



### Undersøgende matematik

- Hvad er matematik?
  - Matematik er en menneskelig aktivitet. Der ligger en lang række mentale processer til grund for tilvejebringelse af ny matematisk erkendelse og for et individs tilegnelse af et matematisk begreb.
  - Den efterfølgende nedskrivning med definition, sætning og bevis er blot en efterrationalisering. (Freudenthal)



Undersøgende matematik – Matema...  
mat-didaktik.dk

Åben og undersøgende matematik, Hæfte - Sammenli...  
pricerunner.dk

Matematik og IT Helsingør Den 4. august. - p...  
slæpplaver.dk

Stor omtale af KIDM i Jyllands-Posten - Læremiddel.dk  
laeremiddel.dk

# Undersøgende matematik i prøverne



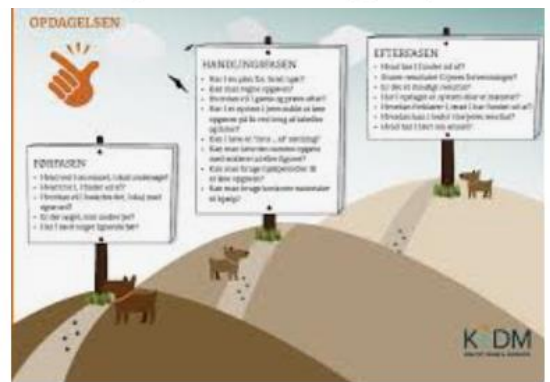
Undersøgende matematik opgave | EPOS...

Vild med matematik by Alin...

UCC - Matematikdag - 08.04.14

Åben og undersøgende ma...

undersøgende matematik Archives - Edu21.d...



Sammenhæng gennem undersøgende ma...  
pedagogik.dk

Undersøgende matematik | Lærernes...  
lærere.dk

Undersøgende matematik...  
en-la-feedback.com

Undersøgende matematik i...  
læremiddel.dk

Lad lineære funktioner være sjove -med undersøg...  
edu21.dk

# Programmet

- En del af opgaverne i Folkeskolens Prøver handler om, at eleverne skal undersøge et eller andet.
- Det er ofte opgaver, eleverne har svært ved - både at løse og at kommunikere.
- På denne workshop gennemgår vi de seneste års undersøgende prøveopgaver: Hvordan kan vi hjælpe eleverne med at udvikle hensigtsmæssige strategier, og hvordan skal de kommunikere deres svar?
- Vi skal se på forskellige typer af opgaver, der efterspørger en undersøgelse.

# FPnyt nr. 2 oktober 2018

- **Nye opgavetyper i skriftlig matematik**
- I prøverne FP9 Matematik med hjælpemidler og FP10 Skriftlig matematik vil der fra december 2018 kunne forekomme opgaver, som i lidt højere grad indebærer, at eleverne arbejder undersøgende og eksperimenterende. For at hjælpe eleverne med at prioritere arbejdstiden, herunder ikke bruge for lang tid på en enkelt opgave, vil det fremgå af opgavesættet, hvor mange point hver opgave højest kan udløse.
- **Prøvevejledningen januar 2018**
- Til de skriftlige prøver i matematik, FP9 og FP10, kan der med virkning fra maj 2018 forekomme opgaver, som eleverne kun kan løse med digitale værktøjer. Der vil være tale om de digitale værktøjer, der er omtalt i læseplanen for Fælles Mål: regneark, CAS og dynamisk geometriprogram. Det er derfor vigtigt, at eleverne ved prøverne har adgang til sådanne digitale værktøjer.

# Hvad mener UVM?

- Begreberne "undersøgende og eksperimenterende" bruges flere steder i Fælles Mål, og betydningen af ordene skal ses i sammenhæng med Fælles Mål. Det undersøgende og eksperimenterende arbejde spiller fx en rolle i matematisk problemløsning, modellering og i ræsonnement og tankegang, og det indgår i Tal & algebra, Geometri & måling samt i Statistik & sandsynlighed.
- Et karakteristisk træk ved opgaver, der sigter på undersøgende og eksperimenterende arbejde, er, at de ikke kan løses alene med standardmetoder, men kræver, at eleverne selv finder hensigtsmæssige fremgangsmåder. Det kan fx dreje sig om at prøve sig frem, finde en systematik, der kan hjælpe, at inddrage viden og færdigheder om et bestemt fagområde, om at ræsonnere og om at kontrollere, om en bestemt hypotese holder.
- Der har igennem flere år forekommet opgaver i prøverne, hvor eleverne skal foretage en undersøgelse. Det nye er mest af alt, at undersøgelserne i den nye opgavetype kan være lidt mere tidskrævende end tidligere, og at opgaven ofte kan afsluttes på forskellige faglige niveauer (hensigten er, at alle elever skal have mulighed for at komme så langt de nu kan med opgaven). Bemærk også, at der i meldingen fra prøvekontoret står, at der vil " ... kunne forekomme opgaver, som i **lidt højere grad** indebærer, at eleverne arbejder undersøgende og eksperimenterende". Undervisning der bygger på Fælles Mål, dækker det undersøgende og eksperimenterende arbejde, der kan forekomme i prøverne fra december 2018.
- Det vil være muligt at se et eksempel på den nye opgavetype i prøverne fra december 2018. Disse prøver bliver tilgængelige på Materialeplatformen i januar/februar måned 2019.

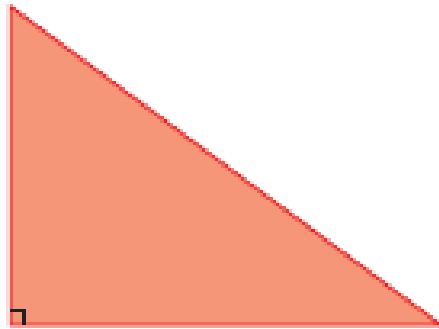
# FP9 December 2018

## 6

### Retvinklede trekanter

Opgave 6 giver højst 8 point

Herunder er en retvinklet trekant.



I opgave 6.1 skal du tegne retvinklede trekanter, der opfylder betingelse 1, og retvinklede trekanter, der opfylder betingelse 2.

Betingelse 1:

Den retvinklede trekant skal have en side med længden 3 og en side med længden 4.

Betingelse 2:

Den retvinklede trekant skal have en side med længden 12 og være ligedannet med en trekant, der opfylder betingelse 1.

- 6.1** Du skal undersøge, hvor mange forskellige retvinklede trekanter der opfylder betingelse 1, og hvor mange der opfylder betingelse 2. Du skal tegne skitser eller præcise tegninger af alle trekanterne og skrive mål på alle sider.

# FP9

- Maj 2016 opgave 1.4. Problembehandling, men kan også løses med et ræsonnement
- Maj 2016 opgave 4.4. Sammenligning af to modeller
- Maj 2016 opgave 5.5. Problembehandling, men kan også besvares med et ræsonnement
- December 2016 opgave 1.4. Sammenligning af to modeller
- December 2016 opgave 2.5. Problembehandling
- December 2016 opgave 3.5. Problembehandling
- December 2016 opgave 4.4. Modellering
- December 2016 opgave 5.4. Problembehandling
- December 2016 opgaverne 6.2 og 6.5. Problembehandling
- Maj 2017 opgave 1.3. Problembehandling
- Maj 2017 opgave 1.5. Ræsonnement. Afvisning af påstand gennem beregning eller tegning
- Maj 2017 opgave 2.4. Problembehandling
- Maj 2017 opgave 3.4. Sammenligning af to modeller. Problembehandling
- Maj 2017 opgave 4.3. Modellering (Simulering i regneark eller brug af chancetræ)
- Maj 2017 opgave 5.4. Problembehandling
- December 2017 opgave 4.3. Modellering (Simulering i regneark eller brug af chancetræ)
- December 2017 opgave 5.4. Ræsonnement
- Maj 2018 opgave 4.2. Problembehandling
- Maj 2018 opgave 5.5. Ræsonnement
- Maj 2018 opgave 6.3. Problembehandling
- December 2018 opgave 2.4. Problembehandling
- December 2018 opgave 3.5. Problembehandling
- December 2018 opgave 4.3. Forskelle og ligheder på to datasæt
- December 2018 opgave 6.1. Problembehandling

# FP10

- Maj 2016 opgave 1.4. Sammenligning af to modeller
- Maj 2016 opgave 2.4. Sammenligning af beregningsmetoder
- Maj 2016 opgave 4.3. Problembehandling
- December 2016 opgave 1.5. Sammenligning af to modeller
- Maj 2017 opgave 2.4. Sammenligning af to modeller
- Maj 2017 opgave 3.4. Ræsonnement. Undersøgelse af påstand gennem beregning
- Maj 2017 opgave 5.3. Problembehandling
- December 2017 opgave 1.6. Problembehandling ud fra model
- December 2017 opgave 4.2. Problembehandling
- December 2017 opgave 5.2. Problembehandling
- Maj 2018 opgave 1.4. Problembehandling ud fra model
- Maj 2018 opgave 3.5. Problembehandling
- Maj 2018 opgave 5.4. Ræsonnement
- Maj 2018 opgave 6.5. Ræsonnement
- December 2018 opgave 1.5. Problembehandling
- December 2018 opgave 5.4. Problembehandling, evt. ræsonnement

# Ræsonnement

- **FP9 maj 2016 opgave 1.4.**  
Problembehandling, men kan også løses med et ræsonnement
- **FP9 maj 2016 opgave 5.5.**  
Problembehandling, men kan også besvares med et ræsonnement
- FP9 maj 2017 opgave 1.5.  
Ræsonnement. Afvisning af påstand gennem beregning eller tegning
- FP10 maj 2017 opgave 3.4.  
Ræsonnement. Undersøgelse af påstand gennem beregning
- **FP9 december 2017 opgave 5.4.**  
Ræsonnement
- FP9 maj 2018 opgave 5.5.  
Ræsonnement
- FP10 maj 2018 opgave 5.4.  
Ræsonnement
- FP10 maj 2018 opgave 6.5.  
Ræsonnement
- **FP 10 december 2018 opgave 5.4.**  
Problembehandling, evt. ræsonnement



# Modellering

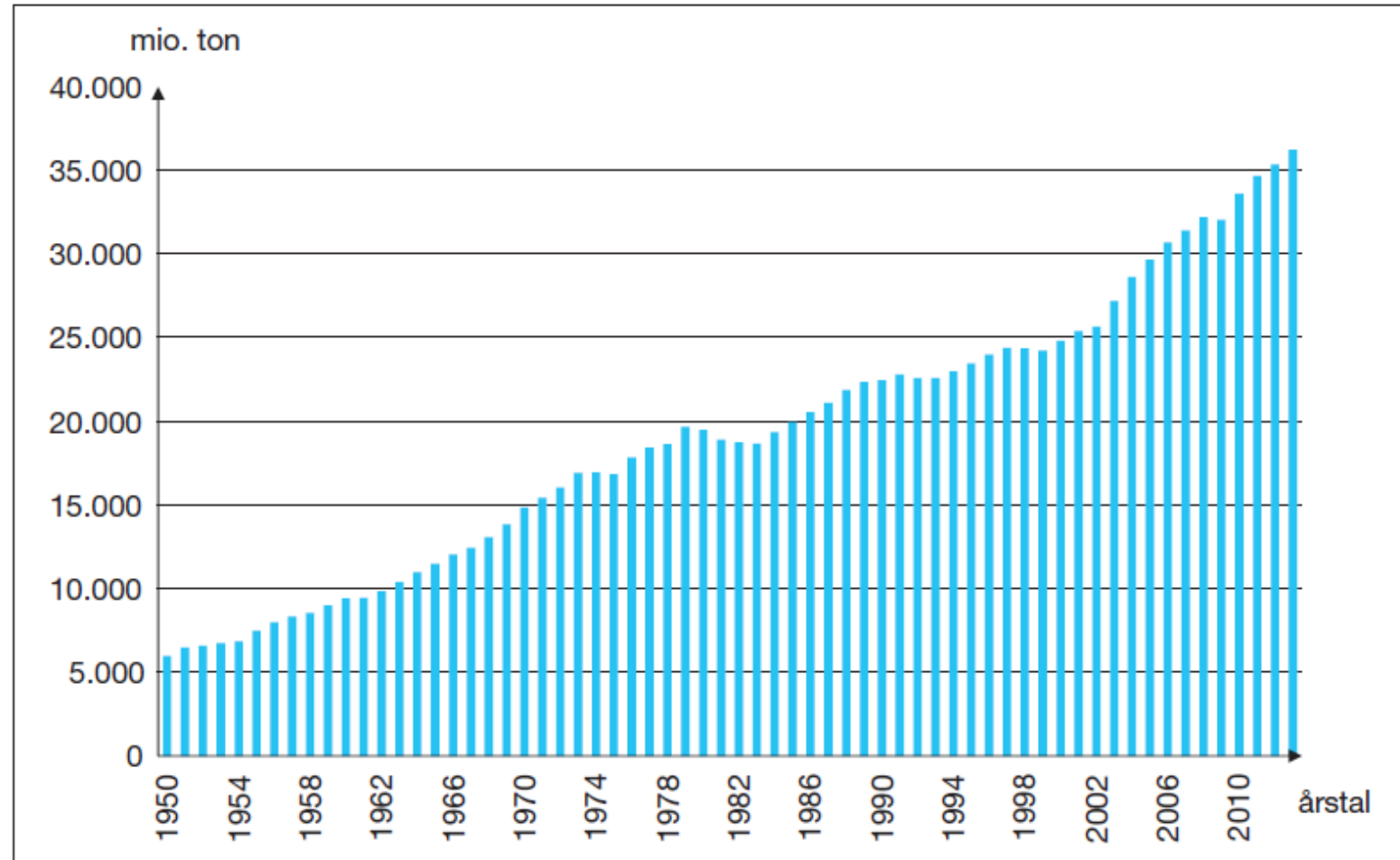
- **FP9 maj 2016 opgave 4.4.**  
Sammenligning af to modeller
- FP10 maj 2016 opgave 1.4.  
Sammenligning af to modeller
- FP10 maj 2016 opgave 2.4.  
Sammenligning af beregningsmetoder
- FP9 december 2016 opgave 1.4.  
Sammenligning af to modeller
- FP9 december 2016 opgave 4.4.  
Modellering
- FP10 december 2016 opgave 1.5.  
Sammenligning af to modeller
- **FP 10 maj 2017 opgave 2.4.**  
Sammenligning af to modeller
- **FP9 maj 2017 opgave 3.4. Sammenligning**  
af to modeller. Problembehandling
- FP9 maj 2017 opgave 4.3. Modellering  
(Simulering i regneark eller brug af chancetræ)
- FP9 december 2017 opgave 4.3.  
Modellering (Simulering i regneark eller brug af chancetræ)
- FP10 december 2017 opgave 1.6.  
Problembehandling ud fra model
- **FP10 maj 2018 opgave 1.4.**  
Problembehandling ud fra model

# Prøven 10. klasse, maj 2017

## *Gode opgaver til 9. klasse*

- 1** Biler og udledning af  $\text{CO}_2$
- 2** Menneskeskabt udledning af  $\text{CO}_2$
- 3** Vasketøj og udledning af  $\text{CO}_2$
- 4** En ligebenet, retvinklet trekant
- 5** Regneruter

Klaus har tegnet diagrammet herunder, som viser den menneskeskabte udledning af CO<sub>2</sub> t atmosfæren hvert år i perioden 1950-2013.



I 2013 var den menneskeskabte udledning af CO<sub>2</sub> på ca. 36.000 mio. ton.

- 2.2** Hvor mange procent var den menneskeskabte udledning af CO<sub>2</sub> større i 2013 end i 2000?

I den gule boks er to modeller, som beskriver udviklingen i den menneskeskabte årlige udledning af CO<sub>2</sub> siden 1950.

$$\text{Model 1: } y = 450 \cdot x + 6000$$

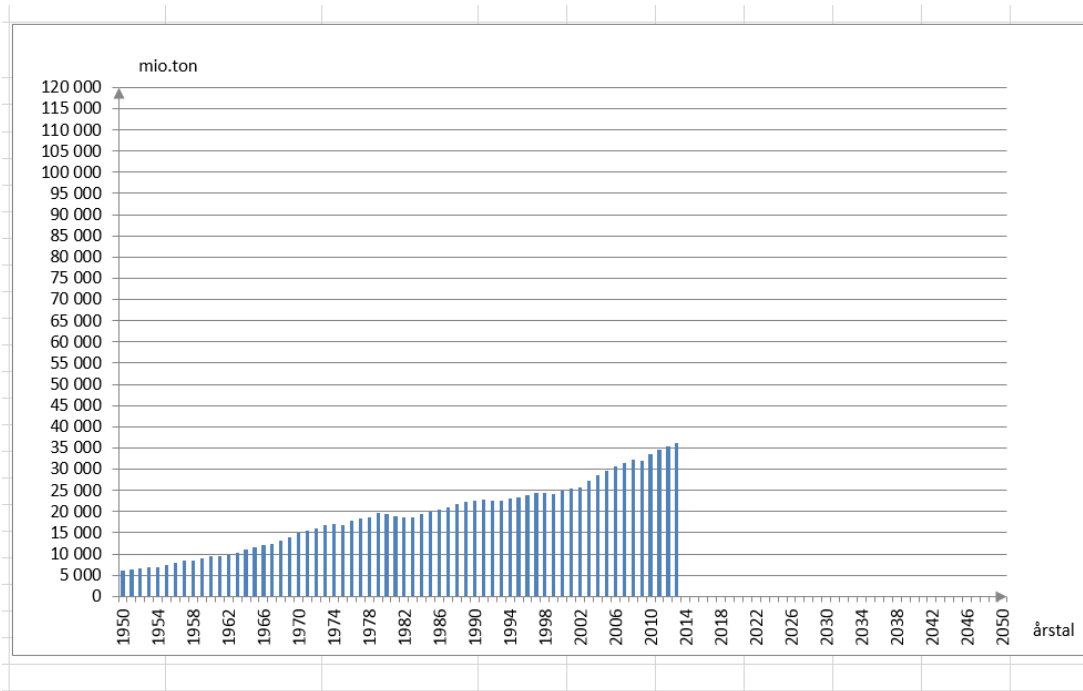
$$\text{Model 2: } y = 6000 \cdot (1 + 0,03)^x$$

$y$  er den årlige udledning af CO<sub>2</sub> i mio. ton.

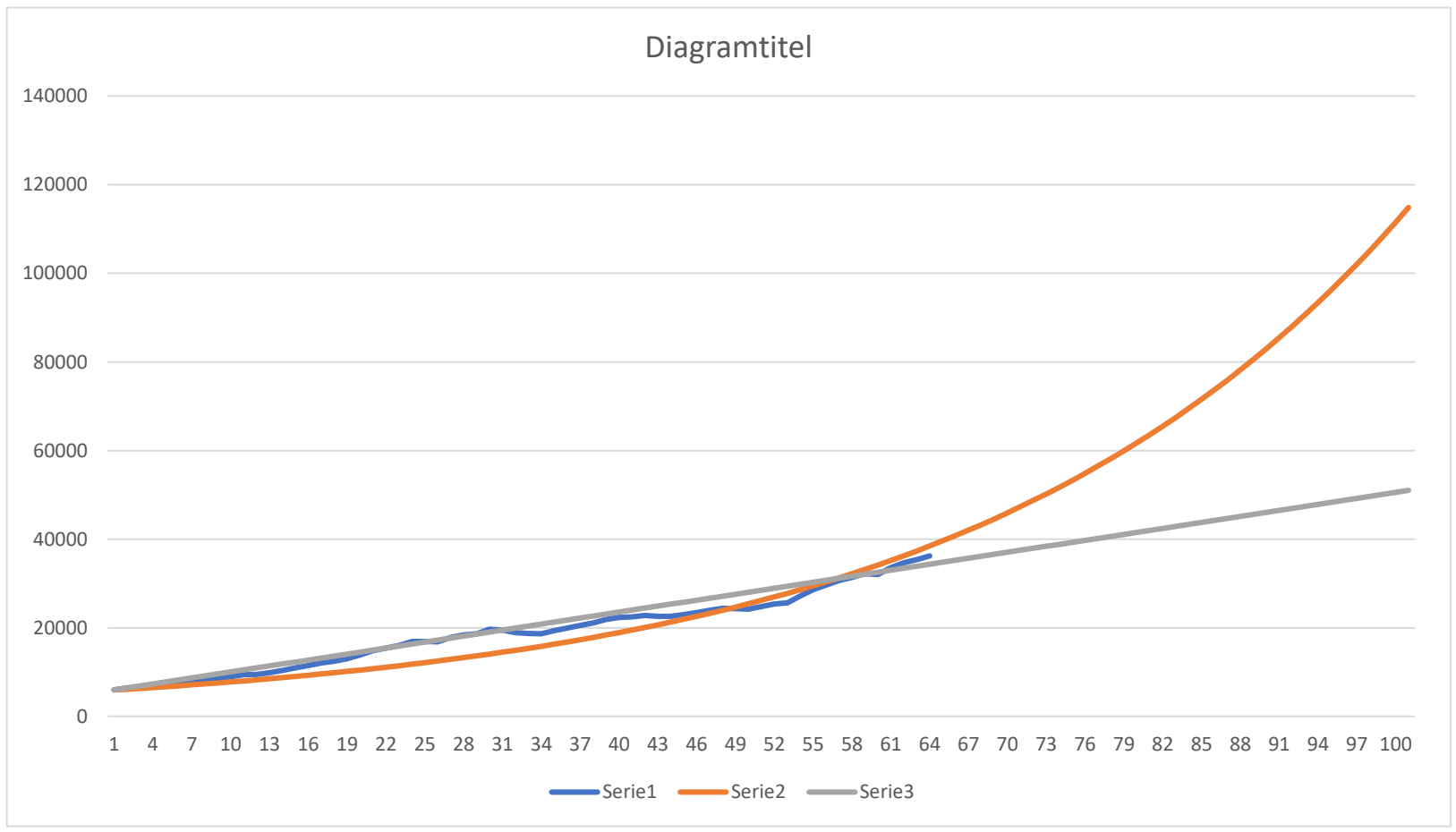
$x$  er antallet af år efter 1950.

