

Styr IKT eller læringen over styr!

- integration af IKT i matematikundervisning

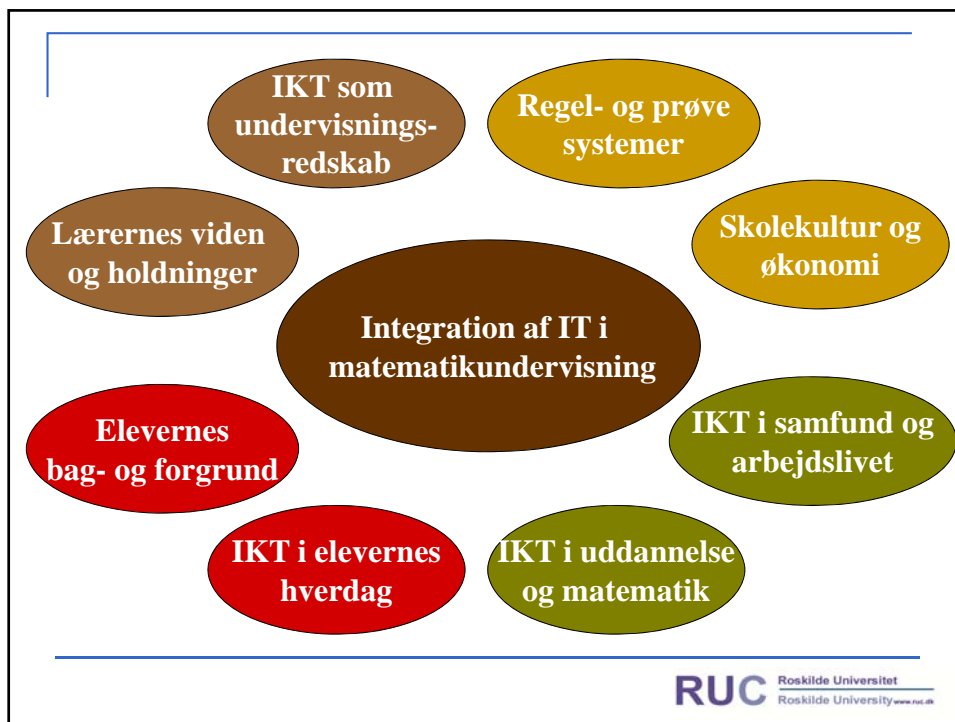
Morten Blomhøj

IMFUFA, NSM, RUC

DMF, Odense 25. november 2014

Plan

1. Integration af IKT i matematikundervisning som didaktisk problemfelt
2. IKT-baseret undervisningspraksis i grundskolen og gymnasiet
3. IKT som støtte til begrebsdannelse og kompetenceudvikling
4. IKT som støtte til matematisk modellering
5. Viden, opfattelser og holdninger, der fremmer integration af IKT.



Integration af IKT i matematikundervisning betyder

- at relevante IKT ressourcer er tilgængelige for eleverne og for læreren i og uden for undervisningen
- at fastlæggelse af undervisningens indhold og mål for elevernes læring sker under inddragelse af mulighederne for anvendelse af IKT
- at brugen af IKT styres af didaktiske overvejelser og underordnes klare faglige mål for elevernes læring
- at IKT indgår i elevernes daglige arbejde med matematik som redskab til såvel beregning, undersøgelse og kommunikation
- at bedømmelse og vurdering af elevernes udbytte sker under relevant inddragelse af IKT

Fem didaktisk forskellige anvendelser af IKT

1. Den elektroniske tavle
 - Fælles faglige oplevelser ved dynamisk visualisering
 - Præsentation af elevers IKT-baserede produkter
2. IKT i elevernes arbejdet med
 - fokus på opgaveregning
 - fokus på brugen af programmet
 - fokus på matematiske begreber
3. IKT som redskab for elevernes arbejde med problemløsning og matematisk modellering
4. Undervisning- og træningsprogrammer
5. Spil – gamification

2. IKT-baseret praksis i grundskolen og gymnasiet

Undervisningen er præget af stærke traditioner. Lærebogen er styrende og opgaveregning den dominerede elevvirksomhed.

