



Hvorfor er vækst så pokkers svært?  
ledelse.borsen.dk



Er vækst en menneskelig drift?  
videnskab.dk



Tænk vækst og performance, ikke kun performance – B...  
ledelse.borsen.dk



Commsoft ApS - Artikel - Vil du skabe v...  
commsoft.dk



Kilden til vækst og innovation er i din virksomhed  
ledelse.borsen.dk



Global velfærd uden destruktiv vækst er muligt - P...  
kristeligt-dagblad.dk



Praksidse vækst - Juel Markon...  
juel-markon.dk



le Kær blog - E væ...  
hæk



Steen Hildebrandt - M... og definer vækst...  
steenhildebrandt.dk



Er din virksomhed klar til vækst efter...  
erhvervsnyhederne.dk



Regeringens udspil "Mindre bureaukrati - m...  
danskindustri.dk

# Grænser for vækst Vækstfunktioner i grundskolen



IMFs vejrsudsigt for global vækst går fra sol til...  
berlingske.dk



Imponerende vækst i Lemvig...  
lemvig.dk



3 grunde til at væksten udebliver! - Thelea...  
theleadcompany.dk



NYT: Økonomisk vækst på 2 pct. i 2016 - Danma...  
dst.dk



Man klatre vækst pil | Stock foto | Colourbox  
colourbox.dk



Medicofirma vil genfinde vækst  
medwatch.dk



Sådan skaber vi vækst i hele Danmark - M

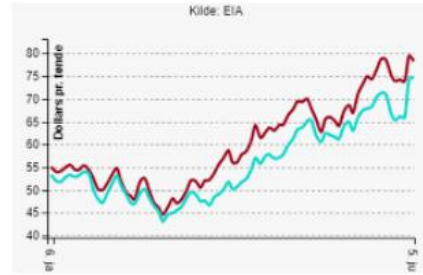
- Relaterede søgninger**
- vækst png >
  - økonomisk vækst vækst >
  - vækst matematik >



I lønsom vækst - Rikter consulting om



Investeringerne gav det største bidrag til væksten i



Trusterne højer sin op: Trumms næste træk i



Danmark i bevægende omsving: Vækst - Økr

## **Workshop 2**

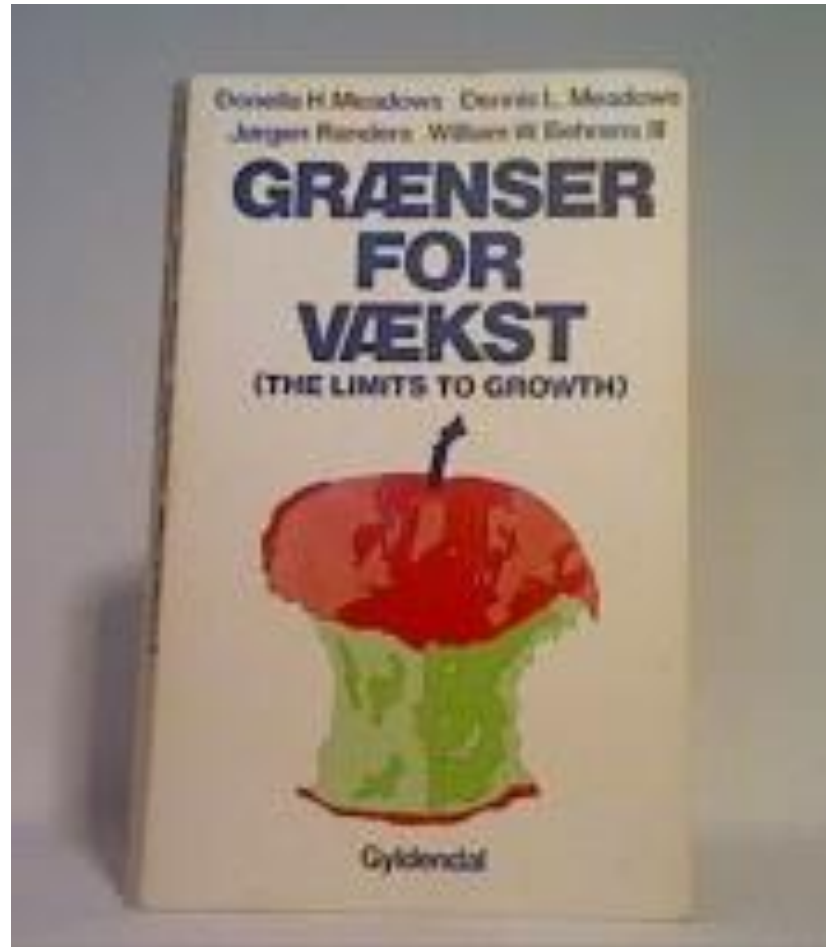
### **Grænser for vækst- vækstfunktioner i grundskolen Især knyttet til verdensmålene 7, 8, 12 og 13**

Vækst indgår i næsten alle økonomiske modeller, i samfundsdebatten og i politik. Men er det overhovedet muligt i længden at forlange vækst på alle områder? Vi skal se på grundskolematematikens undervisning i vækstfunktioner - bl.a. lineære og eksponentielle. Vi skal forholde os kritisk til deres anvendelse på virkelighedens konkrete forhold. Og så skal vi se på måske mere realistiske vækstfunktioner - kan vi fx undervise i logistisk vækst i grundskolen?

# Vækst?

- **MÅL 7: SIKRE AT ALLE HAR ADGANG TIL PÅLIDELIG, BÆREDYGTIG OG MODERNE ENERGI TIL EN OVERKOMMELIG PRIS**
- **MÅL 8: FREMME VEDVARENDE, INKLUSIV OG BÆREDYGTIG ØKONOMISK VÆKST, FULD OG PRODUKTIV BESKÆFTIGELSE, SAMT ANSTÆNDIGT ARBEJDE FOR ALLE**
- **MÅL 12: SIKRE BÆREDYGTIGE FORBRUGS- OG PRODUKTIONSFORMER**
- **MÅL 13: HANDLE HURTIGT FOR AT BEKÆMPE KLIMAFORANDRINGER OG DERES KONSEKVENSER**

# 1972: Grænser for vækst – 47 år siden!





# Vækst er mantraet!

- Otto Brøns-Petersen, analysechef, tænketanken Cepos
- Hvad er det entydigt bedste, du kan gøre for dine efterkommere bare nogle generationer fremme? Som påpeget af økonomen Tyler Cowen: At fremme den økonomiske vækst. Problemet er, at væksten er mindre synlig på kort sigt. I Danmark bliver vi ca. to pct. rigere om året. Forskellen fra det ene år til det andet er nærmest umærkelig.
- Men over længere afstande gør væksten en enorm forskel. Med en vækstrate på to procent om året vil vore efterkommere om 100 år få en syv gange større velstand, end vi har. Men kan man øge væksten fra to til tre procent, vil velstanden vokse 19 gange.

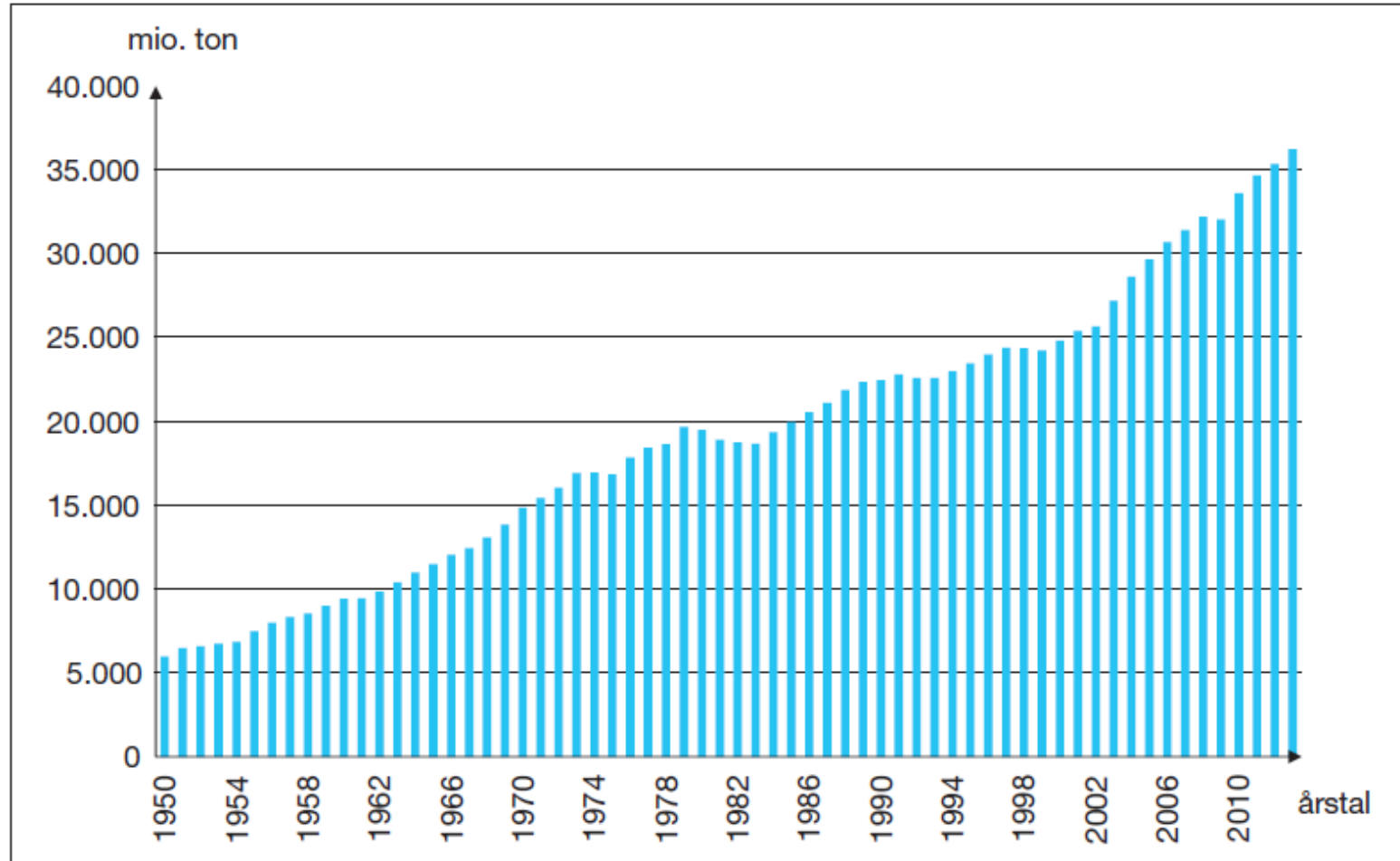
# Dagbladet Politiken og en bog

- *"Regeringer verden over bygger deres politik på økonomiske modeller, som tage fejl"*
- David Hendry, professor i økonomi, Oxford Universitet
- *"Kære finansminister: Hæv blikket fra modellerne, for ellers tager økonomerne al magten fra dig"*
- Jesper Jespersen, dr. scient. adm., professor emeritus på RUC
- *"Økonomien og virkeligheden"*, Informations Forlæg
- Katarina Juselius, professor emerita i økonomi på KU
- *"Svært at kombinere vækst med fald i drivhusgasser"*
- Peter Birch Sørensen, professor i økonomi på KU, tidligere overvismand og formand for Klimarådet

# Prøven 10. klasse, maj 2017

- 1** Biler og udledning af  $\text{CO}_2$
- 2** Menneskeskabt udledning af  $\text{CO}_2$
- 3** Vasketøj og udledning af  $\text{CO}_2$
- 4** En ligebenet, retvinklet trekant
- 5** Regneruter

Klaus har tegnet diagrammet herunder, som viser den menneskeskabte udledning af CO<sub>2</sub> t atmosfæren hvert år i perioden 1950-2013.



I 2013 var den menneskeskabte udledning af CO<sub>2</sub> på ca. 36.000 mio. ton.



**2.2** Hvor mange procent var den menneskeskabte udledning af CO<sub>2</sub> større i 2013 end i 2000?

I den gule boks er to modeller, som beskriver udviklingen i den menneskeskabte årlige udledning af CO<sub>2</sub> siden 1950.

$$\text{Model 1: } y = 450 \cdot x + 6000$$

$$\text{Model 2: } y = 6000 \cdot (1 + 0,03)^x$$

$y$  er den årlige udledning af CO<sub>2</sub> i mio. ton.

