må bruke fire ulike tall.
- 4) Det er bare lov med ett tall i hver firkant.



# Arbeide baklengs Working backwards

Stopp klokka!

- 1) Still klokka på seks
- 2) Etter tur kan dere stille viserne på klokka framover enten en halv time eller en hel time.
- 3) Vinneren er den som flytter viserne til klokka 12.



# Resonnere logisk

## Reasoning logically

- Evaluere situasjonen (Har jeg sett noe lignende før? Kan jeg bruke en kjent metode?)
- Velger en problemløsningsstrategi (Prøve og feile? Eller sette opp en tabell?)
- Trekker logiske konklusjoner
- Utvikler løsninger
- Beskriver løsninger (Overbevis oss selv og andre om at løsningen passer)
- Reflekterer over løsninger (Gir den mening?)

Resonnering er unik og kompleks fordi den er basert på tidligere matematiske erfaringer.

# Resonnere logisk Reasoning logically

## Eggs in Baskets



There are three baskets, a brown one, a red one and a pink one, holding a total of ten eggs.

The brown basket has one more egg in it than the red basket.

The red basket has three fewer eggs than the pink basket.

How many eggs are in each basket?

# Resonnere logisk

## Reasoning logically

i Hvordan ta i bruk ressurseneLærerElev

Ressurser for: Barnetrinn Ungdomstrinn Videregående

← Tilbake til søkFullskjerm

Aktivitet

Starthjelp

Løsning

Lærerveiledning

## Kort i konvolutter

Tallene 0–9 er skrevet på ti kort og fordelt på fem konvolutter slik at det er to kort i hver konvolutt. Summen av de to kortene er skrevet utenpå hver konvolutt:

7 8 13 14 3

Hvilke tall kan befinne seg i konvolutten som det står 8 på?

Del denne ressursen og gi vennene dine en utfordring

✉ft

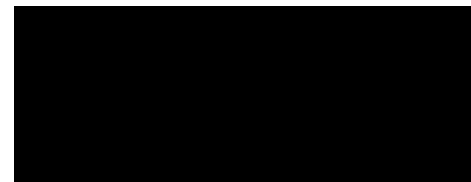
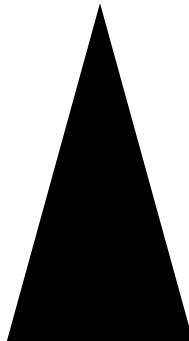
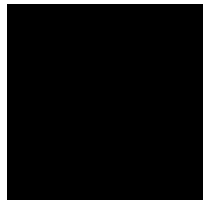
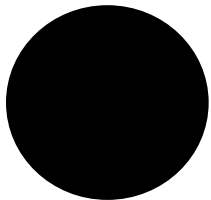


# Visualisere

Å se for seg noe, et indre bilde av hva som skjer eller kommer til å skje

Å eksplisitt rette oppmerksomhet mot å visualisere som en strategi, vil gjøre barna mer bevisst på på det slik at de velger å bruke det selv.

Her er skyggen av noen tredimensjonale former. Hvilke kan det være?







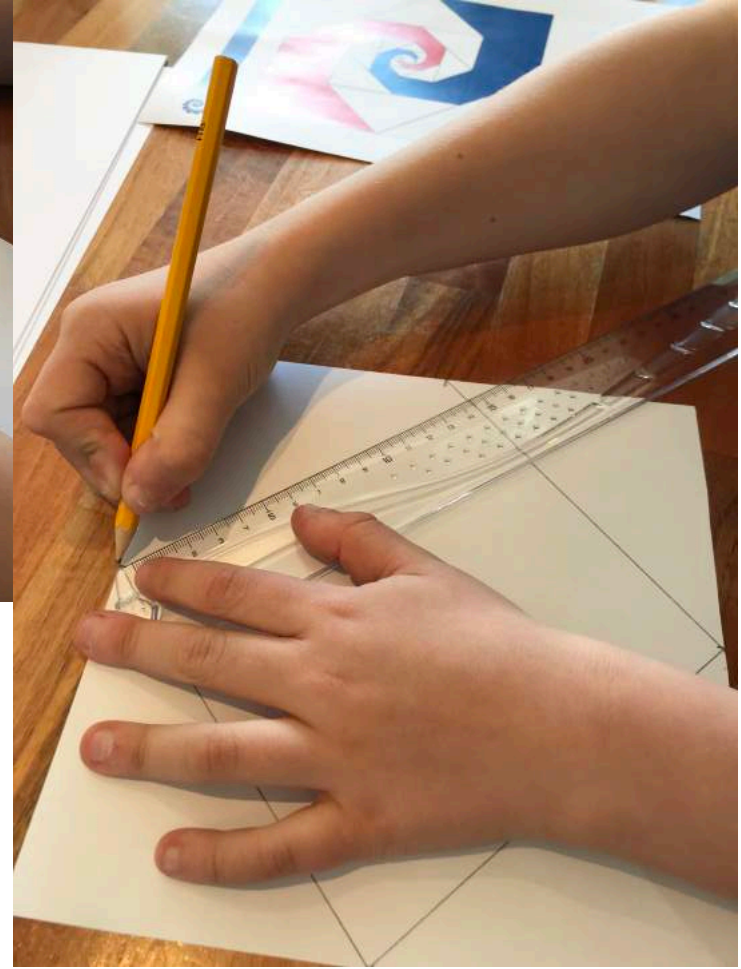
Bildet er hentet fra <https://www.forskerfrø.no/forsok/vis.html?tid=2171405>

