

Mit første møde med matematikken Forlaget Matematik

Matematikken som bagage i rejsen fra børnehave til skole

Torsdag den 4. april 2013
Odense Congress Center

Stig Broström

Aarhus Universitet
Institut for Læring og Pædagogik (DPU)
Forskningsenheden Barndom Læring og Didaktik

Matematik - definition

- **Matematik kan defineres som et redskab til at organisere, systematisere om kommunikere om rum, tid og kvantiteter**

Mankiewicz, 2001

- **Tre matematiske færdigheder:**

- **Numeriske**, intuitiv fornemmelse for antal og mængder
- **Sproglige**, udtrykke tal i mundtlige og skriftlige symboler
- **Spatiale evner**, udskille og håndtere rummet og rumlige relationer

LeFevre m.fl., 2010

Matematik i dagtilbud - Finland

Der er i Norden en tiltagende interesse for matematik i dagtilbud for de 1-5 årige børn. Også i forskning: Camilla Björklund, Ingrid Pramling Samuelsson; Maritta Lindahl; Camilla Öhberg

FINLAND, *Grunderna för planen för småbarnsfostran*, Stakes 2005, s. 33:

Den matematiske tilgang funderer sig på at lave **sammenligninger**, at drage **konklusioner** og at **tælle** i hverdagsagtige legerelaterede situationer ved brug af konkrete materialer

Matematik i dagtilbud

- SVERIGE, ny Läroplan i förskolan, 2011:

Nya mål i förskolans läroplan i matematik är att förskolan ska sträva efter att varje barn:

- utvecklar sin förståelse för **rum, form, situation och riktning** och grundläggande egenskaper hos **mängder, antal, ordning och talbegrepp** samt för **mätning, tid och förändring**
- utvecklar sin förmåga att använda matematik för att **undersöka, reflektera** över och pröva olika lösningar av egna och andras **problemställningar**
- utvecklar sin förmåga att **urskilja, uttrycka, undersöka** och använda matematiska begrepp och samband mellan begrepp och utvecklar sin matematiska förmåga att föra och följa **resonemang**

Norsk Rammeplan

Rammeplan for barnehagens innhold og oppgaver, 2006

Tema: Antall, rom og form

Barn er tidlig opptatt **av tall og telling**, de **utforsker rom og form**, de argumenterer og er på jakt etter **sammenhenger**. Gjennom lek, eksperimentering og hverdagsaktiviteter utvikler barna sin matematiske kompetanse. Barnehagen har et ansvar for å oppmuntre barns egen utforskning og legge til rette for tidlig og god stimulering.

Gjennom arbeid med **antall, rom og form** skal barnehagen bidra til:

- at barna opplever glede over å utforske og leke med **tall og former**
- tilegner seg gode og anvendbare **matematiske begreper** erfarer, utforsker og leker med **form og mønster**
- erfarer ulike typer **størrelser, former og mål** gjennom å sortere og **sammenligne**
- erfarer plassering og orientering og på den måten utvikler sine evner til **lokalisering**.

Læring i dagtilbud

- Lov om Social Service 1998 indførte læringsbegrebet i børnehaven
- Lov om pædagogiske læreplaner 2004 rummer 6 temaer som pædagogerne skal arbejde med
 - Barnets alsidige personlighedsudvikling
 - Sociale kompetencer
 - Sproglige kompetencer
 - Krop og bevægelse
 - Naturen og naturfænomener
 - Kulturelle udtryksformer og værdier
- Lov om Social Service § 8a, tilføjelse 2004
- **Daginstitutionelloven 2007** kræver formulerede mål for børnenes læring



Matematik i dagtilbud

- I **Lov om pædagogiske læreplaner 2004** omtales matematik ikke.
- Men i **Bekendtgørelse om temaer og mål i pædagogiske læreplaner 2003** under temaet Naturen og naturfænomener:

Børn skal have mulighed for at blive støttet i at kunne **kategorisere og systematisere** omverdenen, herunder fx at mindre børn får kendskab til modsætningspar og relative begreber samt at større børn beskæftiger sig med **tal og rækkefølger**

Matematik i dagtilbud

I **Bemærkninger til lovforslaget, 2004**

Temaet: Sprog

- **Ordforråd, udtale, kommunikation kendskab til skriftsprog ... eksistensen af tal** og bogstaver og hvad de kan bruges til

Temaet: Naturen og naturfænomener

- **Logisk tænkning og kende kategorier som vægt, form og antal**

- I **Vejledning om Dagtilbud 2008** hedder det under punktet 'udvikling af sprog':

Udvikling af sproglige færdigheder skal forstås i bred forstand, så det også omfatter f.eks. talesprog, skriftsprog, tegnsprog, kropssprog, billedsprog og **matematisk sprog.**

Matematik i indskolingen

Fælles Mål

- Pædagogerne må have blik for udvikling af børnenes grundlæggende talforståelse
 - Arbejde med tal og algebra
 - Kende til de naturlige tals opbygning, rækkefølger, tælleremser og titalssystemet
 - Matematik i anvendelse
 - Kende til hvordan tal kan forbindes med begivenheder i dagligdagen
 - Indsamle og ordne ting efter antal, form, størrelse og andre egenskaber
 - Kommunikation og problemløsning
 - Kende til eksperimenterende og undersøgende arbejdsformer
 - Anvende forskellige metoder... ved løsning af matematiske problem
 - Samarbejde med andre om at løse problemer, hvor matematik benyttes
 - Gennemføre eksperimenter og undersøgelser med sigte på at finde mønstre

Børnehavens frøbelske tradition

Danske pædagoger møder den matematiske udfordring med en vis skepsis: "Igen et eksempel på bevægelsen mod skolefisering af børnehaven".



Mønstre og geometriske former

Matematik i dagtilbud

Pædagoger kan både bidrage til udvikling af matematikglæde og matematiske forudsætninger



Og børn er nysgerrige overfor størrelser som antal, længde, areal, volumen og vægt - de vil begribe deres verden ved at tælle, måle og veje

Matematik i dagtilbud

- Børnene selv udviser matematisk opmærksomhed
 - De bruger matematiske begreber som 'få', 'flere end', 'færre end', 'mere end', 'større end', 'over' og 'under', 'foran', 'ved siden af' og 'bagved'
 - De bruger begreber som størst og ældst:
 - Jeg har snart fødselsdag, så bliver jeg 6
 - Hvor gammel er du?
 - Fem et halvt
 - Så er jeg størst
 - Pædagog: Du er i hvert fald ældst. Lad os måle hvem der er størst, altså hvem der er højest
 - Herefter måler de alt muligt resten af formiddagen

Matematik i hverdagslivet

- Tælle sprogligt og nummerere: en, to, tre, fire, fem ('en elefant kom marcherende' talordene forholder sig 1:1 til de talte objekter)
- Tælle med musik: rytme, puls og takt
- Tælle med kroppen: skridte af, vise med hænder (en favn)
- Tælle logisk-matematisk: med et målebånd
- Måle/tælle rumligt: vise med hænderne "som en tennisbold" eller "bordtennisbold"
- Måle/tælle mængder: kagens størrelse

Matematik i hverdagslivet

De tæller i hverdagslivet

- Sandkager i sandkassen, "1000 eller måske bare 25", de opnår fornemmelse for mange eller få
- Frokosten. Louise spørger "Hvor mange tallerkener?" - Pædagogen: "Vi er 12"
- Ved oprydning siger pædagogen: Hver tager 5 ting og sætter på plads



Men ikke nok at børn beskæftiger sig med matematiske emner - børnene skal selv blive opmærksomme på de forhold og fænomener vi betegner matematiske