Pensumpres og behov for differentiering af støtte til forskellige elevgrupper leder til fokusering på procedurer til løsning af standardopgaver, der stilles prøver og eksamener.

Eleverne arbejder hovedsagelig IKT-baseret med opgaver som de på forhånd har fået præsenteret metoder til at løse, og deres læring bedømmes i væsentlig grad ud fra denne virksomhed.

Programmer med CAS, DGS og RA bruges til opgaveregning i undervisningen, afleveringer samt til prøver og eksamener; men sjældent som redskaber til matematiske undersøgelser, problemløsning og modellering.

IKT-baseret praksis i grundskolen og gymnasiet

Mange af de opgaver eleverne arbejder med kan løses med fuldt instrumenterede IKT-baserede teknikker.

Det gælder opgaver i trekantsberegning i grundskolen og i gymnasiet (Misfelt, 2014)

En del problemregningsopgaver i FSA kan løses ved indsættelse i og CAS behandling af givne formler

Det gælder opgaver i funktionsundersøgelse i gymnasiet

Dette kan føre til utilsigtet forskydning af elevernes fokus og læring væk fra de matematiske begreber og kompetencer og i retning mod beherskelse af de instrumentelle teknikker, der effektivt kan løse opgaver både til hverdag og test.

Den didaktiske kontrakt i TDS Brousseau (1997)

Undervisning i skolen forudsætter etablering af en didaktisk kontrakt mellem lærer og elev.

Læring forudsætter, at eleven selv konstruerer viden.

Læreren må derfor skabe en situation, hvor eleven kan foretage en sådan konstruktion.

Jo mere detaljeret læreren formidler rammerne for situationen og intentionerne for elevernes aktiviteter og læring, jo mindre er chancen for, at denne læring finder sted.

Læring som tilsigtet forudsætter ”brud” på kontrakten.

Blomhøj (1995)

Tre typer af elevvirksomhed

I en opgavecentreret IKT-baseret matematikundervisning kan der udvikle sig tre forskellige typer af elevvirksomhed:

1. En usikker og defensiv virksomhed
2. En løsningsorienteret virksomhed
3. En reflekterende virksomhed (Blomhøj, 2003)

Den usikre og defensive elevvirksomhed: Eleven

- har et fremmedgjort forhold til egne besvarelser
- søger efter formler i bogen og tidligere opgaver
- gør forståelse til et spørgsmål om hukommelse og opfatter viden om programmerne og matematisk viden som værende af samme type
- er ufølsom overfor output fra programmerne, bruger dem meget ensidigt og er afhængig af dem i deres opgavebesvarelser
- har en negativ holdning til brug af IKT i matematik
- forklarer læringsvanskeligheder i matematik med deres dårlige forhold til brugen af IKT.

Giver en selvforstærkende negativ effekt på elevens læring.

Den løsningsorienterede elevvirksomhed: Eleven

- bruger programmerne effektivt til besvarelse af de enkelte spørgsmål i opgaverne og til layout
- forklarer deres fremgangsmåde ved at referere til, hvordan de har brugt programmerne
- er pragmatisk/ukritisk overfor valg af metode
- opfatter brug af IKT som et naturligt element i matematikundervisning og skelner ikke mellem matematisk viden og viden om brug af matematikprogrammer
- har typisk en positiv holdning til IKT og matematik

Det kræver målrettet og veltimet udfordringer fra læreren for eleven at overskride den løsningsorienterede virksomhed.

Den reflekterende elevvirksomhed: Eleven

- tegner og regner på papir før eller samtidig med brugen af IKT
- bruger ofte flere forskellige metoder og programmer, og har en undersøgende og eksperimenterende tilgang
- er meget fleksible i sin anvendelse af programmerne, og følsom over for deres output
- oplever brugen af IKT som en integreret del af matematik og som middel til matematiklæring
- har en positiv holdning til matematik og til at bruge IKT i matematik.

Giver en selvforstærkende positiv effekt på elevens læring.