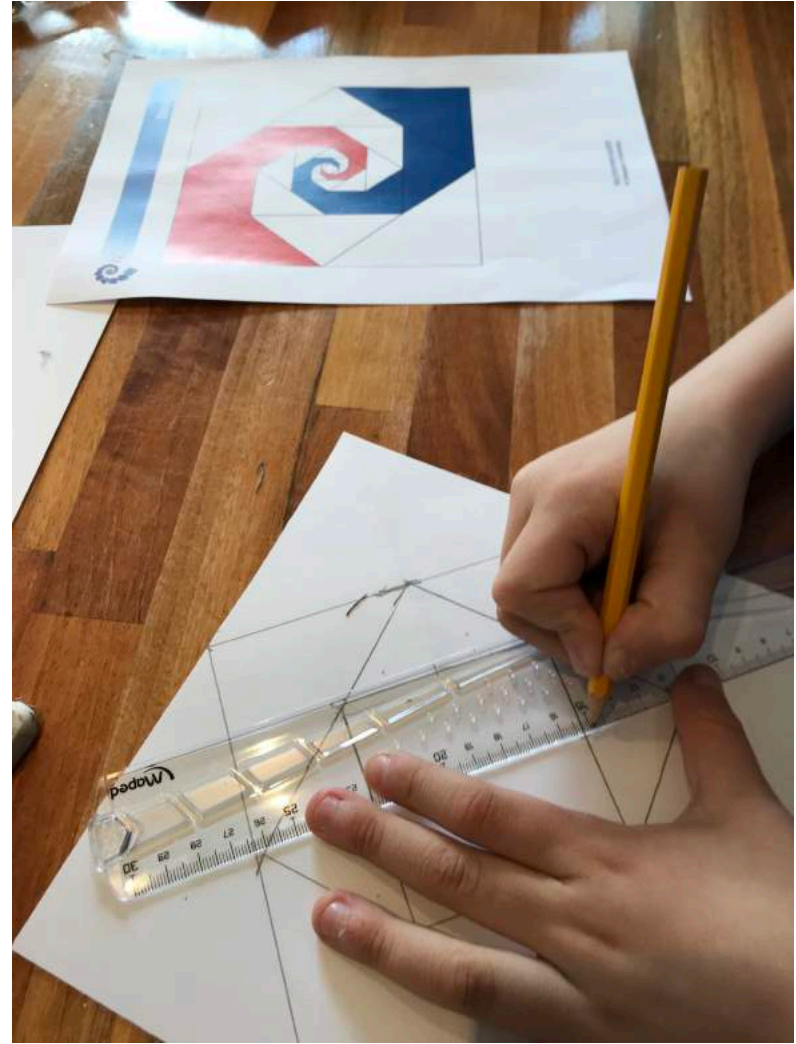




# Baravelle

- Kan du beskrive bildet?
- Kan du tegne bildet? Hvordan vil du gå fram?
- Vil du utdype beskrivelsen din?
- Kan du si noe matematisk om bildet som du legger merke til?
- Kan du tenke på noen matematiske spørsmål du kan stille om bildet?





# Videre arbeid

Basert på elevenes respons kan du velge ut en eller ideer som dere utforsker videre, f.eks.:

- Tegne bildet
- Fortsette mønsteret enten utover eller innover
- Utforske hvor stort område som er rød, blå , hvit (både ved å brette og sammenligne areal eller som brøk)
- Utforske kvadrater og rettvinklede trekanter



# Problemløsning

Problemløsning består av mange ulike oppgaver som tar utgangspunkt i forskjellige matematiske emner. Læreren viktigste oppgave er å introdusere problemet på en slik måte at alle elevene kan begynne å arbeide med problemet og legge til rette for at elevene kan utvikle ulike strategier.

PLANLEGGINGSMAL



FIRE KORT



FORDELING AV SJOKOLADEKAKE



Tema: Løke- og læringsmiljø

Pakke 3: Å oppdage og utforske

Modul 1: Problemløsning

## Modul 1: Problemløsning

Introduksjon

A - Forarbeid

B - Samarbeid

C - Utprøving

D - Etterarbeid

### Introduksjon

Tidsbruk hele modulen: 95 minutter + utprøving

Målet med modulen er å gi personalet innsikt i hva problemløsning er og hvorfor det er viktig. Modulen tilbyr et forløp til en aktivitet som kan stimulere barnes nysgjerrighet og suksess til



# Kilder:

- Om problemløsning:
  - <https://www.matematikkenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/Torkildsen%20Matematisk%20Probleml%C3%B8sing.pdf>
  - [http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/Ressurshefte%20til%20modulen%20Probleml%C3%B8sing\\_0.pdf](http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/Ressurshefte%20til%20modulen%20Probleml%C3%B8sing_0.pdf)
  - <https://nrich.maths.org/10865>
  - Svorkmo, AG. (2007). Rike matematiske problemer og spørsmålsformuleringer i matematikkundervisningen. Masteroppgave NTNU
  - <https://www.matematikkenteret.no/kompetanseutvikling-i-skolen/mam/aktiviteter-og-filmer-i-mam/probleml%C3%B8sing>
- Røver-rottene deler skatten likt: <https://www.matematikkenteret.no/læringsressurser/barnehage/røver-rottene-deler-skatten-lik>
- Hus for sju personer: <https://nrich.maths.org/content/00/11/letme2/City%20of%20towers.pdf>
- Tall-ring: <https://nrich.maths.org/2782>
- Kort i konvolutter: <https://www.mattelist.no/154>
- Skyggelek: <https://www.forskerfrø.no/forsok/vis.html?tid=2171405>
- Baravelle: <https://nrich.maths.org/6522>





# MATEMATIKKSENTERET

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen