



KIDDM

**VED DORTE MOESKÆR LARSEN OG  
BENT LINDHARDT**

# PROJEKTET OVERORDNET

„Bedre kvalitet i dansk og matematik” er døbt *KiDM*

Projektet er sat i værk af MBUL i samarbejde med Skolelederforeningen og Danmarks Lærerforening.

Projektet bliver gennemført med særligt fokus på 4.-5. klasse i matematik og 7.-8. klasse i litteraturundervisningen i dansk.

Projektet løber i perioden 2016 – 2018.

Der indgår i matematik 40 forsøgsskoler a fire 4./5. klasse pr skoler.  
Tilsvarende antal kontrolskoler.

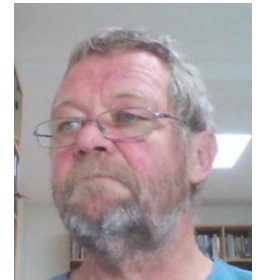


# OPGAVENS FORMÅL

Programmets konkrete mål er at identificere, udvikle og systematisk afprøve en række indsatser, som udvikler undervisningen i dansk og matematik. Indsatserne omfatter:

- Udvikling af metoder og værktøjer til at styrke undervisningens kvalitet, herunder arbejdet med Fælles Mål og en varieret og anvendelsesorienteret tilgang til fagenes formål og indhold.
- Udvikling af lokal kapacitetsopbygning, herunder faglige fællesskaber, ressourcepersoner og pædagogisk ledelse, der støtter op om lærernes faglige praksis i dansk og matematik og styrker deres muligheder for at give god fagundervisning
  - Opgavebeskrivelse Ministeriet

# KIDM – GRUPPEN



# UBALANCE ...?



Træning og  
formidling

Det undersøgende –  
dialogiske og  
anvendelsesorienterede



# **MATEMATIKINDSATSENS TRE TESER**

**En undersøgende, dialogisk og anvendelsesorienteret undervisning (UDA) med rum til elevdeltagelse øger effekten af elevens forståelse for matematiske begreber og udvikler hensigtsmæssige arbejdsmåder.**

**Undervisning hvor eleverne oplever indholdet meningsfuldt både med udgangspunkt i faget selv og i fagets anvendelse øger motivationen**

**En undersøgende, dialogisk og anvendelsesorienteret undervisning med rum til elevdeltagelse øger muligheden for at implementere de matematiske kompetencer.**





# SAMTALE MED LÆRERE

**”Kollegerne deler dog ikke helt vores opfattelse, lærebogen er stadig det vigtigste, de har større fokus på færdigheder og er mere resultatorienterede”**

**”Et andet aspekt er tid. Det tager meget længere tid at gå ind i et undersøgende projekt,”**

**”... Hellere det end hvor mange opgaver kan man nå på 30 min. For hvad kan det reelt bruges til”**

**”Det kræver meget stor forberedelse, det er ikke nok at sige: ”Gå ud på boldbanen og find matematikken”**

**”Jeg oplever dog at de svage elever også finder undersøgende matematikundervisnings svært, og faktisk er der også nogle af de stærke elever, der står af ...nu bliver det for kreativt!”**

**”...men man sikrer sig at de får en bedre forståelse, og en bedre selvtillid og mere mod på det, og de finder forhåbentlig ud af at næste gang de møder et problem, så kan de bare prøve, i stedet for at stille sig uforstående over for opgaven. Og den selvtillid er glæden ved matematik ... det er altafgørende.”**

# DEN UNDERSØGENDE UNDERVISNING

1

- Iscenesættelse

2

- Aktivitet

3

- Opsamling og fællesgørelse





# UNDERSØGENDE UNDERVISNING

## 1. Iscenesættelse af forløbet over for eleverne

- Indsigt i sceniske virkemidler (genstand og historie) for at øge motivationen
- Tid
- Klarhed og afgrænsning
- Dialogisk inddragelse i klassesamtalen



# UNDERSØGENDE UNDERVISNING

## 2. Elevernes selvstændige undersøgende arbejde

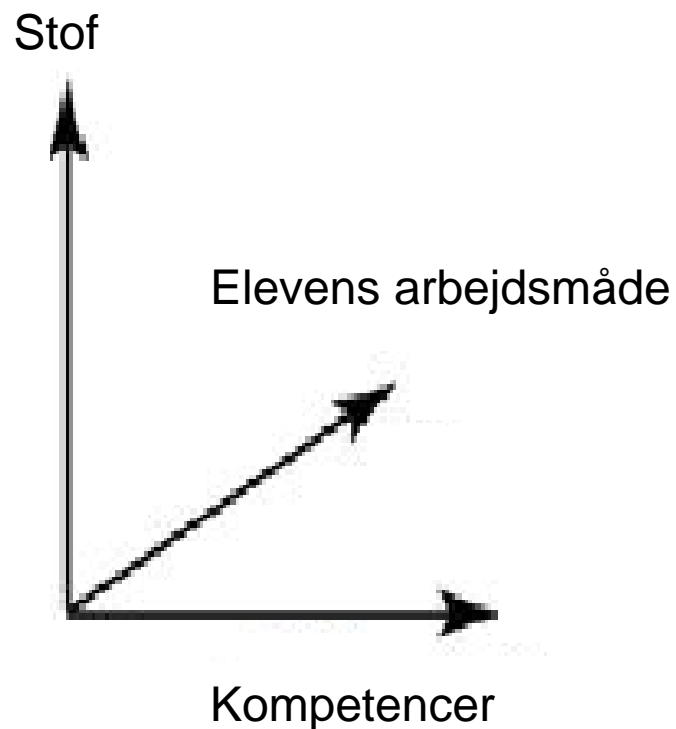
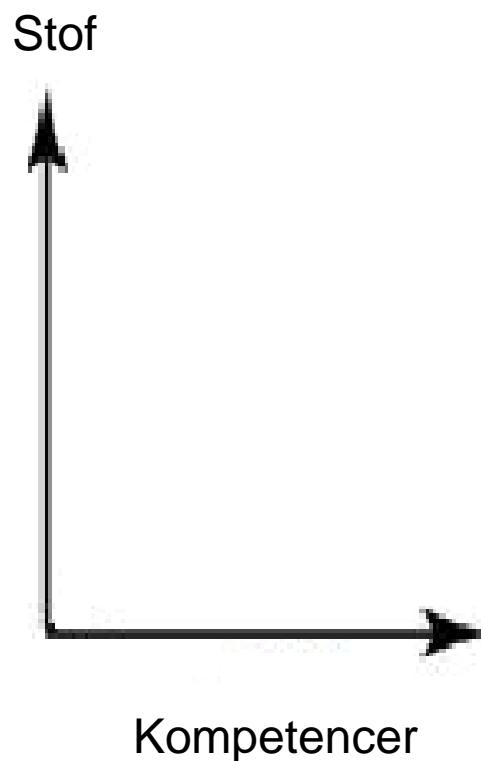
- Elevens deltagelesret og pligt
- Kendskab undersøgende arbejdsformer
- Hints – ”aktionsrytme”
- Lærerrolle – utålmodighed
- Den løbende elev/elev og lærer/elevdialog



# Undersøgende undervisning

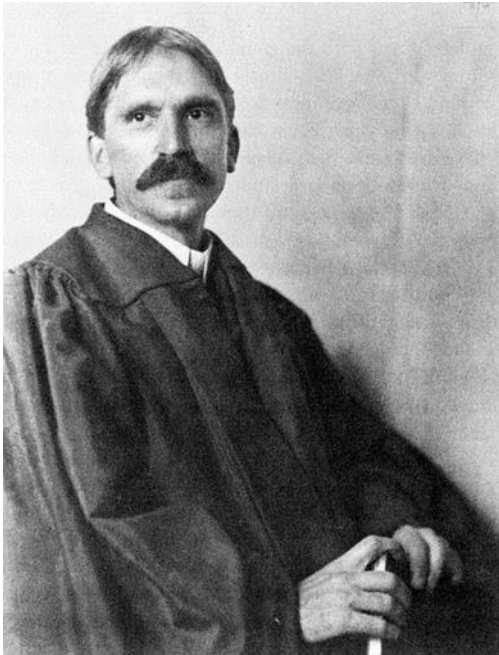
3. Opsamling og fællesgørelse
  - Det manglende led

# AT ARBEJDE UNDERSØGENDE



# DIDAKTISKE RØDDER

Den undersøgende arbejdsmåde har stærke rødder i Deweys learning by doing 1(920'erne) og Polyas tænker om problemløsning beskrevet i "How to solve it" (1945)