LeFevre m.fl., 2010

Matematik i dagtilbud

På vej mod bevidst læring

- Uanset at pædagoger (for det meste) selv siger, at de ikke arbejder med matematik, så foregår der både bevidst og ikke bevidst matematisk læring

Uformel læring

- Læring som universel menneskelig handling
- Ikke bevidst læring

Formel læring

- Lære at lære
- Bevidst læring, læremotiv
- Metakognition



- Inger Bernth, 1995; Broström, 1996; Enerstvedt, 1982; Leontjev, 1977, 1982; Samuelsson Pramling, 2006

De tæller i hverdagslivet

- To drenge spiller kryds og bolle og laver pointregnskab



De tæller i hverdagslivet



Rebekka spørger: "Hvor mange rosiner?"

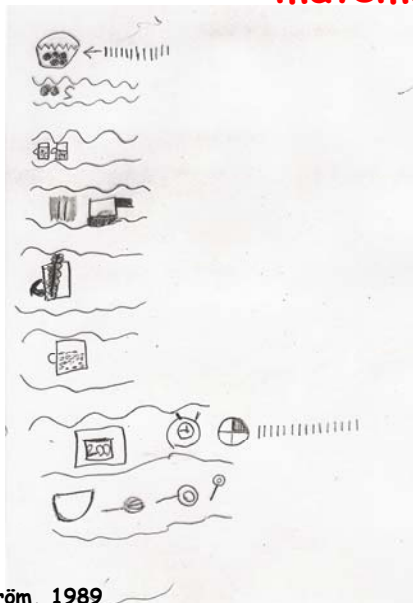
"Hvor mange rosiner tror I jeg har?" "Er der mere end seks?" spurgte Robert tilbage. Rebekka vendte sig om, holdt hånden op til øjet og kiggede, og svarede "over fem". Så gættede børnene. En sagde: "Det er sjovt, jeg siger otte". "Hvad er det rigtige?" Rebekka oplevede en uventet succes, som hun fulgte op. Hun spiste en eller flere rosiner og holdt igen hænderne frem. "Hvor mange tror I nu jeg har?" Igen stor opmærksomhed og grin, og hun modtog mange bud. Pelle spørger: "Hvor mange spiste du?" "En" svarede Rebekka. "Så er der fem" sagde Pelle. Rebekka vender sig om for at kontrollere antallet af rosiner, peger på Pelle og siger med stor begejstring: "Ja der er fem."

Jensen & Broström, 2012

De tæller i hverdagslivet Samling, leg, tælle, skrappe piger



Kathrines muffins: Tegning og matematik



Broström, 1989

12 muffins
2 æg

$1\frac{1}{2}$ krus sukker
2 streger
margarine

Et mål mel

Et mål vand

200 grader, 15
min

Arbejdsredskaber

Matematik i hverdagslivet

- De frøbelske væve-, flette- og sy-aktiviteter rummer sproglige og spatiale evner
- Barnet arbejder systematisk: hver anden tråd over og hver anden under - som sprogliggøres
- skifter retning er en spatial evne for at udskille og skabe mønstre



Projekt slikbutik

Theo sad ved et bord i alrummet sammen med nogle piger, der malede. Han betragtede pigerne og begyndte at klippe papirstykker ud, som han skrev tal på. Han placerede disse lapper i en lang række på bordet, hvortil en pædagog spurgte: "Hvad har du der?" "Det er penge." Hans kammerat Peter sagde: "Jeg har også penge, min far skylder mig 50 kr." Emil supplerede straks: "Jeg har 100 kr., det er et 1 tal med to nuller". Peter så på pædagogen og spurgte: "Hvor mange slikpinde kan man købe for det?" "Rigtig mange" svarede pædagogen. Pigerne, der havde lyttet til drengenes samtale, foreslog, at de skulle tegne slikpinde, hvilket drengene accepterede og der udfoldede sig et længere forløb, hvor de tegnede slikpinde, arbejdede med **talsymboler** og søgte at finde mening bag de talmæssige udtryk.



Projekt Slikbutik



- Børnene fortæller om egne slikerfaringer, om hvornår de får slik, hvor meget, om 'sundt' slik, om deres far som sliksyg, om tandbørstning, tandlæge og historier om at blive syg af slik (og syg efter slik)
- Børnene opførte slikteater, en selvdigtet historie som grupperne opførte for hinanden
- De digtede rim og remser og genbrugte kendte remser (fx Slikke Hans)
- De læste og lyttede interesseret til bøger om at plyndre en slikbutik (fx Palle alene i verden)
- De digtede egne historier som de selv skrev ned, legeskrivning på papir og computer
- De tegnede slik, tegnede og skrev tegneserier
- De lavede slik i papmaché
- Og de **talte** hvor mange stykker slik de havde produceret

Jensen & Broström, 2012



**EUPROJEKTET SMOL: SCIENCE,
MATH AND OUTDOOR LEARNING**

Science og matematik i dagtilbuddene
Vorup og Fussingø/Bjerregrav i
Randers



Projekt Knapper

- Pædagogen lægger knapper og papstykker frem
- Dimetro du får fem store knapper, og Victor d får fem små. Så kan I begynde at tegne knapperne på papiret
- Jeg fik fem smååå sagde Victor
- Jeg vil have lyserøde, siger Johanna; jeg vil have lille siger Ester
- Victor tegner et rektangel og Johanne tegner papiret fuld af knapper
- Hvor mange har du tegnet Dimetro?
- En, to, tre, fire, fem, seks, syv siger han
- Victor hvad har du tegnet? En bane så de kan spille Ishockey (lang fortælling herom, også skriftsprog inddrages, han skriver 'mål')
- Victor hvor mange knapper havde du da du begyndte?
- Fem, svarer Victor
- Hvis du får fire til, hvor mange har du så?
- Victor tæller og siger "måske ti", han tæller igen og får det til ni
..... Senere sorterer de knapperne i farcer og former, og de tæller hullerne i knapperne..

Johansson & Pramling Samuelsson, 2011, s.55-58 *Lærerig leg - børns læring gennem samspil*

Matematik i dagtilbud

- **Vigtigt at børnenes talforståelse bevæger sig fra det konkrete mod det symbolske / abstrakte**, Wahl Andersen m.fl., 2006
 - Erfaringer med *konkrete* genstandes form og antal
 - Sprog der *beskriver* denne erfaring
 - Billeder og tegninger der *repræsenterer* erfaringen
 - Symboler / tegn der *generaliserer* erfaringen
- **Vygotsky peger på betydningen af beherskelse af symboler (Piaget tegn/symboler):** skrift, forskellige former for nummerering og tallene, mnemotekniske midler, kunstværker, skemaer, diagrammer, kort, tegninger
- **Symboler bidrager til udvikling af højere mentale funktioner**, Vygotsky 1987

Medfødt matematisk evne

- **Børn har en medfødt evne til at undersøge deres omgivelser og sætte ting i orden** Björklund, 2007; Geist, 2009
 - Spædbørn kan få timer efter fødselen skelne deres mor fra andre Alan & Poul, 2001; Brushmel, 2009
 - Spædbørn viser opmærksomhed på ændringer i nummERMæssige forandringer, Cordes & Brannon, 2009, fx sensitivt fokus på antal genstande; også opmærksom på højden af en væske, og ændring af denne, Huttenlocher & Gao, 1998
 - Tilsvarende opmærksomhed på ændring af form og størrelse - fx rækken af ens plastikænder bliver brudt

Forskning om småbørns talforståelse

- Småbørnspædagogikken (og forskningen) har mest fokus på tal og antals-tænkning

- De 2-3 årige kan vurdere 'flere' Brannon et al. 2004
- Og skelne mellem en og 'mange' Spelke & Kinzler 2007
- De kan overskue antal op til tre uden at tælle Fischer, 1992

40% af de 3-4 årige kan

Tælle

55% af de 5-6 årige

Kan tælle til 40

Dovreborg, 1987

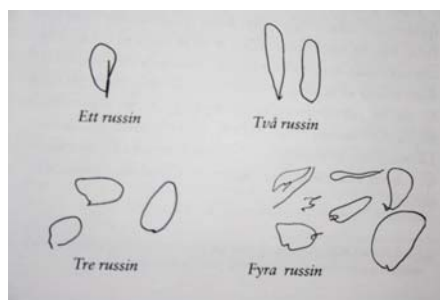


Illustration fra Dovreborg & Pramling Samuelsson, 1999

Forskning om småbørns geometriforståelse

Men også om små børns geometriske erfaringer: rum, form, mønstre og rækkefølge



- Bruger spatiale færdigheder når de bygger med klodser Geist, 2009
- Genkender og klassificerer former, fx putkasse, puslespil Clements & Sarama, 2009; Montford & Readdic, 2008
- Har erfaringer med mønstre - og producerer deres egne

Pædagogiske erfaringer med matematik i dagtilbud - MIO

- Det norske MIO materiale (Matematik, Individ, Omgivelser) afprøvet på 1000 børn peger på de 2-5 årige børns matematiske opmærksomhedspunkter:
 - Det 2-3 årige barn
 - Skelner mellem stor og lille - op og ned
 - Henter på opfordring 2 genstande og kan uddele 1 til hver
 - Skelner mellem 1 og mange, begynder at bruge talord

Pædagogiske erfaringer med matematik i dagtilbud - MIO

- Det 3-4 årige barn
 - Kan følge instruktioner som: over bænken, under bordet, gennem lågen
 - Viser med fingre hvor mange år det er
 - Er begyndt at tælle, samtidigt med at det peger på genstandene
- Det 4-5 årige barn
 - Bruger ord om forholdet mellem genstande (jeg har længere hår end dig)
 - Peger på en genstand, som er i midten
 - Kan tælleremse til 10

Hvordan kan man så lege sig til matematikforståelse og glæde?

Tre (integrerede) pædagogiske strategier i dagtilbud

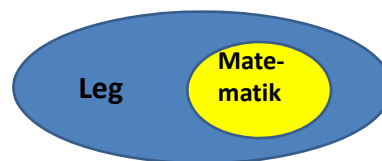
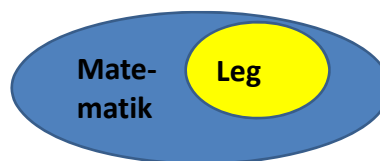
- En socio-kulturel forståelse med vægt på social interaktion i den givne kultur med plads til barnets egne konstruktioner
- En udviklingspsykologisk forståelse med forventning om en given progression
- En didaktisk tilgang med inddragelse af barnets perspektiv og læring gennem leg. En svensk version: udviklingspædagogik, Pramling Samuelsson



Matematik i en legebaseret læreplan

Læring sker bedst i en kontekst karakteriseret af leg og et udfordrende samspil hvor barnets perspektiv er medtænkt

- **Legende læring** - matematiske fænomener præsenteres og indgår i en legende form (matematik først)
- **Lærerig leg** - i barnets leg inddrages matematiske fænomener (legen først)



Broström & Vejleskov, 1999;
van Oers, 1996

En legebaseret læreplan Organisering af fagligheden

Det faglige indhold er integreret i leg og frie aktiviteter - lærerig leg; først leg

- Børnene spiller «kryds og bolle» og fører pointliste
- Kronskjul
- Selvorganiseret leg i købmandsforretningen tegner penge, handler
- En gruppe børn laver skattekort, tæller og tegner skridt

Det faglige indhold placeres i organiserede legeforløb - legende læring; matematik først