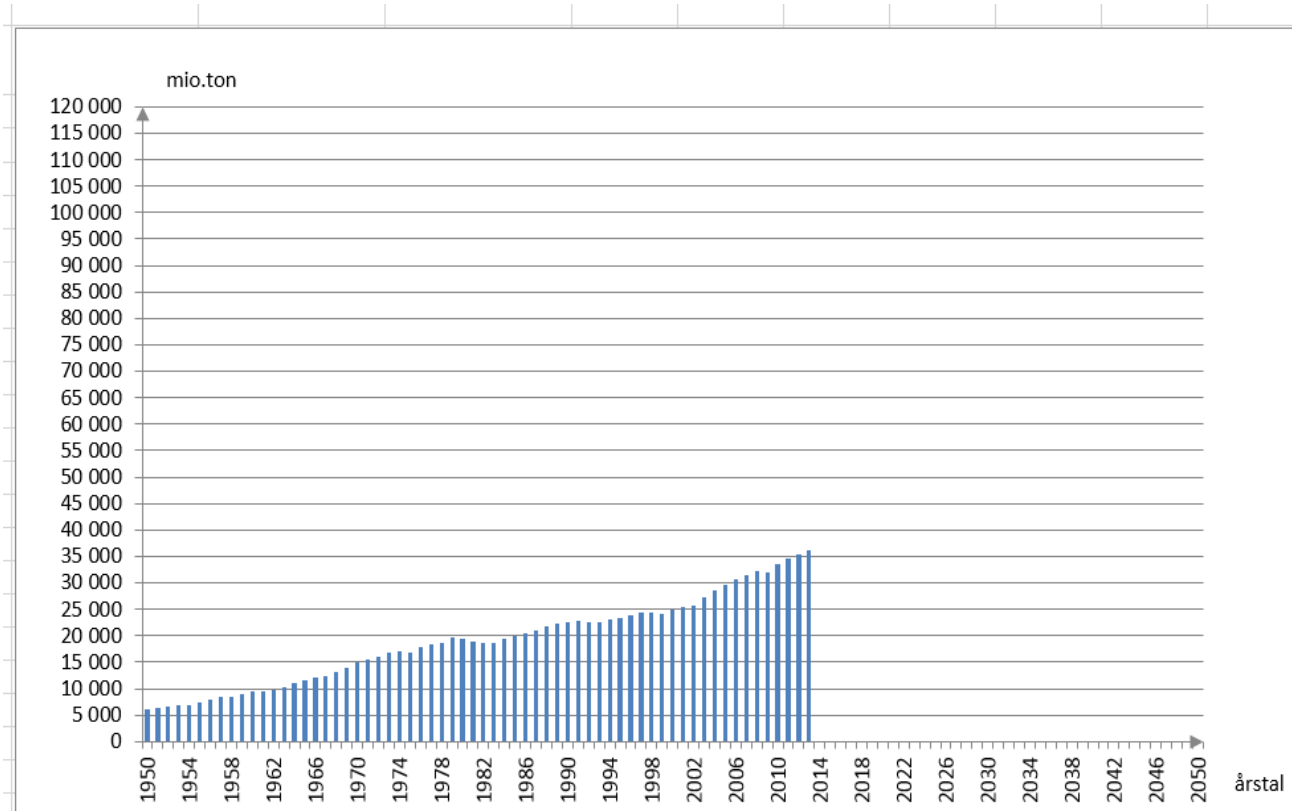
$x$  er antallet af år efter 1950.

**2.3** Forklar, hvilken betydning tallet 450 i model 1 og tallet 0,03 i model 2 har for modellernes beskrivelse af udviklingen.

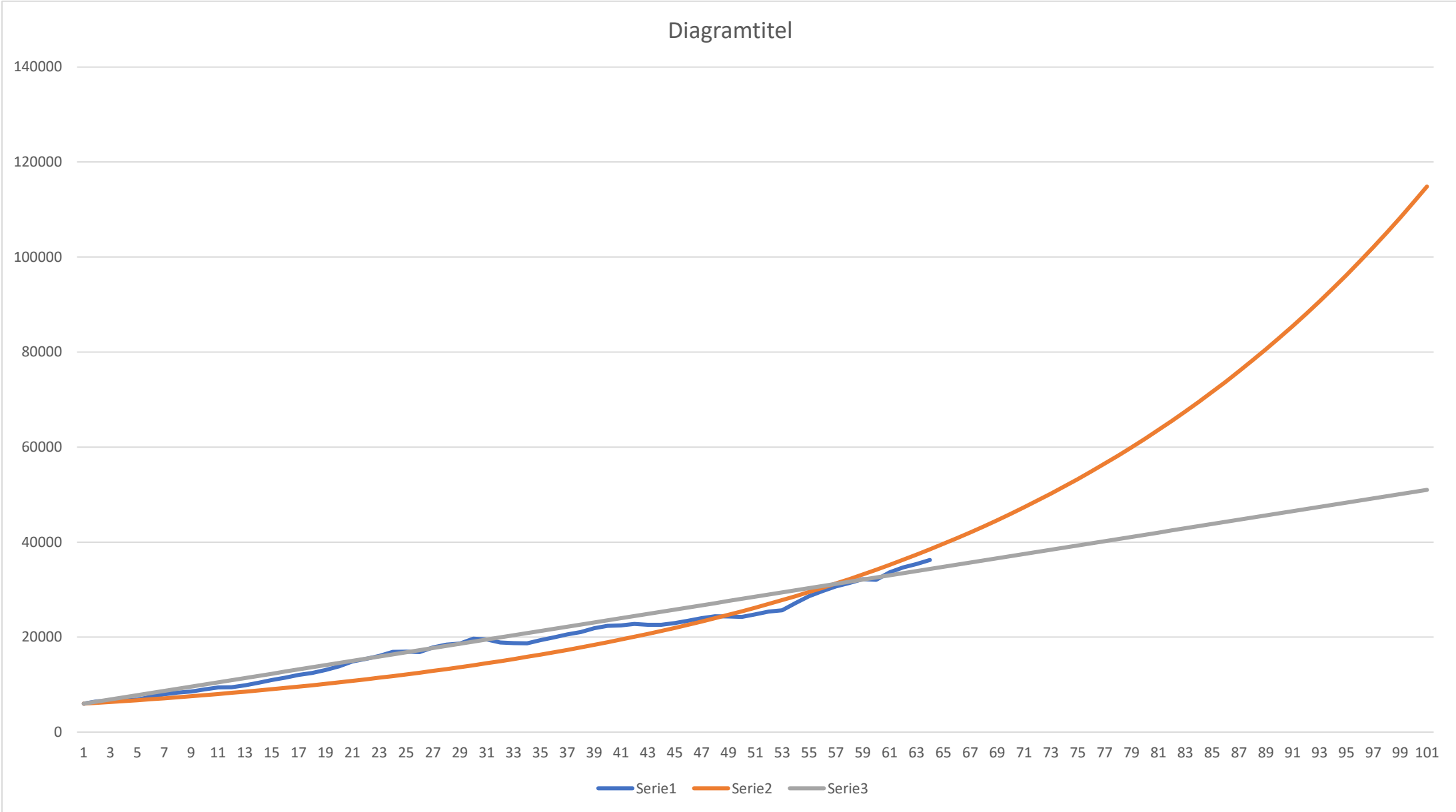
**2.4** Undersøg hvilken af de to modeller, der bedst beskriver udledningen af CO<sub>2</sub> i perioden 1950-2013.

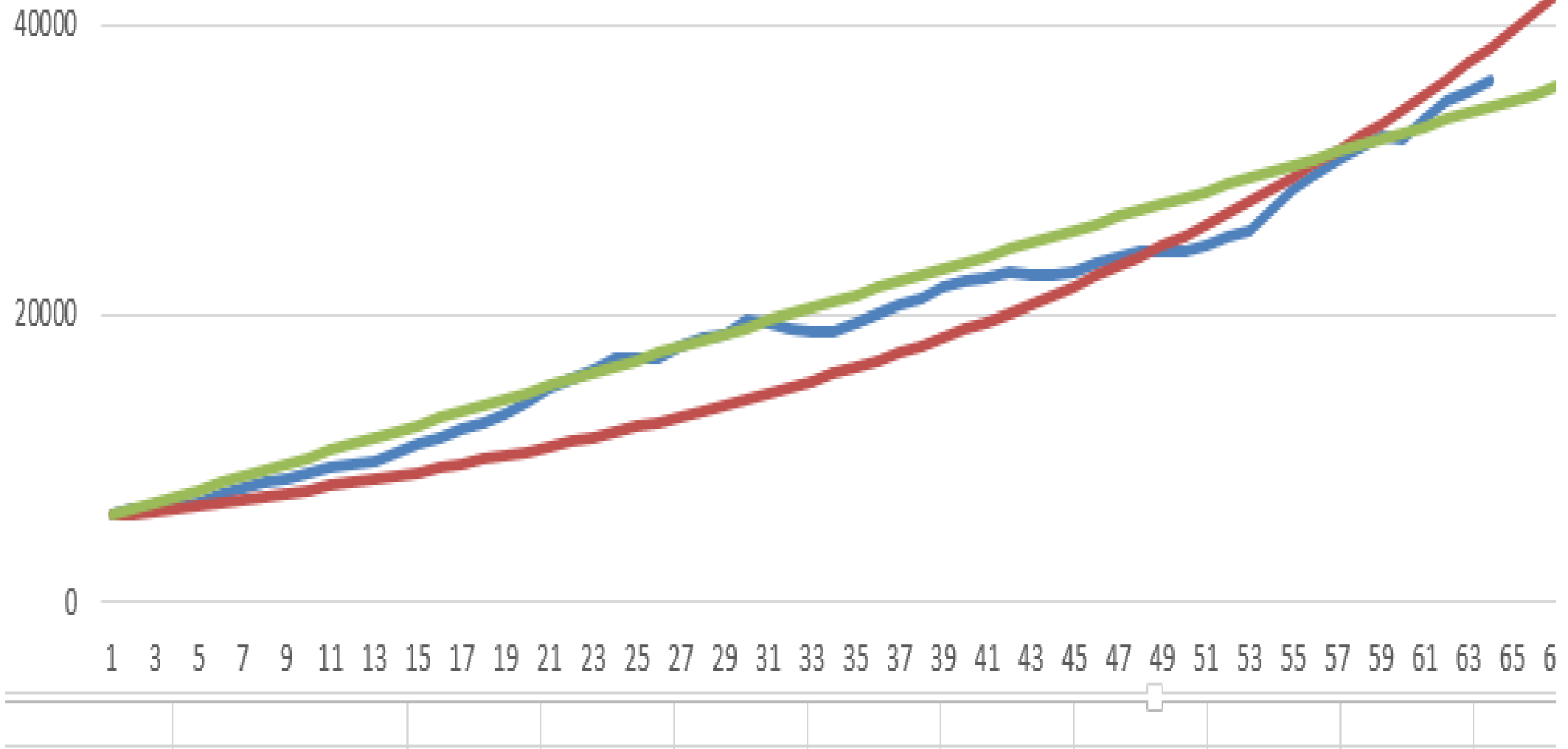
**2.5** Hvor stor er forskellen på de to modellers forudsigelse af den menneskeskabte udledning af CO<sub>2</sub> i 2050?

# Digitale værktøjer



Årstal	Antal år efter 1950	Udledning af CO <sub>2</sub> (mio. ton )	model2	model 1
1950	0	5976	5976	
1951	1	6479	6155,28	6450
1952	2	6581	6339,938	6900
1953	3	6750	6530,137	7350
1954	4	6838	6726,041	7800
1955	5	7487	6927,822	8250
1956	6	7982	7135,657	8700
1957	7	8323	7349,726	9150
1958	8	8543	7570,218	9600
1959	9	8998	7797,325	10050
1960	10	9419	8031,244	10500
1961	11	9460	8272,182	10950
1962	12	9848	8520,347	11400
1963	13	10387	8775,957	11850
1964	14	10981	9039,236	12300
1965	15	11476	9310,413	12750
1966	16	12056	9589,726	13200
1967	17	12441	9877,417	13650
1968	18	13075	10173,74	14100
1969	19	13860	10478,95	14550
1970	20	14861	10793,32	15000
1971	21	15429	11117,12	15450

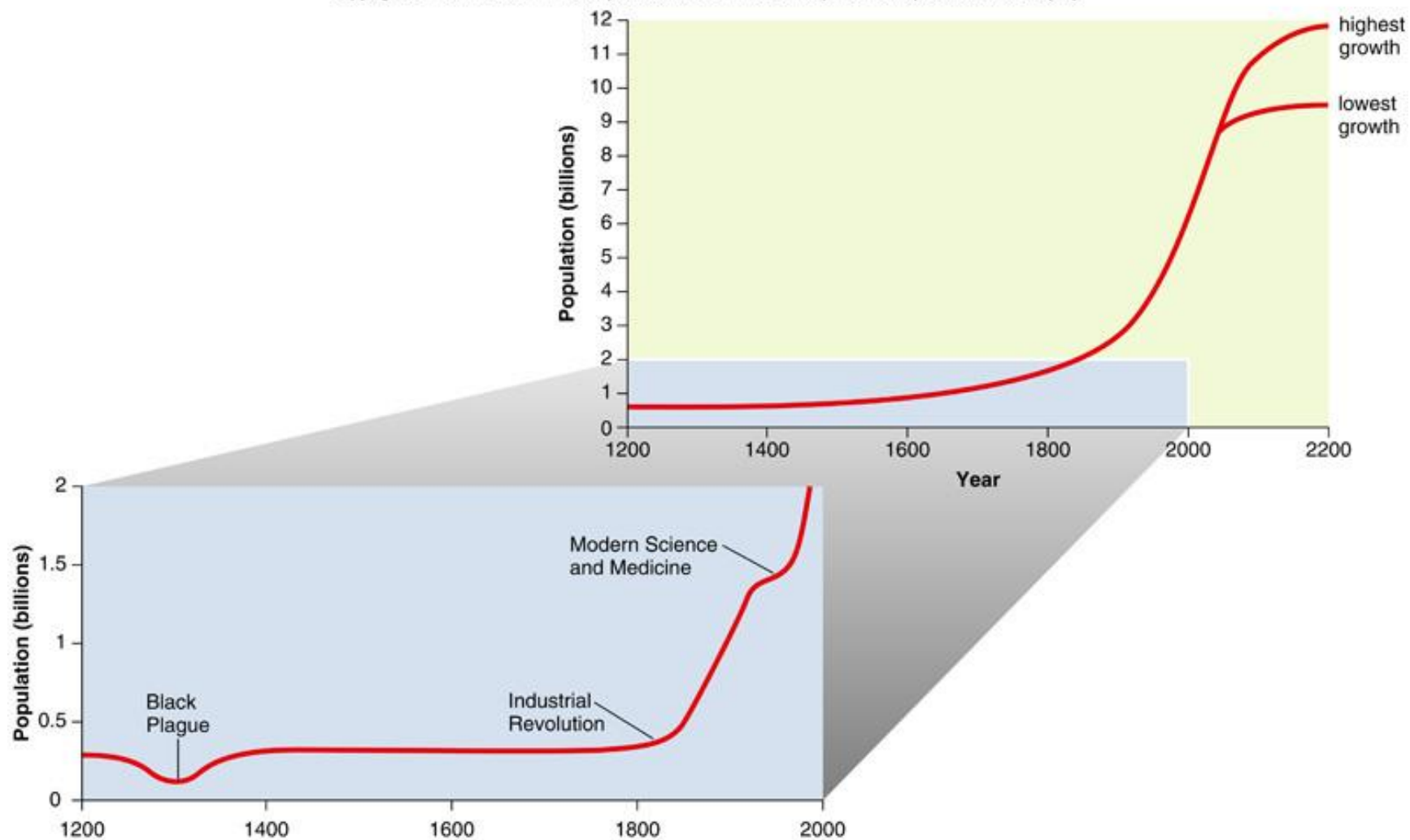




- »Vi risikerer, det hele går op i **klimahat og -briller**«. Klimaet er ret beset et mindre problem.»
- ”Tre milliarder flere mennesker truer vores livsstil - i virkeligheden meget mere end klimaet og alt muligt andet.”
- Katherine Richardson, professor i biologisk oceanografi og vicedekan på Københavns Universitet, leder af Københavns Universitets Sustainability Science Centre, medforfatter på FN rapporten om de 17 verdensmål.

# Befolkningsudvikling

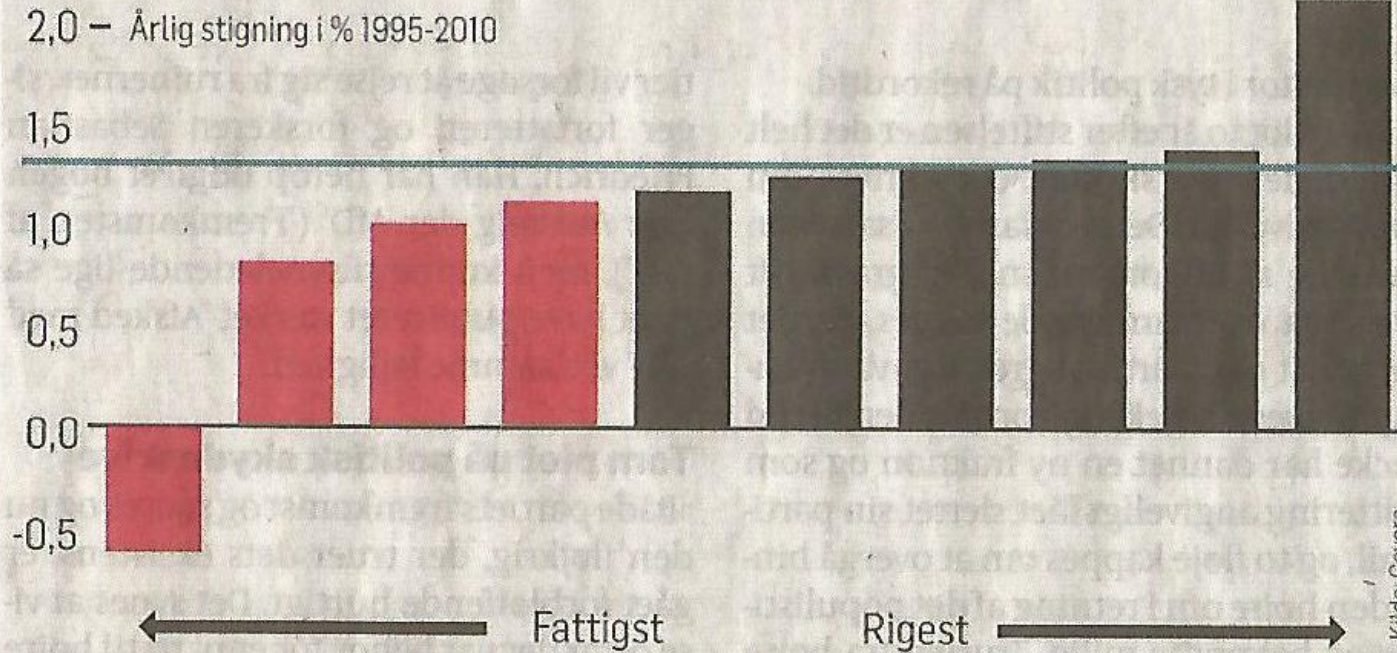
Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.





## Voksende ulighed i Danmark

Den årlige indkomststigning fra 1995 til 2010. De **40 % fattigste** burde ifølge FN hæves op over den gennemsnitlige **indkomststigning**.



I befolkningen er kun medtaget de 26-65 årige, fraregnet studerende og pensionister. Indkomsten er den disponible indkomst efter overførselsindkomster og skat. 2010 er nyeste tilgængelige tal.

# Formålet i folkeskolen

- Eleverne skal i faget matematik udvikle **matematiske kompetencer** og opnå færdigheder og viden, således at de kan begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer i deres aktuelle og fremtidige daglig-, fritids-, uddannelses-, arbejds- og samfundsliv.
- Stk. 2.  
Elevernes læring skal baseres på, at de selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at matematik forer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.
- Stk. 3.  
Faget matematik skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender **matematikens rolle i en historisk, kulturel og samfundsmæssig sammenhæng**, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab.

# Asylansøgere i Danmark



2011	3806		
2012	6184		
2013	7557		
2014	10649		
2015	15005		
2016	21143		
2017	29793		
2018	41981		
2019	59155		
2020	83355		

# Hvilken matematisk model?

2011	3806	
2012	6184	62,5%
2013	7557	22,2%
2014	10649	40,9%

2011	3806	
2012	6184	62,5%
2013	7557	22,2%
2014	10649	40,9%
2015	15005	40,9%
2016	21143	40,9%
2017	29793	40,9%
2018	41981	40,9%
2019	59155	40,9%
2020	83355	40,9%

8 438 270 119

Årstal	Antal	Procent
2011	3806	
2012	6184	62,5%
2013	7557	22,2%
2014	10649	40,9%
2015	15005	40,9%
2016	21143	40,9%
2017	29793	40,9%
2018	41981	40,9%
2019	59155	40,9%
2020	83355	40,9%
2021	117455	40,9%
2022	165505	40,9%
2023	233213	40,9%
2024	328619	40,9%
2025	463055	40,9%
2026	652488	40,9%
2027	919418	40,9%
2028	1295547	40,9%
2029	1825549	40,9%
2030	2572371	40,9%
2031	3624715	40,9%
2032	5107566	40,9%
2033	7197045	40,9%
2034	10141318	40,9%
2035	14290078	40,9%
2036	20136075	40,9%
2037	28373637	40,9%
2038	39981143	40,9%
2039	56337219	40,9%
2040	79384479	40,9%
2041	111860253	40,9%
2042	157621695	40,9%
2043	222103903	40,9%
2044	312965444	40,9%
2045	440997964	40,9%
2046	621407916	40,9%
2047	875622633	40,9%
2048	1233835256	40,9%
2049	1738590784	40,9%
2050	2449839147	40,9%

# Dennis Christensen 2010

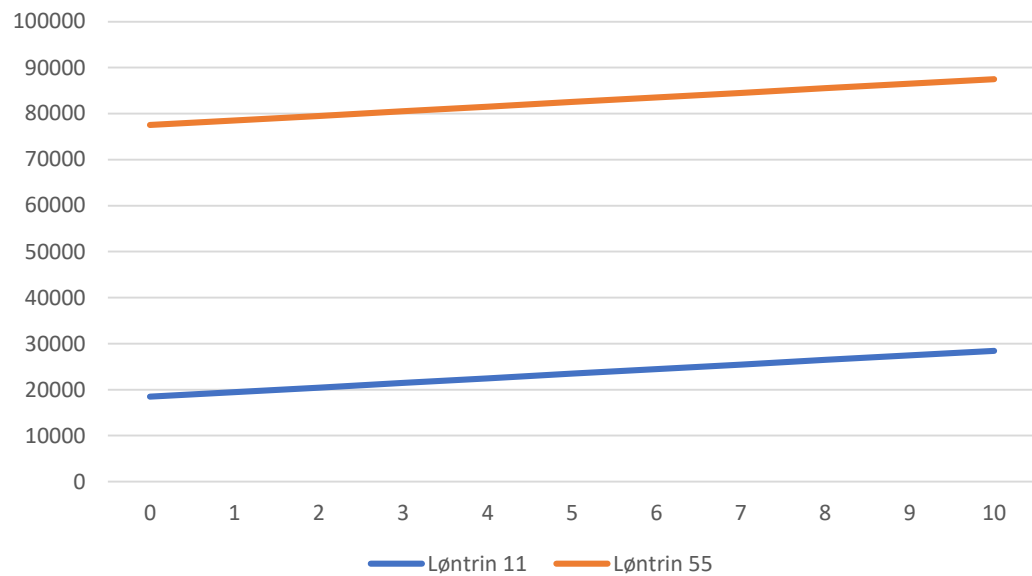
- Forskellen på at tænke i ensartede kronebeløb eller ensartede procentsatser er til at tage og føle på.
- Hvis hver eneste ansat i kommunerne får en tusindekroneseddel i hånden, så giver det de ansatte på løntrin 11 (18450,38) en lønstigning på 5,48 %, mens de ansatte på løntrin 55 (77519,38) opnår en fremgang på 1,29 %.
- Fordeler man i stedet den samlede pris for den øvelse på en anden måde, så ser billedet helt anderledes ud. Gives beløbet som samme procentvise stigning til alle kommunalt ansatte, så bliver der 611 kr. til den ansatte på løntrin 11, mens den ansatte på løntrin 55 får ikke mindre end 2.838 kr.



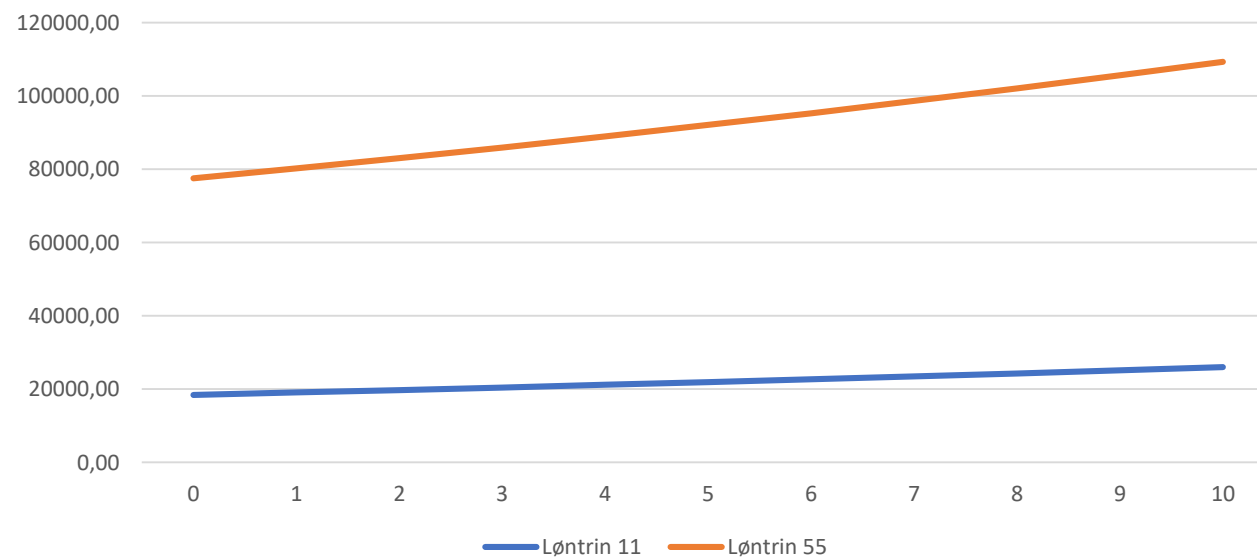
	Løntrin 11	Løntrin 55			Løntrin 11	Løntrin 55	
0	18450,38	77519,38			0	18450,38	77519,38
1	19450,38	78519,38			1	19096,14	80232,56
2	20450,38	79519,38			2	19764,51	83040,70
3	21450,38	80519,38			3	20456,27	85947,12
4	22450,38	81519,38			4	21172,24	88955,27
5	23450,38	82519,38			5	21913,26	92068,71
6	24450,38	83519,38			6	22680,23	95291,11
7	25450,38	84519,38			7	23474,04	98626,30
8	26450,38	85519,38			8	24295,63	102078,22
9	27450,38	86519,38			9	25145,97	105650,96
10	28450,38	87519,38			10	26026,08	109348,74



### Lønudvikling ved fast lønstigning

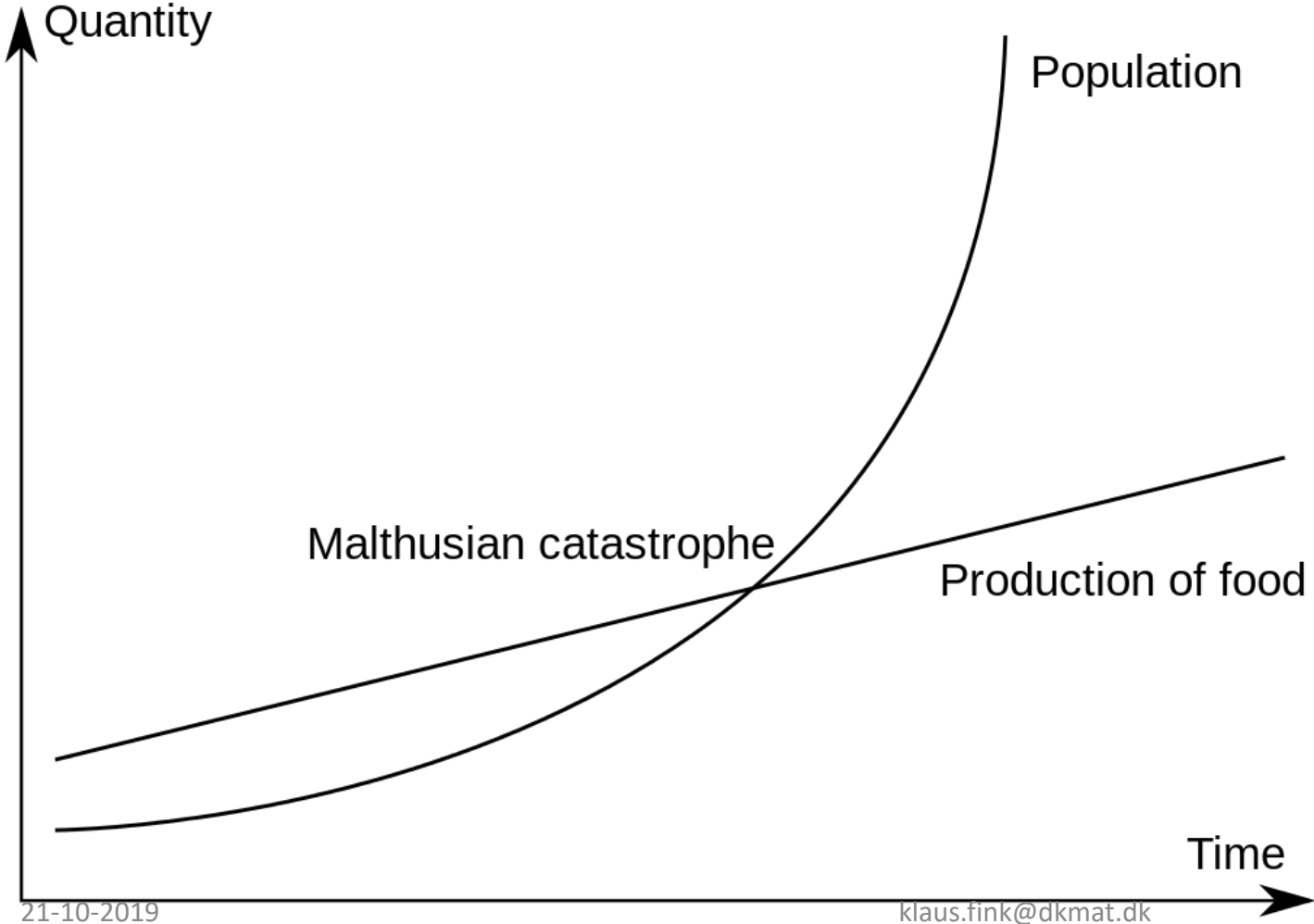


### Lønudvikling ved samme procentuelle lønstigning



# Thomas Malthus

1766 - 1834



# Vækst i grundskolen

- Lineær vækst
- $f(x) = a \cdot x + b$
- Eksponentiel vækst
- $f(x) = b \cdot a^x$
- Potensvækst
- $f(x) = b \cdot x^a$

# Ekspontielle funktioner

$$f(x) = b \cdot a^x$$

Kendetegn: Samme relative vækst – positiv eller negativ – pr. tidsenhed.

Hvor findes de i virkeligheden?

Undersøgelse i GeoGebra

# Procentuel (eksponentiel) vækst

## Økonomi

Når man ændrer en størrelse flere gange med samme procentdel, kalder man det **procentuel vækst**. I økonomi kalder man det også **sammensat rente**. Sammensat rente forekommer fx i forbindelse med en **opsparing**.

Formel for sammensat rente:

$$K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$$

$n$ : antallet af **terminer**

$K_n$ : størrelsen af **kapitalen** efter  $n$  terminer

$K_0$ : **startkapitalen**

$r$ : **renten** pr. termin i procent

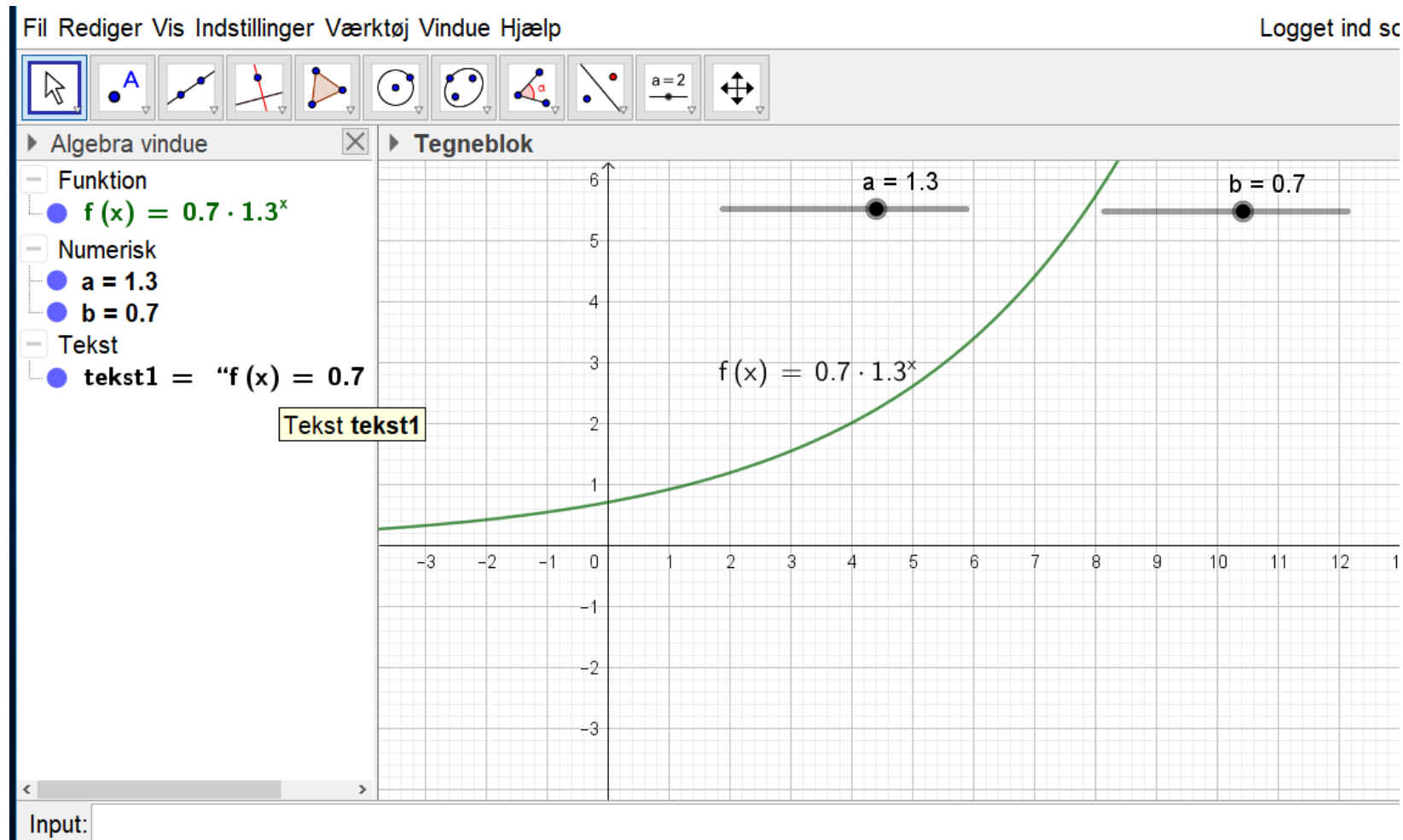
Matematiske formler og fagord  
<https://uvm.dk/folkeskolen/folkeskolens-proever/forberedelse/proevevejledninger>