Matematikundervisning med udbredt anvendelse af CAS og andre IT-matematikværktøjer til opgaveregning, hvor fokus er på resultaterne, risikerer at fremme en løsningsorienteret elevvirksomhed på bekostning af en reflekteret virksomhed og samtidig efterlade de svage elever med en defensiv og usikker virksomhed som den dominerende.

Diagnose: Matematikundervisningen i grundskolen og i gymnasiet er i risiko for at blive

CASificeret.

Forslag til vaccinationsstrategi:

Fokus på undersøgende og åbne tilgange til matematikundervisning og på begrebsdannelse, kompetencebaserede læringsmål, og integration af IKT.

3. IKT som støtte til begrebsdannelse og kompetenceudvikling

- Støtte til at frembringe og undersøge forskellige repræsentationer af matematiske objekter [D14](#)
- Grundlag for en eksperimenterende og undersøgende arbejdsform ved introduktion af nye begreber og metoder [Ret](#) [Trekant](#) [D21](#)
- Støtte elevernes arbejde med problemløsning og modellering [Stump](#)
- Skabe engagement og optagethed og grundlag for faglig dialog mellem eleverne og mellem elev og lærer.

[D25](#)

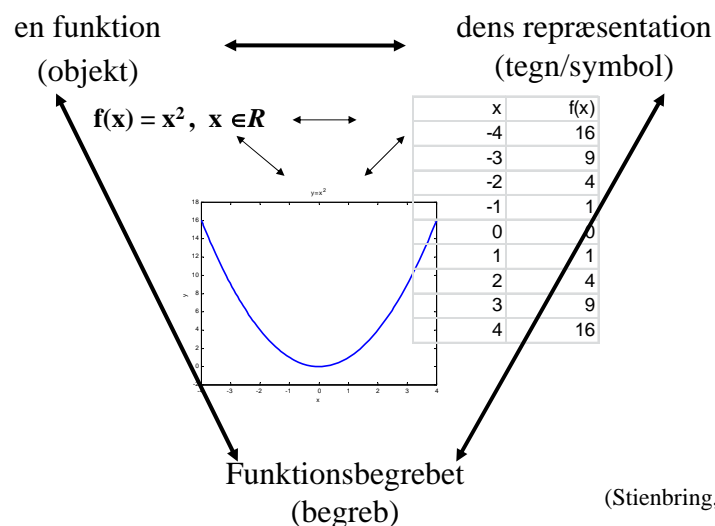
1. hovedsætning i matematikkens didaktik

For den enkelte elev/studerende får et matematisk begreb ikke større anvendelsesdomæne eller flere relationer til andre begreber end det domæne og de relationer, der udspændes af den pågældendes personlige erfaringer med begrebet.

Og det gælder uanset hvilke formelle begrebsdefinitioner eleven/studenten undervises i.

(Niss, 1999)

Matematiske begreber og deres repræsentationer

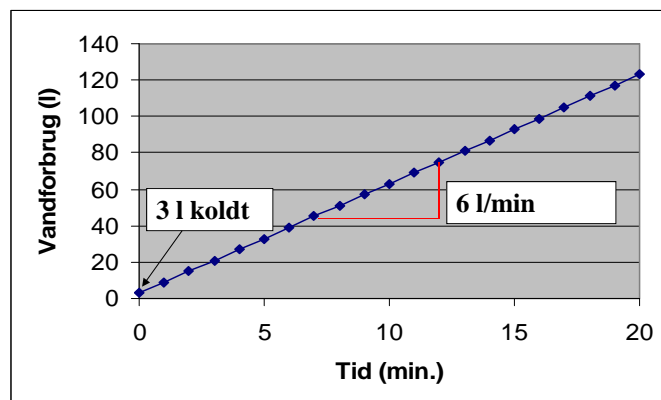


Proces og objekt dualitet for ” $y = x + 5$ ” og ” $y = ax + b$ ”

Repræsentationsform	Sproglig	Numerisk	Algebraisk	Grafisk
Proces	Jeg er fem år ældre end min bror. Jeg ganger med a og lægger b til.	y-værdien fås ved at lægge 5 til x-værdien. y er funktion af x og $y=f(x)$ fås ved at indstætte x-værdi.	$f(x+1)=f(x)+1$ $f(0)=5$ $f(x+\Delta x)=f(x) + a\Delta x;$ $f(0)=b$	
Objekt	Punkter (x,y), hvor y er 5 større end x. En lineær kombination med konstant sum.	x 0 1 2 3 y 5 6 7 8 En funktions-tabel	$y = x + 5$ $f(x) = ax + b$	

(Blomhøj, 1997), (Sfard,1991) **RUC** Roskilde Universitet
Roskilde University www.ruc.dk

Mortens brusebad: Vandforbrug som funktion af badetid

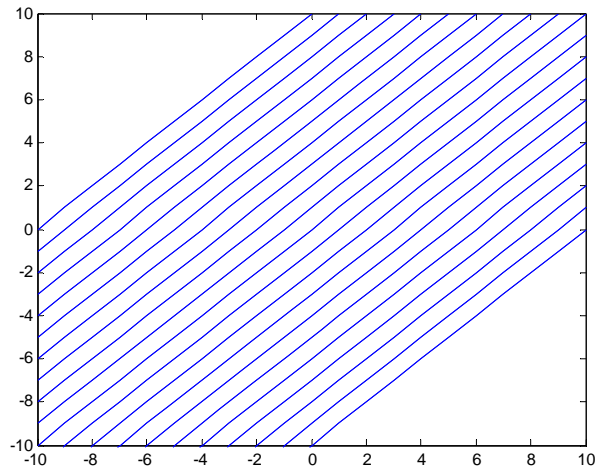


$y = 6x + 3$. x er minutter jeg er i bad, og y er hvor mange liter vand jeg bruger. På 10 min. bruger jeg 63 l.

(Blomhøj & Skånstrøm, 2006)

RUC Roskilde Universitet
Roskilde University www.ruc.dk

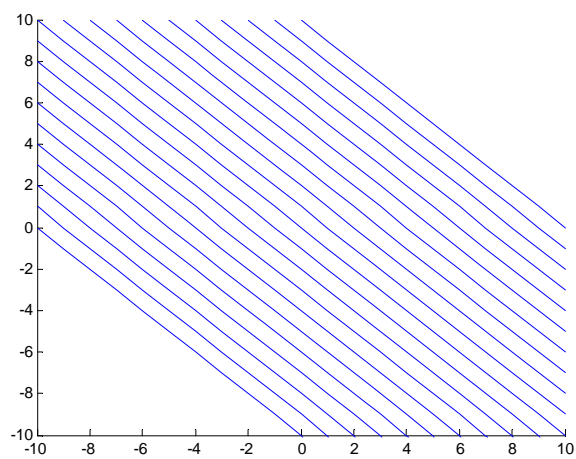
$y - x = k$ for $k = -10, -9, \dots, 10$



D13

RUC Roskilde Universitet
Roskilde University www.ruc.dk

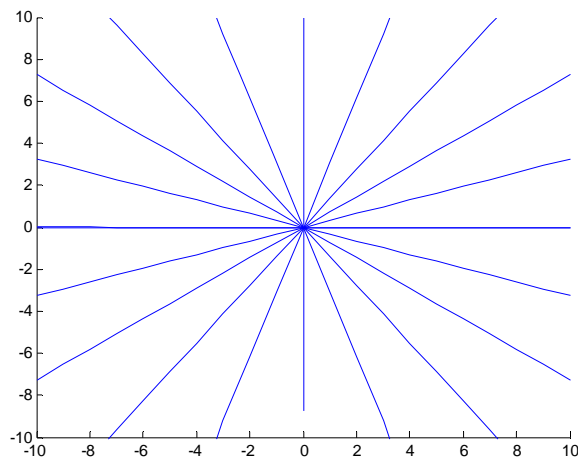
$x + y = k$ for $k = -10, -9, \dots, 10$