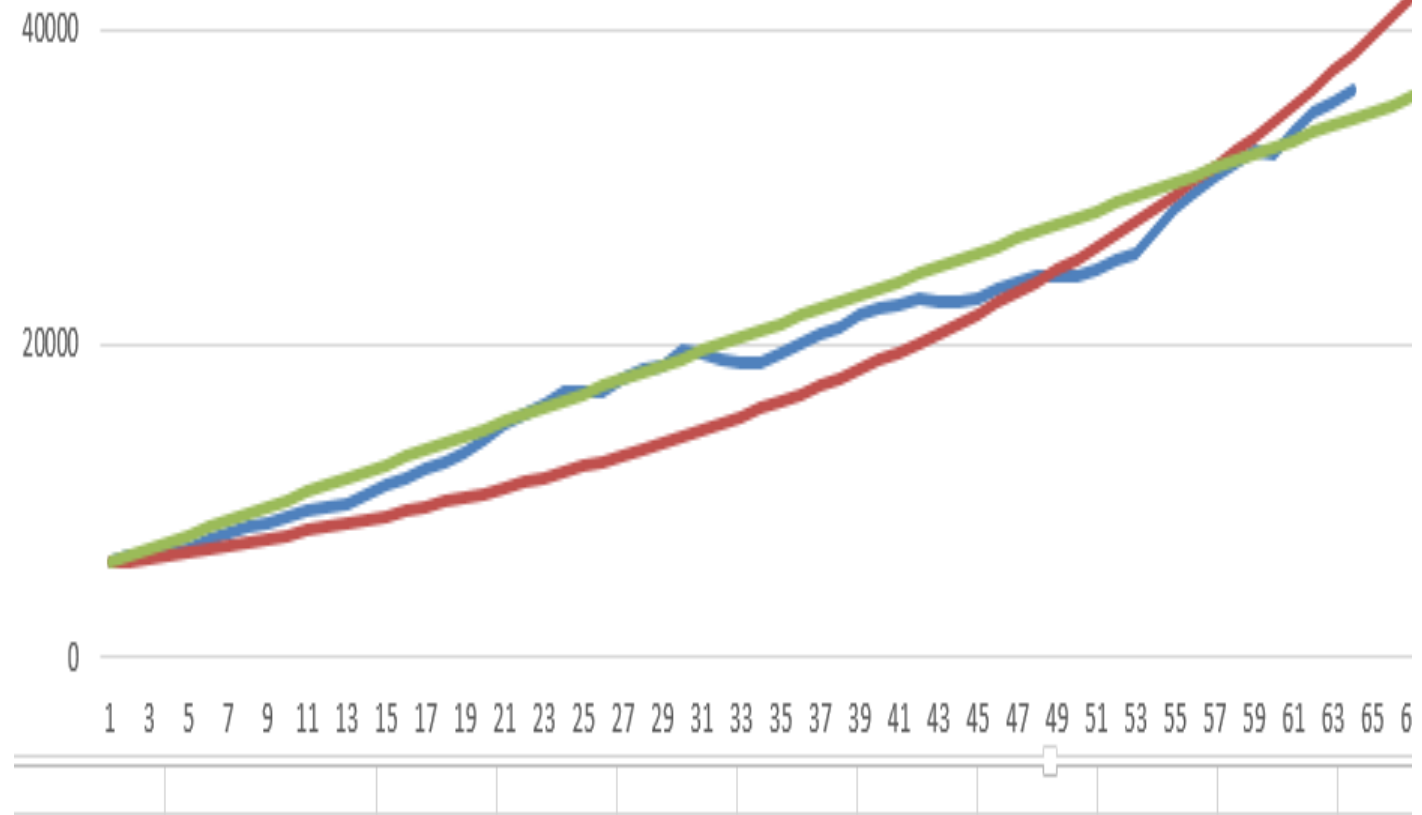
- 2.3** Forklar, hvilken betydning tallet 450 i model 1 og tallet 0,03 i model 2 har for modellernes beskrivelse af udviklingen.
- 2.4** Undersøg hvilken af de to modeller, der bedst beskriver udledningen af CO<sub>2</sub> i perioden 1950-2013.
- 2.5** Hvor stor er forskellen på de to modellers forudsigtelse af den menneskeskabte udledning af CO<sub>2</sub> i 2050?