# Et sidespring

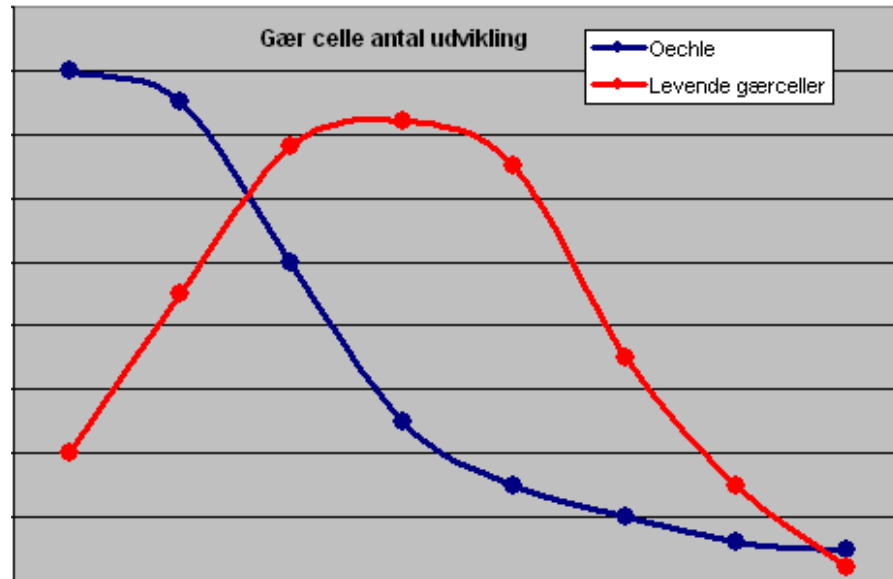
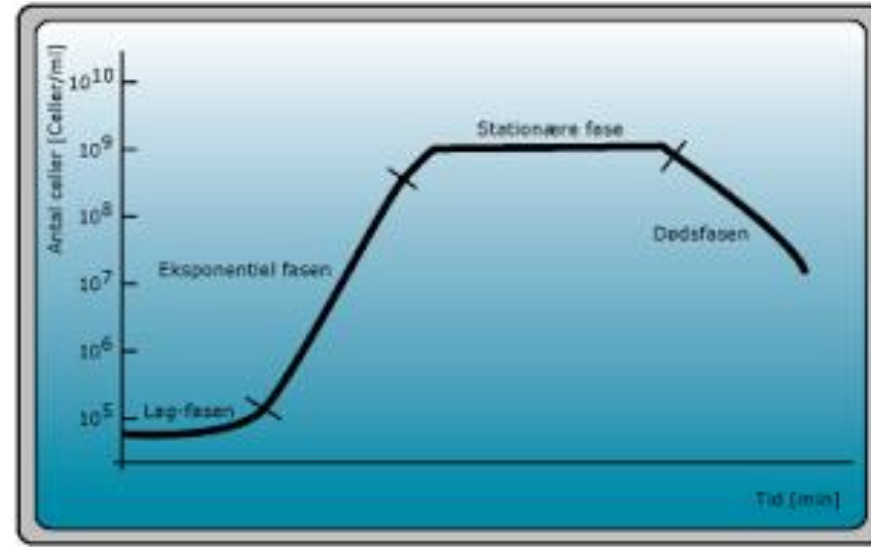
- Gennemsnitlig rente
- 1. år: 5 % vækst
- 2. år: 25 % vækst
- Gennemsnit: 15 % ?
- 1. år: 1,05
- 2. år:  $1,05 \cdot 1,25$
  
- $G = \sqrt{a \cdot b}$



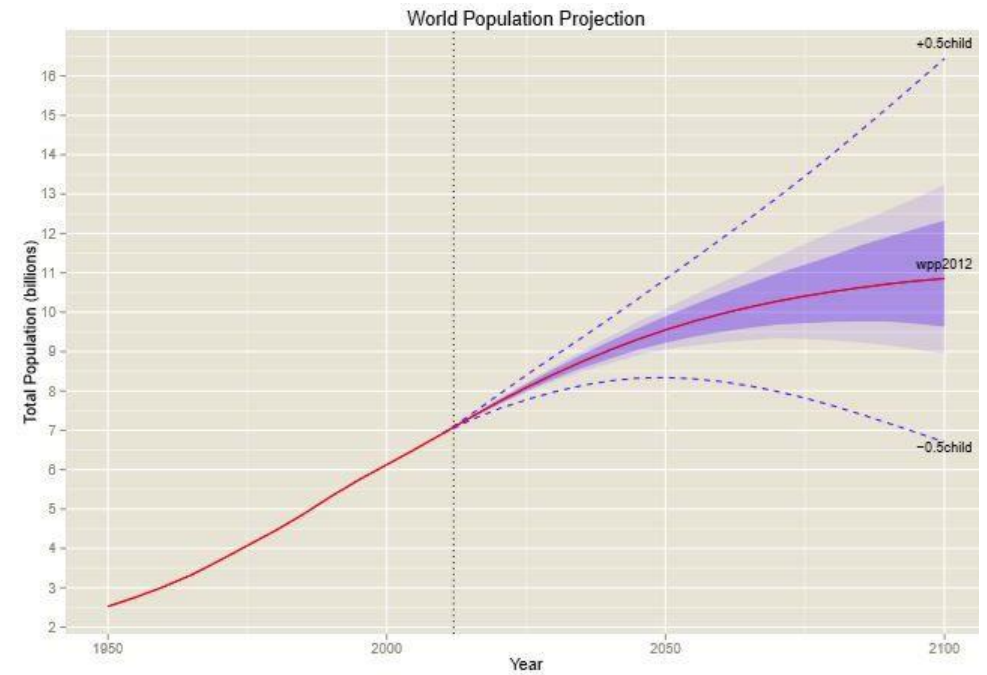
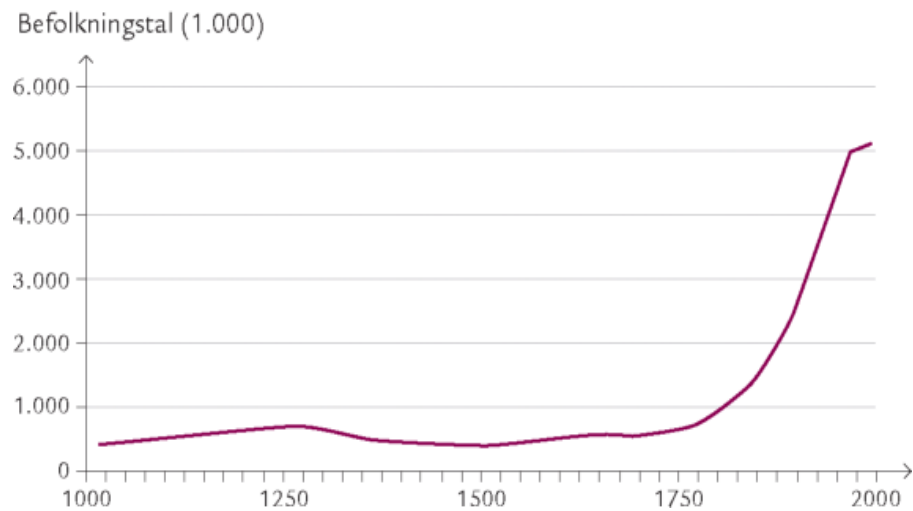
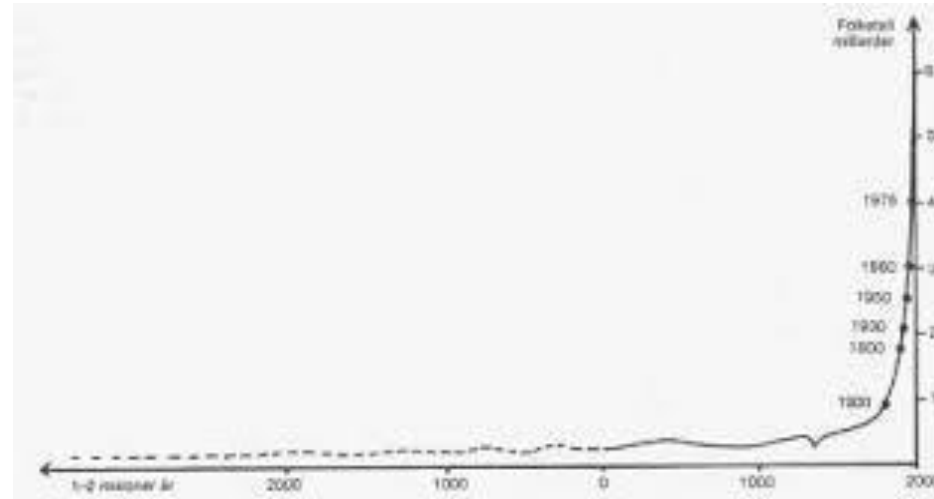
# Undersøgelse i GeoGebra



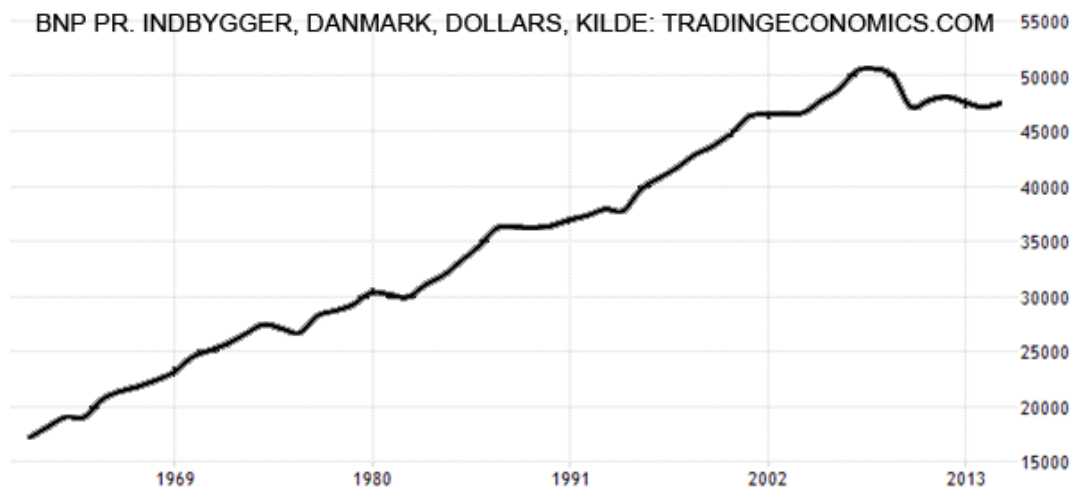
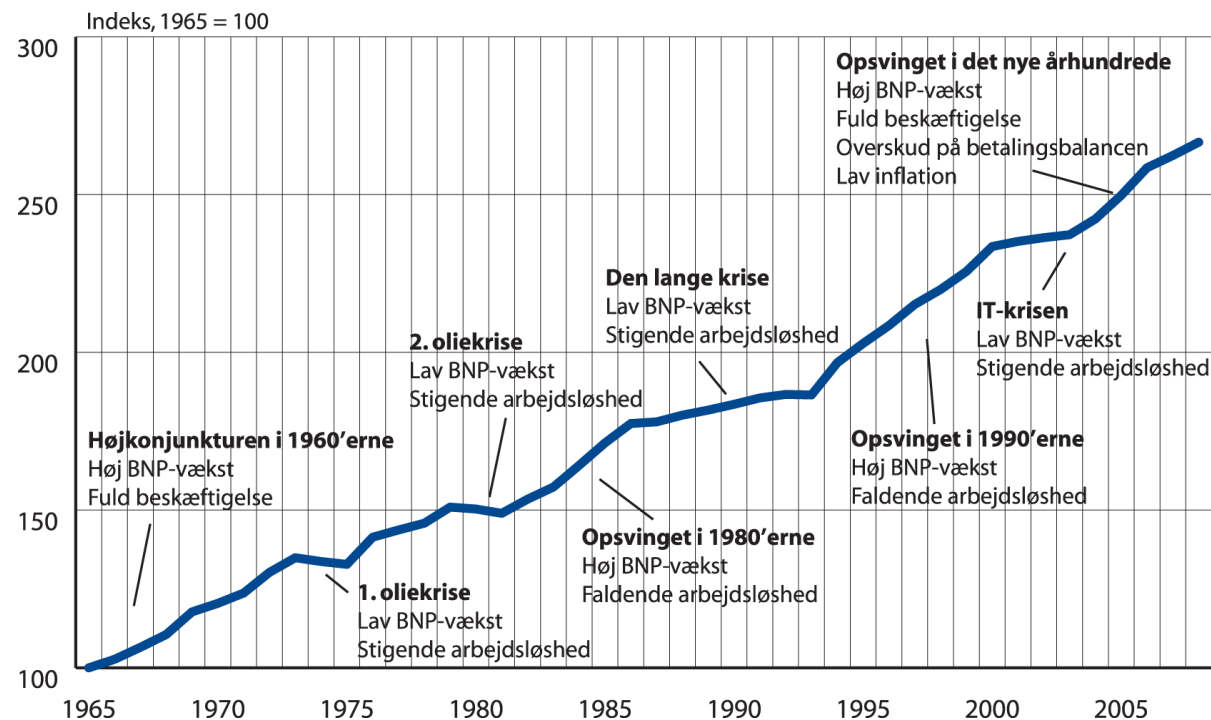
ØL



# Mennesker



# Penge

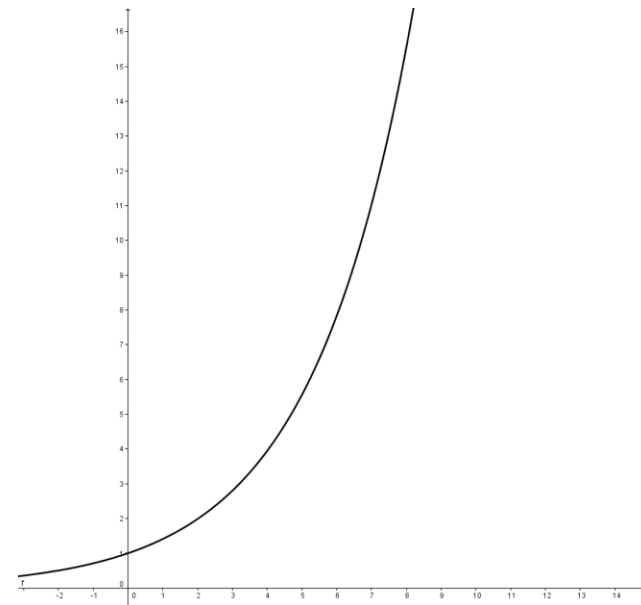
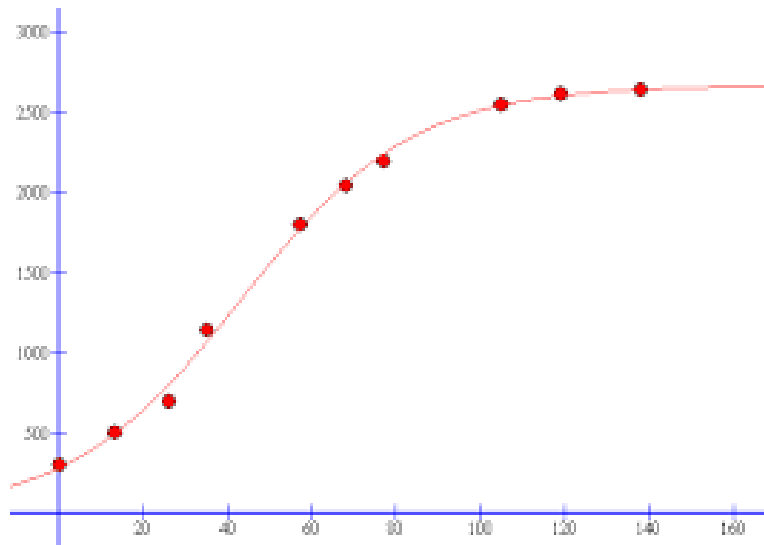


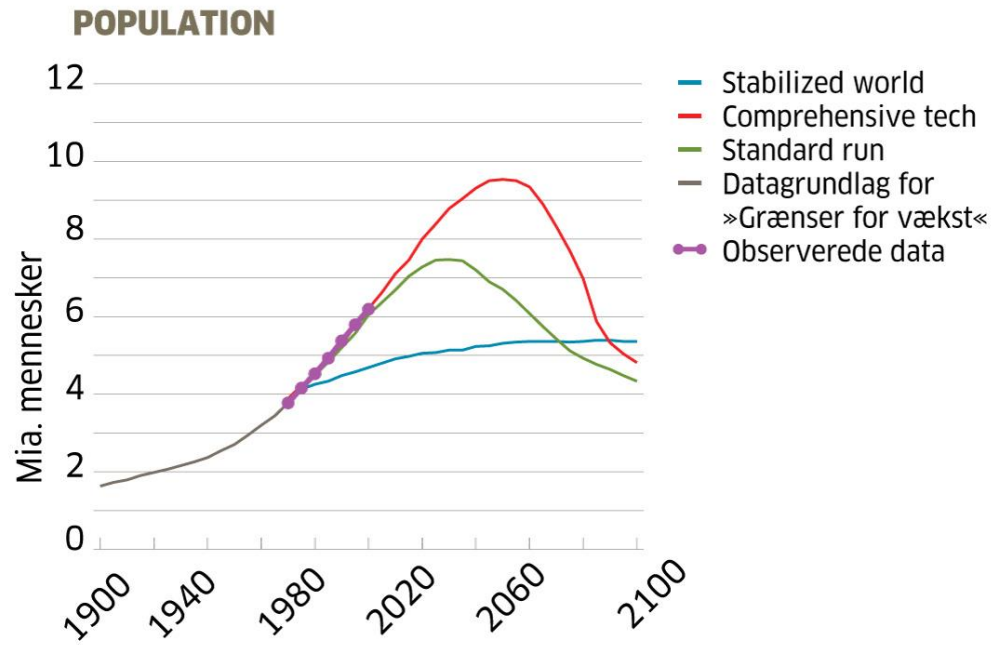
# Ekspontientiel vækst?

- Den økonomiske vækst over tid ser ud til at være lineær
- Målemetoden (BNP)?
- Vi er kun i starten af en vækst?
- Men for den enkelte kapitalejer skal der være forrentning i procenter.
- Hvert år!

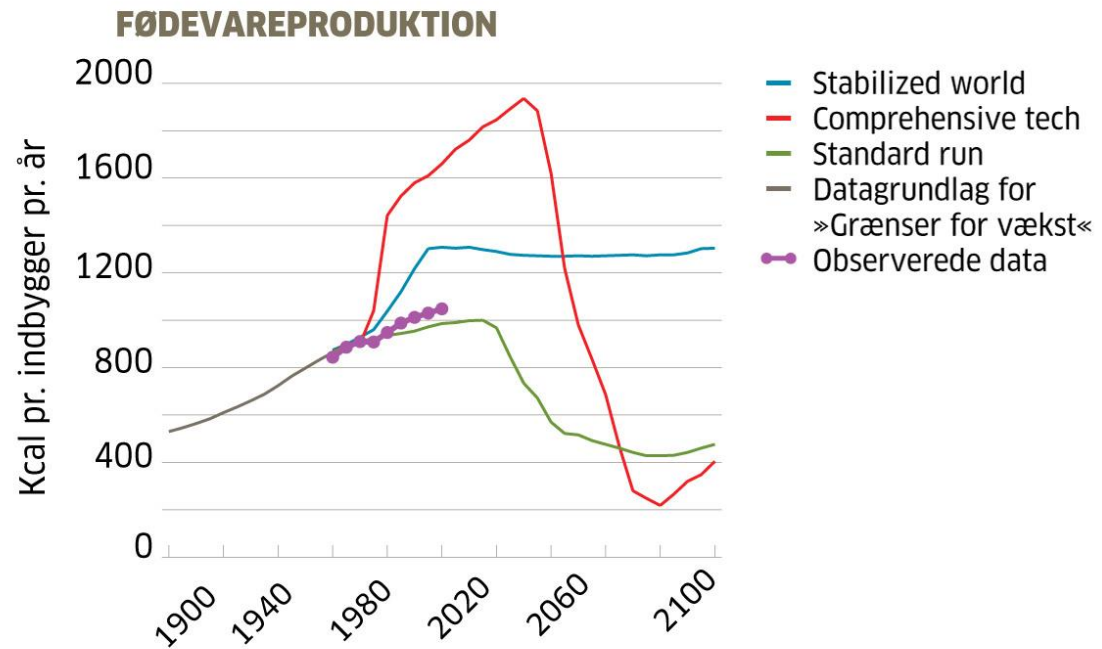
# Grænser for vækst?

- Eksponentielle funktioner eksisterer uendeligt i matematikken.
- Eksponentielle funktioner eksisterer kun i korte perioder i virkelighedens verden.

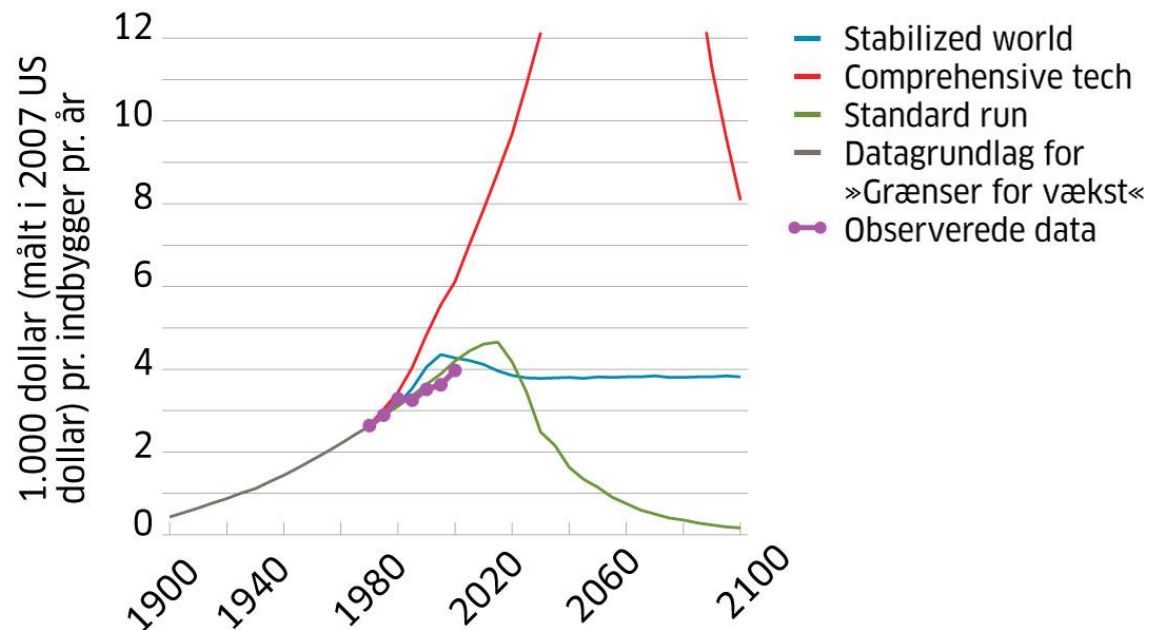




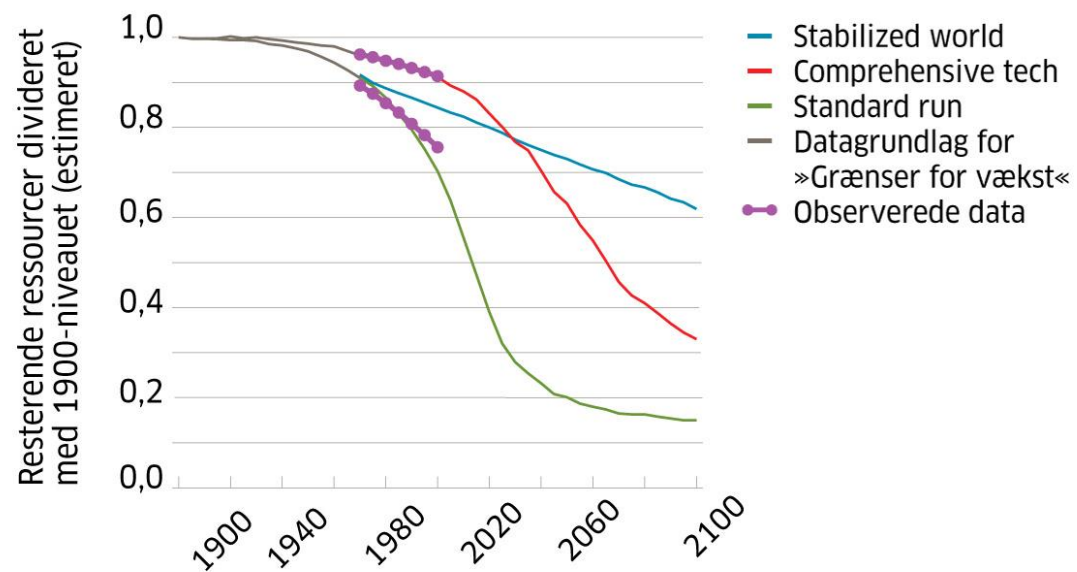
# Hvordan gik det med grænser for vækst?



## INDUSTRIPRODUKTION

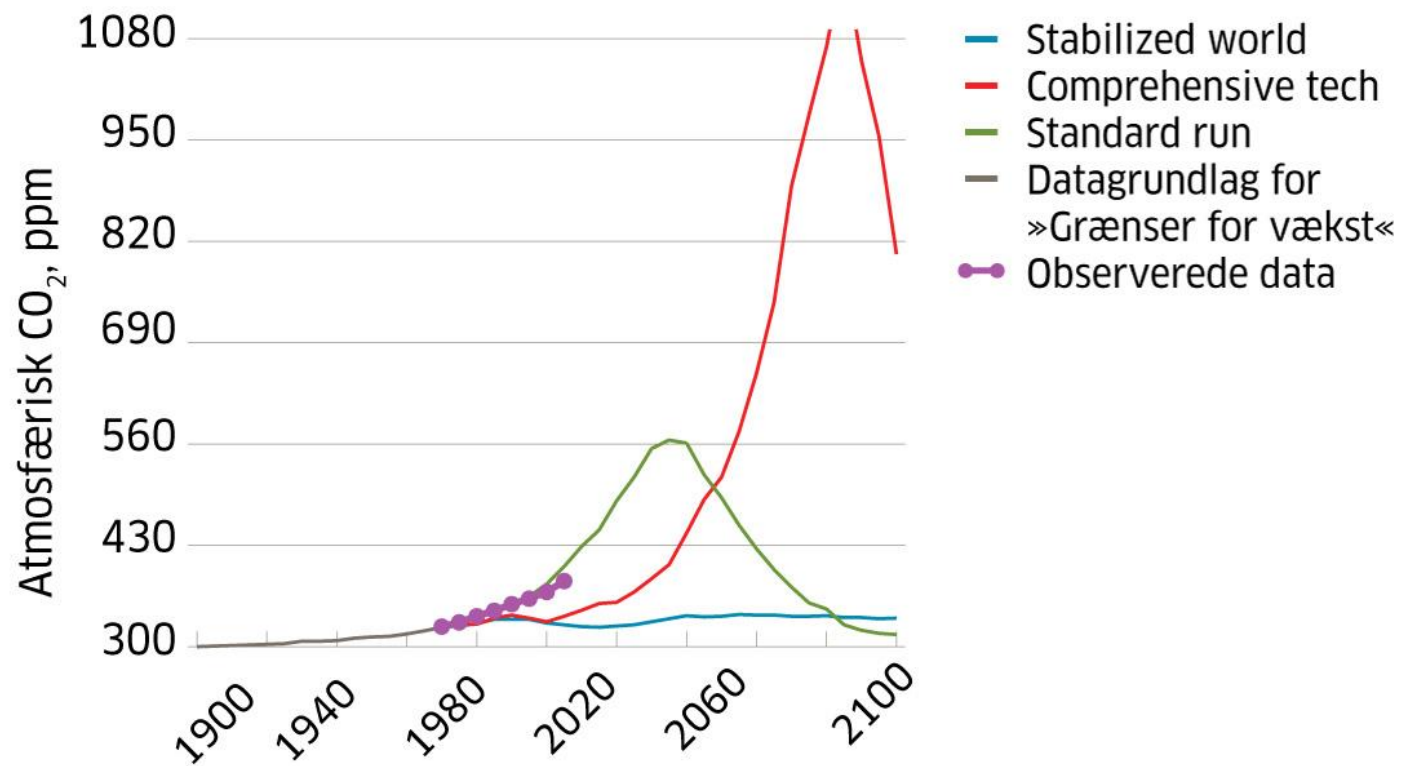


## UERSTATTELIGE RESSOURCER





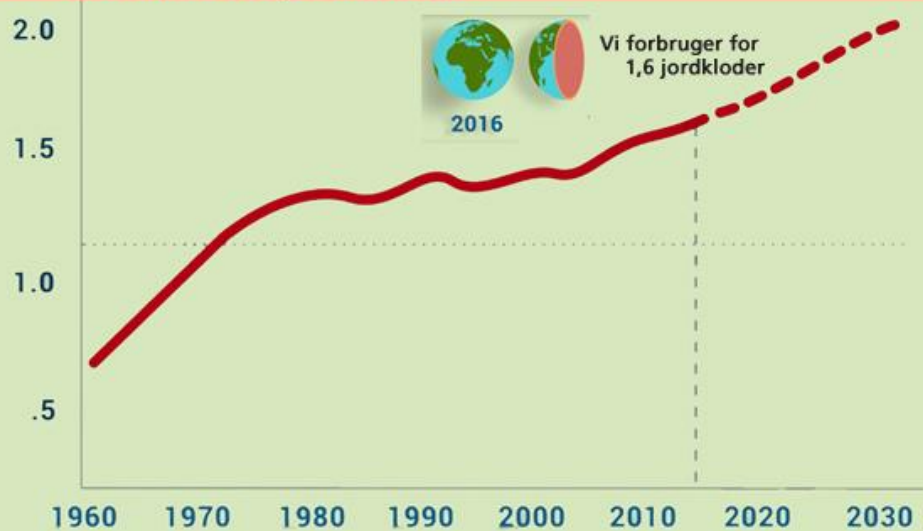
## GLOBAL FORURENING



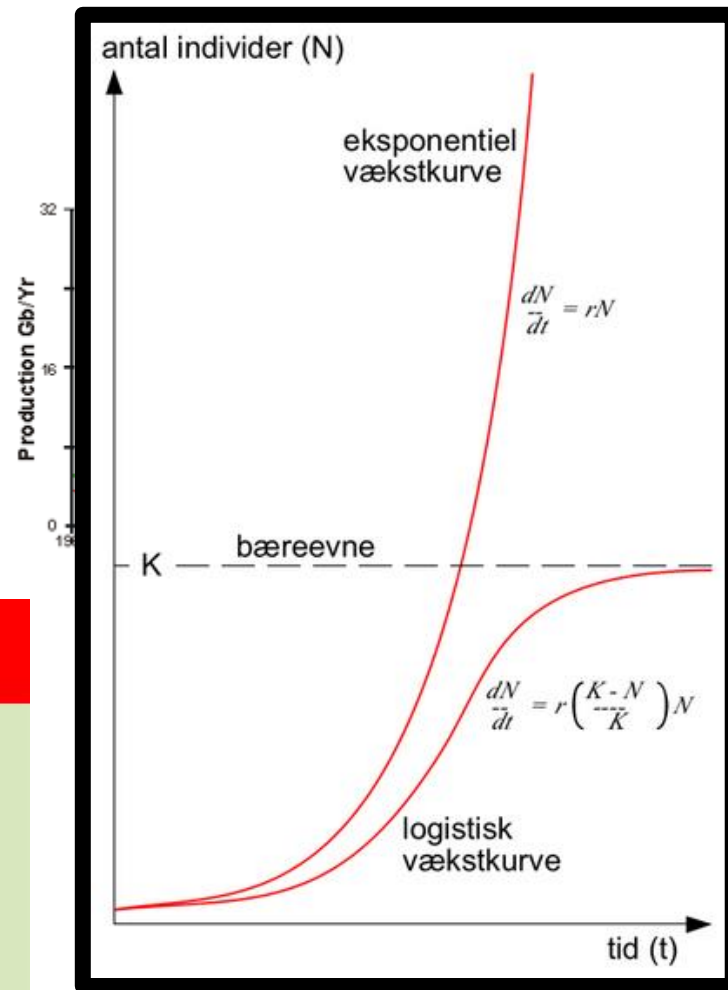


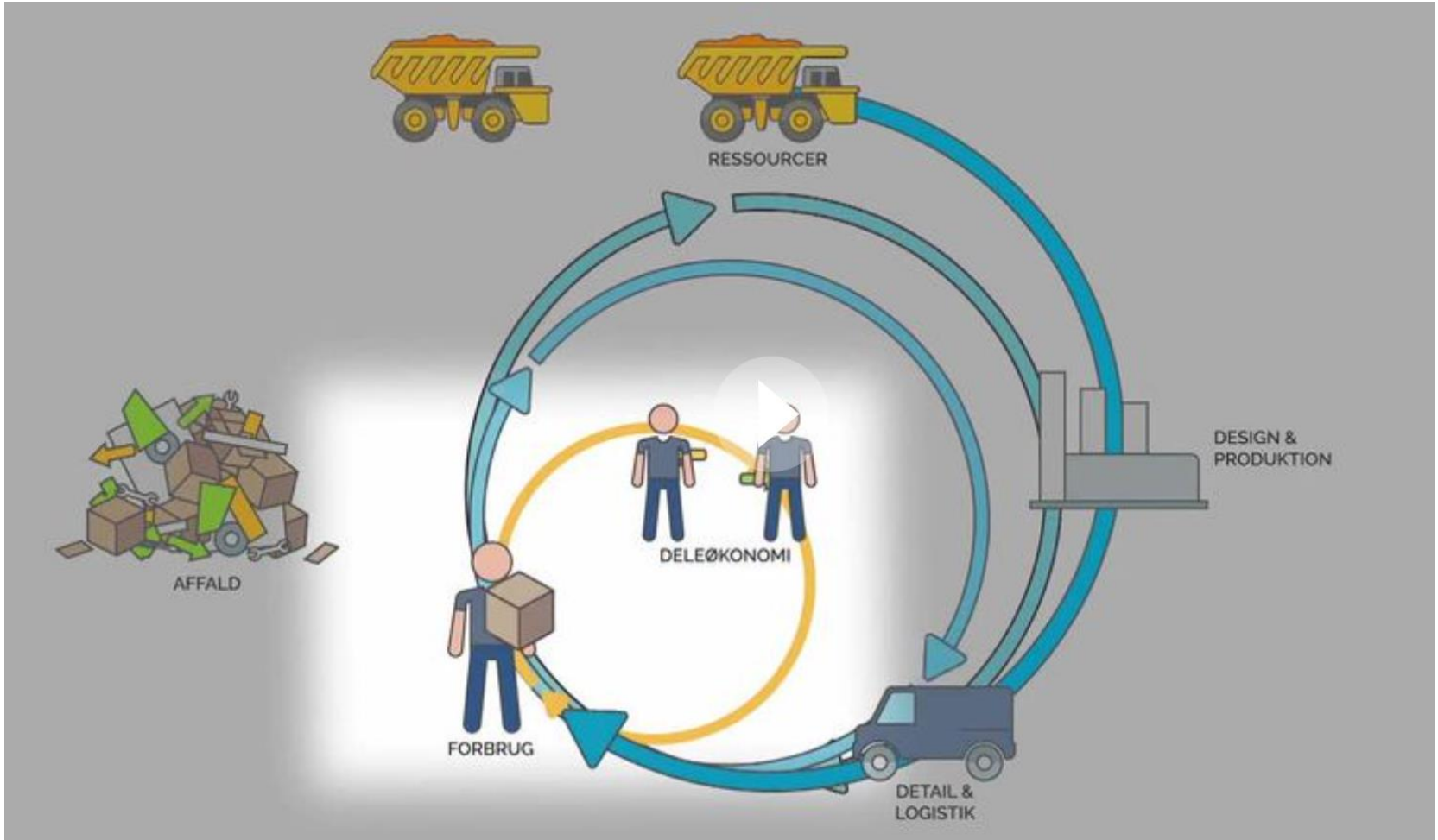
## Det økologiske fodspor

Data baseret på 180 lande



Kilde: Global Footprint Network





# Inge Røpke, professor i økologisk økonomi, Aalborg Universitet i København



Økonomisk teori er udfordret  
Endnu er mainstream ikke  
rokket meget



Brug for ny økonomisk teori  
baseret på heterodokse skoler



Økologisk økonomis særlige  
bidrag: det biofysiske grundlag



(96) Begivenheder x ØKOLOGISK ØKONOMI x

www.ecomacundervisning.dk

# ØKOLOGISK ØKONOMI

INTRODUKTION v TEMAER v DOWNLOAD [TIL UNDERVISERE](#)

The main content area is a 2x3 grid of topic cards. Each card has a background image and a title in white text. The top-left card shows a fire. The top-middle card shows a microscopic view of cells. The top-right card shows a line graph. The bottom-left card shows a world map. The bottom-middle card shows two large arrows pointing left and right. The bottom-right card shows a person speaking into a microphone.