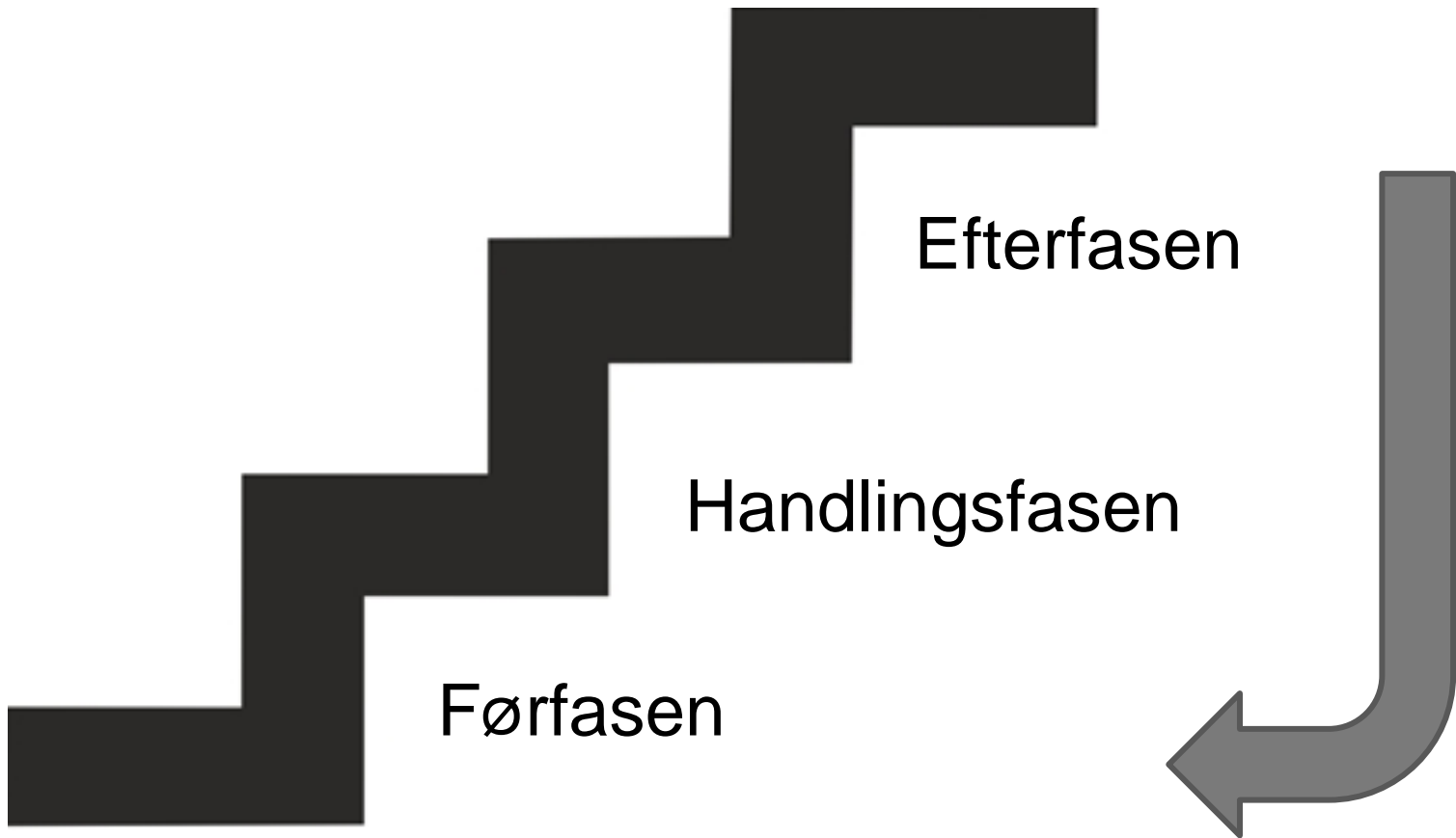
John Dewey 1902



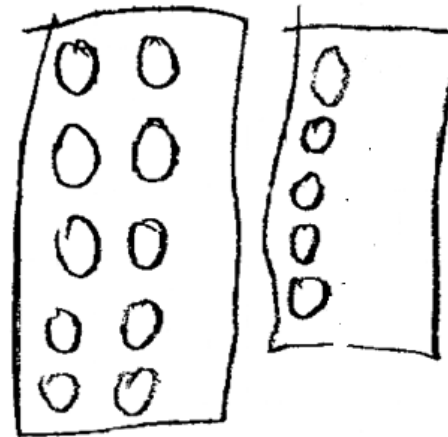
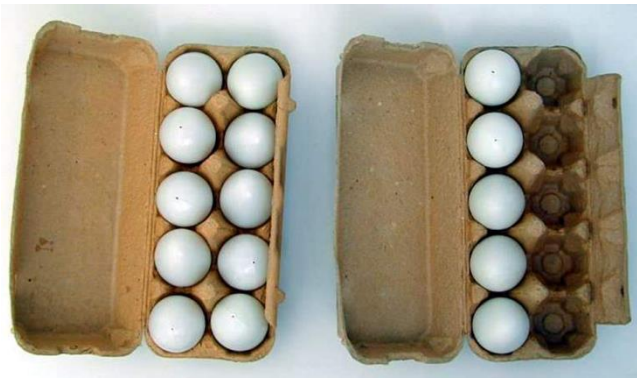
**It's better to solve one problem five different ways than to solve five different problems.**

George Polya

# ELEVENS UNDERSØGENDE ARBEJDSMÅDE



# FRA VIRKELIGHED TIL SKITSE TIL FORMEL MATEMATIK



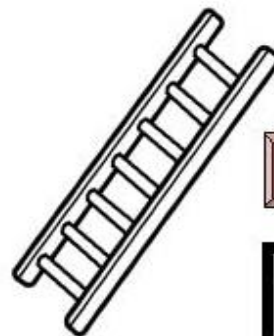
$$10 + 5$$
$$15$$

# UNDERSØGENDE AKTIVITETER

Udvalgte undersøgende aktiviteter	Undersøgende hovedsigte	Perspektiv "opfattelse af"	Opgave Matematik/Virkelighed	Løsningsmetode	Resultat	Elevmotiverende refleksion
<b>Genopdagelsen</b>	Afprøve og udlede begrebsmæssige sammenhænge	Lærer	Lukket	Kendte muligheder	Lukket	Aha - er det sådan det hænger sammen
		Elev	Lukket	Åbent	Åbent	
<b>Grubleren</b>	Knække koden	Lærer	Lukket	Kendte muligheder	Lukket	Yes - Jeg fandt fidusen
		Elev	Lukket/Åbent	Åbent	Ukendt	
<b>Målingen</b>	Eksperimentere sig til ny viden gennem måling og beregning	Lærer	Lukket/Åbent	Flere lukkede	Åbent	Jeg har lavet min egen nye viden
		Elev	Åbent	Åbent	Åbent	
<b>Produktet</b>	Undersøg sig over funktion eller æstetik ud fra produkt. Mulige ændringer - personliggørelse	Lærer	Lukket	Lukket	lukket	Hvad gør jeg her? Kan det forbedres? Kan det blive smukkere