# Digitale værktøjer



Årstal	Antal år efter 1950	Udledning af CO <sub>2</sub> (mio. ton )		
			model2	model 1
1950	0	5976	5976	
1951	1	6479	6155,28	6450
1952	2	6581	6339,938	6900
1953	3	6750	6530,137	7350
1954	4	6838	6726,041	7800
1955	5	7487	6927,822	8250
1956	6	7982	7135,657	8700
1957	7	8323	7349,726	9150
1958	8	8543	7570,218	9600
1959	9	8998	7797,325	10050
1960	10	9419	8031,244	10500
1961	11	9460	8272,182	10950
1962	12	9848	8520,347	11400
1963	13	10387	8775,957	11850
1964	14	10981	9039,236	12300
1965	15	11476	9310,413	12750
1966	16	12056	9589,726	13200
1967	17	12441	9877,417	13650
1968	18	13075	10173,74	14100
1969	19	13860	10478,95	14550
1970	20	14861	10793,32	15000
1971	21	15429	11117,12	15450





# Problembehandling

- FP9 maj 2016 opgave 1.4. Problembehandling, men kan også løses med et ræsonnement
- FP9 maj 2016 opgave 5.5. Problembehandling, men kan også besvares med et ræsonnement
- FP10 maj 2016 opgave 4.3. Problembehandling
- FP9 december 2016 opgave 2.5. Problembehandling
- FP9 december 2016 opgave 3.5. Problembehandling
- FP9 december 2016 opgave 5.4. Problembehandling
- FP9 december 2016 opgaverne 6.2 og 6.5. Problembehandling
- FP9 maj 2017 opgave 1.3. Problembehandling
- FP9 maj 2017 opgave 2.4. Problembehandling
- FP9 maj 2017 opgave 3.4. Sammenligning af to modeller. Problembehandling
- FP9 maj 2017 opgave 5.4. Problembehandling
- FP10 maj 2017 opgave 5.3. Problembehandling
- FP10 december 2017 opgave 4.2. Problembehandling
- **FP10 december 2017 opgave 5.2.** Problembehandling
- FP9 maj 2018 opgave 4.2. Problembehandling
- FP9 maj 2018 opgave 6.3. Problembehandling
- FP10 maj 2018 opgave 3.5. Problembehandling
- FP9 december 2018 opgave 2.4. Problembehandling
- FP9 december 2018 opgave 3.5. Problembehandling
- FP9 december 2018 opgave 6.1. Problembehandling
- **FP10 december 2018 opgave 1.5.** Problembehandling
- **FP10 december 2018 opgave 5.4.** Problembehandling, evt. ræsonnement



Tak for i dag