Skotøjsbutik og posthus, Rammelege; Minibyen Mølleby, 1990



Matematik i organiseret legeforløb

Definition på matematik

- Matematikken reflekterer over betydningen af symbolske udtryk
- Ikke mindst symboler og tegn der referer til talmæssige og rumlige relationer

van Oers, 1996; 2008

Matematiske kategorier

- Klassifikation
- Rækkefølge
- Tælle
- En-til-en korrespondance
- Måle
- Vurdere, bedømme
- Løse tal problemer
- Mængde begreber
- Hvad hedder tallene og hvordan tallene ser ud
- Orienter sig i rum og tid
- Lave tabeller
- Håndtere dimensioner
- Håndtere penge



Bert van Oers, 1996; 2008

En legebaseret læreplan

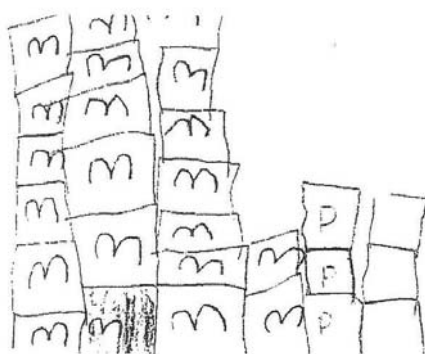


Figure 19.1. Diagram of shoe boxes.

van Oers, 1996; 2008

- Indretter skobutikken
 - disk, kasseapparat, lommeregner, skotøjsæsker, spejl osv.
- Børn og voksne leger
- Pædagogen udfordrer, NUZ fx sko i æsker, hvordan ser vi hvad der er i?
 - Mærke æskerne med M og P Mamma og Pappa
 - Tegne skolen
 - Sætte stickers på

Matematiske kategorier i skotøjsbutikken

- Klassifikation (dette er mors sko)
- Rækkefølge (denne er større end den der)
- Tælle (gengiver en række af tal)
- En-til-en korrespondance (disse sko passer sammen)
- Måle (sammenligner sko i forhold til længde)
- Vurdere, bedømme (gætter på skonummer)
- Løse talproblemer (hvor meget er to gange 60 kr.?)
- Simpel regning (læg en til)
- Mængde begreber (de to her er et par)
- Hvordan tallene ser ud og hedder (bruger tallene)
- Orienter sig i rum og tid (hvem er først? Læg denne på toppen af stablen)
- Lave tabeller (jeg bruger P for Papa's sko)
- Håndtere dimensioner (refererer til længde, højde)
- Håndtere penge (hvor meget skal vi betale?)

Pædagogens rolle i leg

- Skaffe næring til legen; oplevelser skaber indhold (herigennem har pædagoger indflydelse på legen)
- Fokus på de mellem menneskelige relationer
Launer, 1968
- Indtage en iagttagende og empatisk holdning
- Blive inviteret ind i børns lege
- Invitere børn ind i leg
- Iværksætte leg *sammen* med børnene, fx rammeleg
- Bringe et indhold, et "lærestof", ind i børnenes lege (fx matematik)

Dannelsesidealet - demokrati

- Starte med det visionære og perspektivrige **inden** man konkretiserer, inden læreplansarbejdet begynder
- Dannelsesidealet er primat - Wolfgang Klafki
- Den demokratiske dimension udgør en central del af dannelsesidealet og udtrykt i Daginstitutionens loven 2007:



Dagtilbud skal give børn medbestemmelse, medansvar, forståelse for demokrati ... udvikle selvstændighed og evner til at indgå i forpligtende fællesskaber

Fasthold visionen

"Hvis den rejsende, der bestiger et bjerg på vej mod en stjerne, i alt for høj grad lader sig opsluge af opstigningens problemer, risikerer han at glemme, hvilken stjerne han går efter. Hvis han efterhånden kun går for at gå, kommer han ingen vegne".

Antoine de Saint-Exupéry