		Elev	Lukket	Lukket/Åbent	Lukket/åbent	
<b>Modelleringen</b>	Udvikle og afprøve modeller til beskrivelse og analyse af virkeligheden	Lærer	Åbent/lukket	Kendte muligheder	Åbent	Matematik kan bruges til noget
		Elev	Åbent	Åbent	Åbent	



# Genopdagelsen



## Efterfasen

- Er det et rimeligt resultat?
- Er der særlige mønstre og systemer?
- Hvad har du lært?
- Hvordan kan du bruge det til at beskrive noget som altid gælder i matematik?

## Handlingsfasen

- Kan man skitsere problemet?
- Hvordan vil du gætte og prøve efter?
- Kan du bruge en "hvis ... så ... sætning"?
- Kan vise noget med simple eksempler?
- Hvordan systematiserer man undersøgelsen fx ved brug af tabeller og lister
- Kan man bruge konkrete ting til hjælp?
- Hvordan vil du beskrive din metode? Skal den ændres?
- Hvordan kan man finde svar ved at arbejde baglæns
- Kan en kategorisering af muligheder hjælpe med at få et overblik.

## Førfasen

- Hvordan vil du beskrive opgaven med egne ord?
- Er der ord eller vendinger som skal undersøges nærmere?
- Kender du opgaver som ligner?
- Hvad tror du, du finder ud af?

# Hvor mange knudetrekanter? 1

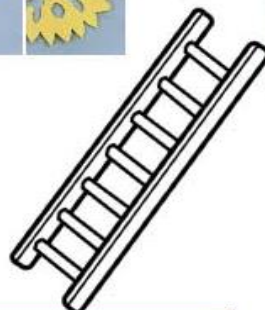
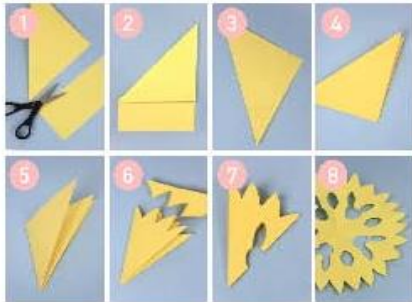


I skal undersøge, hvor mange forskellige trekanter I kan lave med rebet.

I skal holde i en knude og hele rebet skal bruges til hver trekant.

Trekanten på skitsen har målene 3 - 4 og 5

# Produktet



## Førfasen

- Hvordan vil du beskrive det du skal lave med egne ord?
- Kender du produkter som ligner?
- Er der noget du undrer dig over i instruktionen, inden du går i gang?
- Hvad er din plan for at lave produktet?

## Handlingsfasen

- Hvad menes der med det der står/vises i instruktionen?
- Passer det der forklares med det du gør?
- Er der noget som du vil gøre anderledes end det der er instruktionen?
- Er der noget du undrer dig over?

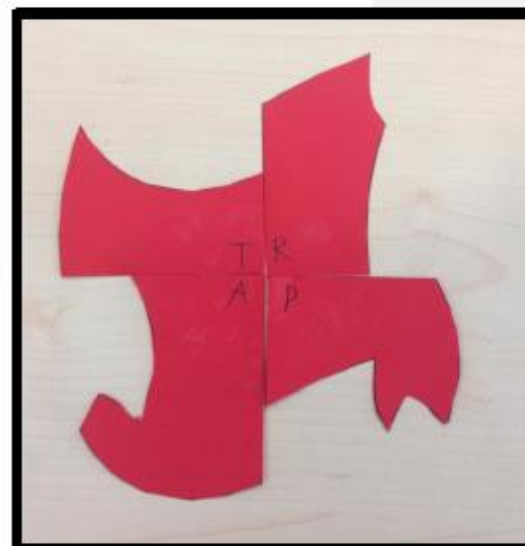
## Efterfasen

- Er produktet blevet som det skal være?
- Hvis ikke, hvad skal så ændres for at det det kan blive bedre/flottere
- Hvordan kan du selv fremstille noget lignende?
- Hvordan kan du selv lave noget lignende?

# Værksted 1: Fra PART til TRAP

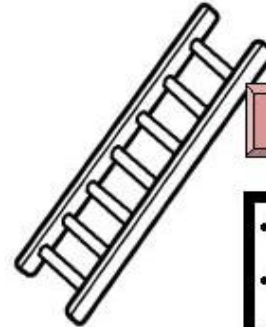
Materialer:

Ved at dele et kvadrat og samle det igen, kan du lave en mønsterbrik som kan lægges uden der kommer huller. Med den kan du lave dit eget mønster. Læg mærke til, hvad der sker med bogstaverne P A R T. Se filmen og prøv selv.



Til slut skal I udvælge et par eksempler til at hænge op på værkstedsplanchen.

# Grubleren



## Førfasen

- Hvordan vil du beskrive opgaven med egne ord?
- Er der ord eller vendinger som skal undersøges nærmere?
- Hvad få du at vide og hvad mangler du/af oplysninger?
- Hvad tror du resultatet er?
- Kender du opgaver som ligner?
- Hvordan finder man de oplysninger som skal bruges?

## Handlingsfasen

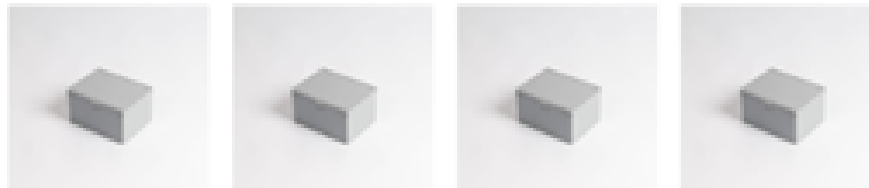
- Kan man skitsere problemet?
- Hvordan vil du gætte og prøve efter?
- Kan du bruge en "hvis ... så ... sætning"?
- Kan vise noget med simple eksempler?
- Hvordan systematiserer man undersøgelsen fx ved brug af tabeller og lister
- Kan man bruge konkrete ting til hjælp?
- Hvordan vil du beskrive din metode? Skal den ændres?
- Hvordan kan man finde svar ved at arbejde baglæns
- Kan en kategorisering af muligheder hjælpe med at få et overblik.