D13

RUC Roskilde Universitet
Roskilde University www.ruc.dk

$$y = ax \text{ for } a = \tan(p\pi/10) \text{ for } p = 1, 2, \dots, 10$$



D13

Symbolbehandlingskompetence i 9. kl. omfatter at kunne:

- udføre simple algebraiske operationer på givne symboludtryk: Reduktion af simple symboludtryk, omformning og løsning af simple ligninger og uligheder.
- vælge og følge en hensigtsmæssig fremgangsmåde for algebraiske manipulationer af udtryk, ligninger og uligheder.
- skanne et algebraisk udtryk og vurdere hvilket mønster, der vil fremkomme ved indsættelse af bestemte talværdier for indgående variable.
- foretage kvalitative analyser af symboludtryk og formler.
- kontrollere mulige løsninger til ligninger og uligheder.
- forudse og kontrollere resultatet af simple algebraiske operationer på symboludtryk.

Symbolbehandlingskompetence i 9. kl. omfatter at kunne:

- lave hensigtsmæssige grafiske repræsentationer af symboludtryk.
- undersøge symbolske udtryk ved at lave tabeller eller andre talmæssige repræsentationer.
- opstille simple symboludtryk til beskrivelse af sammenhængen i en given tabel eller graf.
- opstille simple symboludtryk til beskrivelse af sammenhænge præsenteret i almindeligt sprog.
- vælge hensigtsmæssigt mellem ækvivalente algebraiske udtryk i forhold til et givet formål.
- læse mening ind i et algebraisk udtryk ved at fortolke de indgående variable og deres relationer i forhold til en given eller selvvalgt kontekst.

SOS-projektet (Blomhøj & Højgaard, 2007)

RUC Roskilde Universitet
Roskilde University www.ruc.dk

Talfølge i 9. klasse – trinvis- og funktionsbeskrivelse

De naturlige, de lige, de ulige, kvadrattallene, trekants-tallene, enkelt trappe, dobbelt trappe, pyramide trappe, pyramide, **elevernes egne talfølger**

$$a_{i+1} = a_i + 2; a_1 = 2 \text{ eller } a(n) = 2n$$

$$b_{i+1} = b_i + 2; b_1 = 1 \text{ eller } b(n) = 2n - 1$$

$$c_{i+1} = c_i + 2i + 1; c_1 = 1 \text{ eller } c(n) = n^2$$

$$d_{i+1} = d_i + i + 1; d_1 = 1 \text{ eller } d(n) = \frac{n(n+1)}{2}$$

Følgerne kan let beregnes i regneark trinvist! [Fibo](#) [D13](#)

SOS-projektet (Blomhøj & Højgaard, 2007)

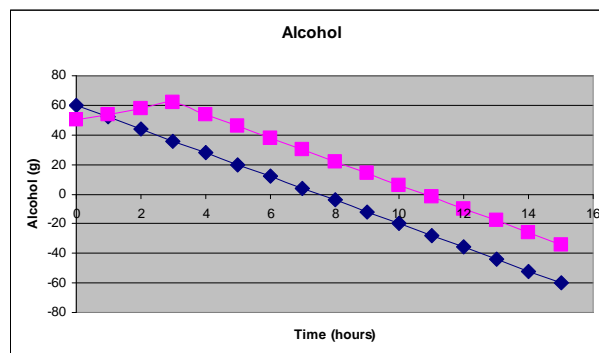
RUC Roskilde Universitet
Roskilde University www.ruc.dk

4. IKT som støtte til matematisk modellering

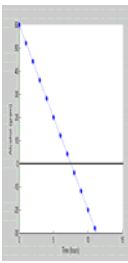
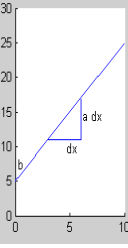
Modellering af dynamiske fænomener ved hjælp af trinvis beskrivelse og beregning i regneark:

- Vandforbrug ved brusebad
- Løbet/cyklet afstand
- Afbetaling/opsparing
- Afkøling af lig og kakao
- Opløsning af bolsje
- Befolkningsvækst
- Nedbrydning af alkohol

Et projekt om nedbrydning af alkohol og THC



Figuren viser forbrændingen af 60 g alkohol (svarende til 5 øl) og af 48 g efterfulgt af indtagelse af en øl hver af de følgende tre timer.

	Naturligt sprog	Numerisk	Symbolisk/ Algebraisk	Algoritmisk (Excel)	Grafisk
Konkret model af alkoholforbr.	8 gram alkohol fjernes per time. 12 gram tilføres per genstand	x 0 1 2 y 60 52 44 -8 -8	$f(x+1)=f(x)-8$ $f(0)=60$	B2=-8 A5=0 A6=A5+1.... B5=60 B6=B5+B\$2	
Proces	Ændring i x på en enhed betyder ændring i y på hældningstallet a .	x 0 1 2 y b $a+b$ $2a+b$ $+a$ $+a$	$f(x+\Delta x)=f(x) + a\Delta x$; $f(0)= b$	Generel ved parameterskift i begyndelsestilstand og hældningstal, samt af tidskridtet.	
Generel lineær model	y ændres med hældningstallet a gange ændringen i x , som er Δx	x 0 Δx y b $a\Delta x+b$ $+a\Delta x$			
Objekt	Efter 5 genstande og x timer: $y = 60 - 8x$ gram alkohol i kroppen En lineær kombination af to variable med konstant sum.	x 0 1 2 3 y 60 52 44 36	$y = -8x + 60$	C2=-8; C3=60; A5=0 A6=A5+1.... C5=C\$2*A5+C\$3 C6=C\$2*A6+C\$3 Generel ved skift i parametre	

Klassekamp i idræt og matematik i projekt Ny Nordisk Skole i Roskilde



17 klasser fra 6. klassetrin til 2.g i gymnasiet deltager i projektet. Det er klasser fra Lynghøjsskolen, Skt. Josefs Skole og Himmelev Gymnasium. Det er tredje afprøvning af undervisningsforløb med inddragelse af IKT.

Der blev konkurreret i 100m, 400m, kuglestød og præcisionskast.

Klassekamp i idræt og matematik i projekt Ny Nordisk Skole i Roskilde

Klasserne har fået alle data i et Excel ark og konkurrerer nu i matematik om at lave statistiske fremstillinger, der viser hvilken klasse, der har gjort det bedst, samt i at finde sammenhænge mellem elevernes idrætsresultater og baggrundsvariable som alder, højde, køn og klassetrin.

Data
Boxplot



Matematikken i bevægelse



Hvordan ser dit 100m løb ud matematisk?

Hvad blev din gennemsnitfart i m/sek.?

Hvordan ændrede din fart sig undervejs?

100meter

5. Viden, opfattelser og holdninger der fremmer integration af IKT

IKT-viden: Viden om IKT-værktøjers tekniske, faglige og didaktiske muligheder og begrænsninger.

Matematisk viden: Viden om hvilke aspekter af de matematiske begreber, der kan understøttes med et givet program og om de faglige udfordringer eleverne kan møde i arbejdet.

Didaktisk viden: Viden om tilrettelæggelse og gennemførelse af IKT-baseret matematikundervisning. Læreren må kunne forestille sig, hvordan eleverne vil arbejde med et program i den givne kontekst, hvilke udfordringer det vil medføre, samt hvordan man kan udfordre forskellige typer elevvirksomhed.

Holdninger og opfattelser der kan fremme integration af IKT i matematikundervisning

En mulig fagopfattelse:

Matematik handler om at opdage og beskrive *fænomener* ved hjælp af matematiske begreber og metoder samt at undersøge og forklare sådanne fænomener gennem ræsonnementer, beviser og modellering.

En mulig læringsopfattelse:

En læreproces i matematik indebærer, at den lærende ud fra egen viden og egne erfaringer og under indflydelse af den sociale sammenhæng konstruerer kognitive strukturer, den lærendes matematiske aktiviteter. Derfor forudsætter læring i matematik, at den lærende er matematisk aktiv.