- DET BIOFYSISKE PERSPEKTIV TEMA
- VÆKST OG MILJØ TEMA
- DRIVKRÆFTER OG FORDELING TEMA
- NATURSYN OG ETIK TEMA
- POLITISKE BESLUTNINGER TEMA

www.ecomacundervisning.dk/energigrundlaget/

Windows taskbar: 22:52 15-05-2017

<http://www.ecomacundervisning.dk/>



# Logistisk model

## Et eksempel

To mus svømmer ud på en lille ø, hvor der hverken er andre mus eller lumske ræve. Der er masser af mad til to mus, men desværre viser det sig for musene, at øen kun giver mad og plads til 500 mus.

Musene opfører sig som "vilde" kaniner og bestandens vækstrate er 1,5 pr. måned!

Hvordan vil det mon gå med musebestanden?



# Almindelig vækst

Vækstraten er 1,5, hvilket betyder, at fremskrivningsfaktoren er 2,5 pr. måned.

$$b(0) = 2$$

$$b(1) = 2 + 1,5 \cdot 2 = 5$$

$$b(2) = 5 + 1,5 \cdot 5 = 12,5$$

$$b(t + 1) = b(t) + 1,5 \cdot b(t)$$

$$b(t + 1) = b(t) + T$$

$T$  er tilvæksten

# Trinvis fremskrivning i regneark

$$b(t + 1) = b(t) + T$$

Begyndelsesværdi	2	
Vækstrate	1,5	
	Måned nr.	Antal mus
	0	2
	1	5
	2	13
	3	31
	4	78
	5	195
	6	488
	7	1 221
	8	3 052
	9	7 629
	10	19 073
	11	47 684
	12	119 209



# Vækstraten ændrer sig

Antagelse: Der er kun føde nok til 500 mus på øen.

Hvis antallet af mus  $b(t)$  er lille skal vækstraten være tæt på 1,5 (den maksimale vækstrate).

Hvis antallet af mus er 500 skal vækstraten være 0.

Model for vækstraten:

$$\text{vækstrate} = 1,5 - 1,5 \cdot \frac{\text{antal mus}}{500}$$

Model for væksten:

$$b(t + 1) = b(t) + \left( 1,5 - 1,5 \cdot \frac{b(t)}{500} \right) \cdot b(t)$$

# Logistisk vækst

$$b(0) = 2$$

$$b(1) = 2 + \left( 1,5 - 1,5 \cdot \left( \frac{2}{500} \right) \right) \cdot 2 = 4,988$$

$$b(2) = 5,984 + \left( 1,5 - 1,5 \cdot \left( \frac{4,988}{500} \right) \right) \cdot 4,988 = 12,395359568$$

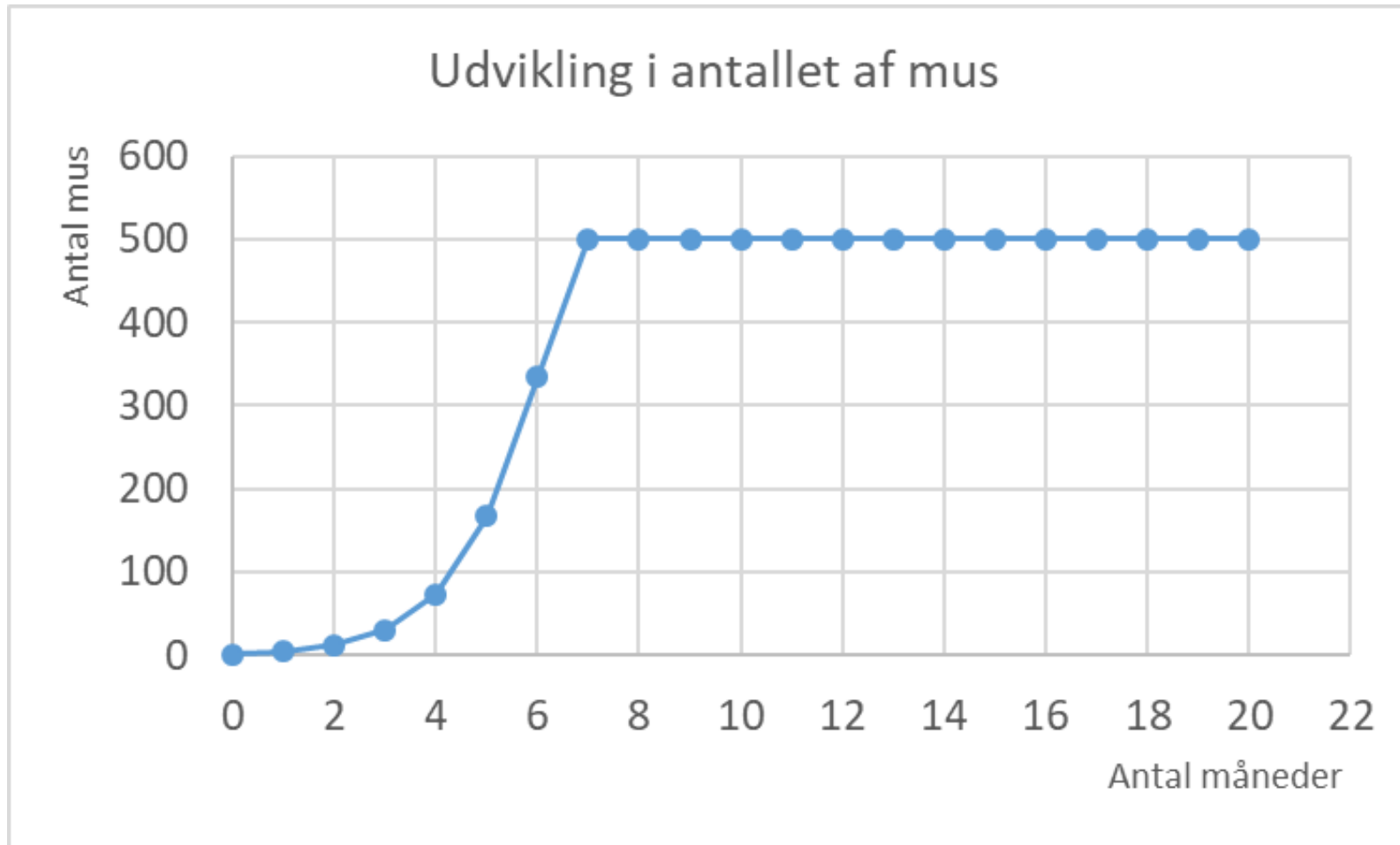
$$b(3) = 30,527$$

$$b(10) = 499,914$$

$$b(11) = 500,043$$

# Trinvis fremskrivning i regneark

Begyndelsesværdi	2	
Maksimal vækstrate	1,5	
Krtisk mængde	500	
	Måned nr.	Antal mus
	0	2,000
	1	4,988
	2	12,395
	3	30,527
	4	73,523
	5	167,590
	6	334,716
	7	500,686
	8	499,656
	9	500,172
	10	499,914
	11	500,043
	12	499,979



# Vækstraten ændrer sig - generalisering

Den maksimale vækstrate  $r$  (vækstraten ved små værdier af populationen).

Hvis antallet af mus  $b(t)$  er lille skal vækstraten være tæt på  $r$ .

Hvis antallet af mus  $b(t)$  er lig med  $K$  (kritisk mængde) skal vækstraten være 0.

$$\text{vækstrate} = r - r \cdot \frac{b(t)}{K}$$

$$b(t + 1) = b(t) + \left( r - r \cdot \frac{b(t)}{K} \right) \cdot b(t)$$

# Judas

v3. Da Judas, som forrådte ham, så, at han var blevet dømt, angrede han og bragte de tredive sølvpenge tilbage til ypperstepræsterne og de ældste

v4. og sagde: »Jeg har syndet og forrådt uskyldigt blod.« Men de svarede: »Hvad kommer det os ved? Det bliver din sag.«

v5. Så kastede han sølvpengene ind i templet, forlod stedet og gik hen og hængte sig.

v6. Ypperstepræsterne tog sølvpengene, men sagde: »Det er ikke lovligt at lægge dem i tempelblokken, da det er blodpenge.«

Men dette er ikke sandt – nu får I den rigtige historie!

# Judas

År	Saldo
33	30,00
34	30,60
35	31,21
36	31,84
37	32,47
38	33,12
39	33,78
40	34,46
41	35,15
42	35,85
43	36,57
44	37,30
45	38,05

2008	2900417284141290000,00
2009	2958425629824110000,00
2010	3017594142420590000,00
2011	3077946025269010000,00
2012	3139504945774390000,00
2013	3202295044689870000,00
2014	3266340945583670000,00
2015	3331667764495340000,00
2016	3.398.301.119.785.250.000,00

# Luther om åger

- I 1519 skrev Luther sit første skrift, hvori han kritiserer udlån af penge til en ublu rente, som han kalder "*åger*" (wucher).
- 1524 udgiver han et større skrift: *Bucher vom Kaufhandel und Wucher*
- 1540, udgiver han sit største økonomiskrift: *An den Pfarrherrn wider den Wucher zu predigen*
- Luther brød sig nok ikke om den nye spirende kapitalisme med bankvæsen og kolonier.



# Et Luther-citat

- Evangeliet fordrer nemlig, at du skal elske din næste som dig selv, men i økonomien ser Luther den menneskelige "*begærlighed*" udfolde sig. Den begærlighed, der for Luther ligesom for Paulus er "*roden til alt ondt*"
- "*Den, der udsuger en anden hans næring, røver og stjæler, han begår lige så stort et mord (så vidt det står til ham), som den, der sulter en anden ihjel og han helt fordærver. Men sådan gør en ågerkarl og sidder imens sikker i sin stol, skønt han rimeligere skulle hænge i galgen----. Imens hænger man de små tyve ... Småtyve er i stokken, store tyve pranger i guld og silke ... Derfor er der på jorden ingen større menneskefjende (efter djævelen) end en gerrigpind og ågerkarl, thi han vil være gud over alle mennesker*".

# Luthers fire råd til etisk økonomi

- *"vi tillader, at man fratager og frarøver os, hvad vi ejer, sådan som Kristus lærer (Matt.5)"*
- *"man giver vederlagsfrit til alle, der trænger til det, sådan som Kristus også selv lærer det sammesteds"*
- et decideret udlån med det formål at ville opnå en fordelagtig gevinst, og den der agerer sådan er i Luthers øjne *"en åbenlys og fordømt ågerkarl"*
- *"betale det kontant eller vare med vare"*
- For Luther er det om at gøre, at mennesket skal *tjene* sin næste, men ikke *tjene på* sin næstes behov!