## Efterfasen

- Hvad har du fundet ud af?
- Er det et rimeligt resultat?
- Passer svaret med et du forventede?
- Hvor sikker er du på at den metode du har brugt har givet et godt svar?

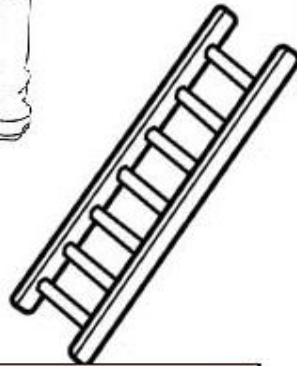
# HVAD VEJER ÆSKERNE?

- Pia har fået fire æsker.
- Æskerne er blevet vejet parvis i alle mulige kombinationer.
- Parvis vejer æskerne 6, 8, 10, 12, 14 og 16 kg.
- Pia har ingen vægt, men vil finde ud af, hvad hver æske vejer.



- Hjælp Pia med at finde ud af, hvad hver æske vejer!

# Målingen



## Efterfasen

- Hvad har du fundet ud af?
- Er det et rimeligt resultat?
- Passer resultatet til dine forventninger?
- Giver resultatet anledning til nye spørgsmål?
- 

## Handlingfasen

- Hvordan vil du organisere dine målinger/tælling
- Er din måde at måle på god nok ?
- Hvordan vil du præsentere dine resultater af undersøgelsen?
- Hvordan kan du systematisere og ordne dine målinger?
- Kan man regne noget ud?

## Førfasen

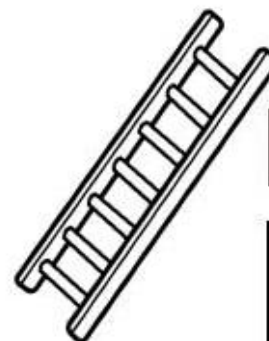
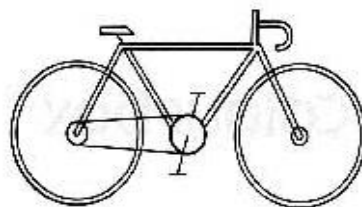
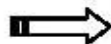
- Hvad vil du undersøge?
- Hvordan kan det beskrives med et spørgsmål?
- Hvordan beskriver du det som en formodning (hypotese)?
- Hvordan vil du måle/tælle?
- Hvad vil du måle og tælle? (de variable som indgår)

**HVOR STORT  
ER AREALET?**



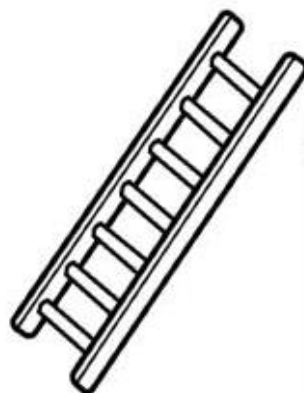


# Modelleringen



## Efterfasen

- Hvad fortæller resultatet dig?
- Er resultatet af din modellering anderledes end forventet?
- Hvilke nye spørgsmål kan modelleringen give anledning til?
- Hvordan passer dit resultat med andres?
- Er modellen god nok eller skal den ændes?



## Handlingsfasen

- Hvordan kan du bruge skitser til at få overblik over problemet?
- Hvordan kan du bruge matematik til at beskrive problemet?
- Hvordan kan du systematisere din modellering ved brug af tabeller og lister?
- Hvilke målinger og søgninger vil du bruge?
- Hvordan vil du vise det du har fundet ud af med skemaer, regne- eller tællemodeller?

## Førfasen

- Hvad vil du undersøge?
- Hvordan kan det beskrives med et spørgsmål?
- Hvad tror du bliver resultatet?
- Hvilke variable er vigtige og hvilke variable er mindre vigtige?
- Er der andre der har undersøgt det samme?