Opfattelse af og holdning til undervisning:

Matematikundervisningens hovedopgaver er at tilrettelægge og organisere situationer, hvor eleverne gennem deres aktiviteter og interaktive samspil med hinanden og med læreren kan konstruere relevant faglig viden. På grundlag heraf må læreren søge at støtte opbygningen af en fælles faglig viden i klassen.

Opfattelse af og holdning til IKT i matematik:

Avancerede matematikprogrammer er stærke redskaber til at anvende, udforske og kommunikere om matematik. Brugen af sådanne redskaber påvirker imidlertid såvel det faglige indhold som undervisnings- og læringsprocessen, og må derfor overvejes nøje i forhold til undervisningens læringsmål.

Udvikling af matematikundervisning gennem samspil mellem praksis og forskning



Tak for opmærksomheden

Referencer

- Alrø, H. og O. Skovsmose (2006a). Undersøgende samarbejde i matematikundervisningen - udvikling af IC-modellen. I (Skovsmose og Blomhøj, 2006).
- Alrø, H. og O. Skovsmose (2006b). Læring mellem dialog, intention, refleksion og kritik. I (Skovsmose og Blomhøj, 2006).
- Alrø, H. and O. Skovsmose (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique*. Dordrecht: Kluwer.
- Alrø, H., Blomhøj, M., Bødtkjer, H., Skovsmose, O. og Skånstrøm, M.: Farlige små tal – almindelse i et risikosamfund. I (Skovsmose og Blomhøj, 2006).
- Artigue, M. og M. Blomhøj (2013). Conceptualising inquiry based education in mathematics. *ZDM - The International Journal of Mathematical Education*, 45(6)
- Blomhøj, M. (2006). Konstruktion af episoder Konstruktion af episoder som forskningsmetode - udforskning af læringsmuligheder i IT-støttet matematikundervisning. I (Skovsmose og Blomhøj, 2006).
- Blomhøj, M. (2003): Læringsvilkår i datamaskinbasert matematikundervisning – elevernes bruk av avanserte matematikkprogrammer. I B. Grevholm (red.) Matematikk for skolen. Fagforlaget, Bergen Norge, kapitel 4. Blomhøj, M., 1995: Den didaktiske kontrakt i matematikundervisningen. *Nämnaren*, 4. årg. nr. 3, 16-25.

- Blomhøj og T.H. Kjeldens (2014). Brug af didaktisk teori i læreres udvikling af modelleringsprojekter i matematik. *MONA*, 2, s.42-63.
- Blomhøj, M. og T. H. Kjeldsen (2013). The use of theory in teachers modelling projects – Experiences from an in-service course. *Proceeding from CERME 8*.
- Blomhøj, M. and Kjeldsen, T.H. (2010): Learning mathematics through modelling – the case of the integral concept. In B. Sriraman, C. Bergsten, S. Goodchild, G. Pálsdóttir, B. Dahl and L. Haapasalo (eds.) *The first Sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education*. Montana: Information Age Publishing, 569-582.
- Blomhøj, M. og M. Skånstrøm (2006). *Matematik Morgener – matematisk modellering i praksis*. I (Skovsmose og Blomhøj, 2006).
- Brousseau, G. , (1997): *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht, Kluwer.
- Hartmann Jensen, M. (2013): Students' conceptual understanding of functions at upper secondary level. Speciale fra matematik på RUC. Kommer som IMFUFA-tekst.
- Misfeldt, M. (2014). Trekantsberegninger og teknologi. *MONA*, (1), pp.27-43.
- Niss, M. & Højgaard Jensen, T. (2002): Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18.

- Sfard, A., 1991. On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- Skovsmose, O. og M. Blomhøj (red.) (2006): *Kunne det tænkes? – om matematik-læring*. København: Maling Beck.
- Skovsmose, O. (2006). *Kritisk forskning – pædagogisk udforskning*. I (Skovsmose og Blomhøj, 2006).
- Tall, D., 1996: Functions and Calculus. I *International handbook of mathematics education*, A.J. Bishop et al. (eds.), 289-325, Dordrecht, Kluwer,.
- Tall, D. & Vinner, S., 1981: Concept image and concept definition in mathematics, with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.