# HVOR MANGE BØGER PÅ BIBLIOTEKET?



# DIALOGEN ER VIGTIG I DET UNDERSØGENDE

*”Det at stille de rigtige spørgsmål, så eleverne undrer sig. At spørgsmålene bliver styrende på den rigtige måde”*

Matematikvejleder

Hvad er problemet/opgaven?  
Kan I sige det med jeres egne ord?

Hvad prøver I at gøre her?  
Fortæl om det?

Synes I svaret er fornuftig -  
hvorfor?

	<p>Hvad er problemet/opgaven? Kan I sige det med jeres egne ord?                      ... allerede som kan være vigtigt her? Bestemte ord?                      ... er/symboler?                      ... informationer som vi har brug for?                      ... dette problem?                      ... resultatet allerede nu? (gæt?)                      ... kan man kan løse problemet i 5 minutter og del derefter dine                      ...kker - vær klar til fremlæggelse om 5 minutter.</p>
	<p>Hvad prøver I at gøre her? Fortæl om det?                      Har I set noget der lignende dette før?                      Er der noget vi ikke kan ændre og noget vi kan ændre?                      Hvad sker der hvis vi ændre dette... til dette...?                      ... adgang? Findes der andre tilgange?                      ... finder løsningen på denne måde?                      ... om dette?                      ... eksempler?</p>
	<p>... er der en anden måde at løse dette på?                      Hvilke foreløbige konklusioner har I på dette?                      Hvordan kan vi tjekke disse udregninger uden at skulle gøre det hele igen.</p>
<b>Efterfasen Fortolkning og vurdering</b>	<p>Hvad gjorde I først? Lad os opdele den i små bidder.                      Hvordan kan I bedst vise Jeres resultater                      Hvorfor er denne form bedre end andre?                      ... mønstre i dataene?                      ... mønstre?                      ... andelse for dette?                      ... for?                      ... % Sikker på at dette er sandt? Hvorfor?                      ... ønsker du omkring x's begrundelse? Hvorfor?                      Kan du forklare hvordan din løsning er forskellig fra eller lig xxx svar?                      Hvilken metode var bedst at anvende her?                      Er der nogen der har ændret deres svar?</p>

# DEN UNDERSØGENDE KLASSEDIALOG

*Hvordan kom du frem til det?*


... og hvad så?

→ Vær bevidst om dit mål  
med samtalen!

**Fx:**

Åben strategi-delning

Målstyret deling



*"I forhold til det matematikfaglige skal man få samlet ordentligt op. Der er masser af udfordringer i sådan en uro-proces."*

Matematikvejleder

*Different discussions serve different purposes, and **the discussion goal acts as a compass** as teachers navigate classroom talk.*

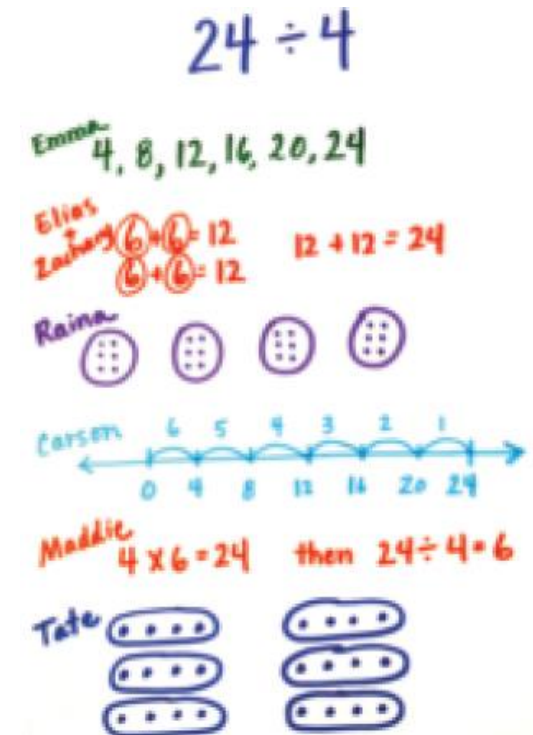
(Allison Hintz and Elham Kazemi, 2014)

# FÆLLESGØRELSEN: ÅBEN STRATEGIDDELING

Mål: at generere forskellige ideer  
fra eleverne.

Det handler om at eleverne får en  
dybere forståelse for det repertoire  
af strategier der findes og at vise  
at forskellige mennesker tænker forskelligt selvom det er  
samme problemstilling.

→ At tænke sammen kan udvide deres viden.



# FÆLLESGØRELSEN: POINTESTYRET DELING

At læreren fokusere diskussionen på en bestemt ide og guide eleverne til at nærme sig denne idé. (fx sammenhæng mellem forskellige strategier)

“Hvad er der forskel på, at man skal undersøge hvor mange gruppe der findes som  $x$  siger og at undersøge hvor mange der er i en gruppe som  $y$  siger?”

“På hvilken måde hænger  $x$  strategi og  $y$  strategi sammen/adskiller sig?”

Valuing students' thinking means publicly recognizing their ideas and avoiding singling out only a few students as smart (Cohen, 1994; Featherstone et al., 2011).

I KIDM: Prøve at gennemtænke elevens forskellige strategier og stille spørgsmål/hints som kan få sammenkoblet disse.

24 ÷ 4

Emma: 4, 8, 12, 16, 20, 24

Ellis: 6 + 6 = 12, 12 + 12 = 24

Zachary: 6 + 6 = 12, 12 + 12 = 24

Raina: (four circles, each containing 6 dots)

Carson: (number line from 0 to 24 with jumps of 6)

Maddie: 4 × 6 = 24, then 24 ÷ 4 = 6


Tate: (four rows of 6 dots each)

# EVALUERING - FEEDBACK

## SMALL MEASURES

Et redskab til feedback på arbejdsprocessen

- Et kompas for elevernes læring
- Selve udfyldelsen udgør feedback
- Udgangspunkt for klassesdiskussionerne
- Styrker studenterprofessionaliseringen



Er jeg god  
nok?

Formative evaluering

# Det undersøgende arbejde i matematik

		Ja	Nej
	<b>Førfasen</b>		
1	Jeg har talt med min gruppe om, hvad vi skal undersøge og finde frem til		
2	Jeg kommer med forslag til, hvordan vi kommer i gang		
3	Jeg lytter til de andres forslag		
4	Jeg har sammen med min gruppe lavet en plan for vores undersøgende arbejde		
	<b>Handlingsfasen</b>		
5	Jeg prøver mig frem, indtil jeg har fundet mindst en løsning		
6	Alle i gruppen arbejder sammen og lytter til hinanden		
7	Vi skriver vores resultater op eller tegner skitser		
8	Vi prøver at finde et system, et mønster eller en regel		
9	Vi har sammen overvejet vores løsninger og argumenteret for vores resultater		
	<b>Afslutningsfasen</b>		
10	Jeg kan fortælle til andre, hvordan vi har undersøgt problemet eller løst opgaven		
11	Jeg kan forklare andre, hvad vi har fundet ud af		



# HVORDAN MÅLER VI...

## Udvikling af en af et måleredskab.

Ikke traditionelle færdighedsmålinger men:

### Førfasen:

-Måling på opstilling af problemer: Problemposing (creative thinking)

### Handlingsfasen:

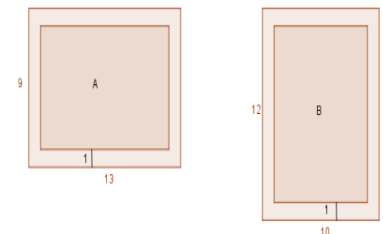
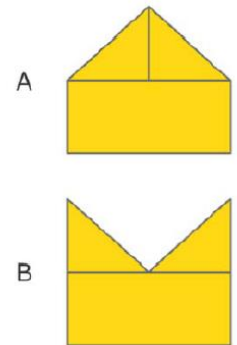
-Begrebsforståelse i tal, geometri og statistik

-Opstilling af strategier til løsning er problemer (Fermi problems)

-Problemløsning + Modellering +Ræsonnementer

### Tolkningsfasen:

-Tolkning af elevsvar + andre typer resultater



# HALVÅRLIG INDSATS

Intro

- Introvideo
- Teamplanlægning

Forløb 1

- Tal og algebra/ problembehandling og ræsonnementskomp.
- Fokus på iscenesættelsen

Forløb 2

- Geometri og måling /problembehandling og ræsonnementskomp
- Fokus på elevens undersøgende arbejdsform og lærerrollen

Forløb 3

- Statistik og sandsynlighed / modellering
- Fokus på opsamling og evaluering

Opsamling

- Opsamling og vidensdeling på skolen/ kommunen

# VI TALES VED....

