



VIA University  
College

# TRACK

Teaching Routines and Content Knowledge



Pernille Bødtker Sunde og  
Lóa Björk Jóelsdóttir

Med støtte fra  
**TrygFonden**

# Hvad er TRACK?

- Udvikling af dansk matematikundervisning med inspiration fra Singapore
- Professionsudvikling: forskningsbaseret kompetenceudvikling i forbindelse med implementering af intervention udviklet på baggrund af udvalgte elementer fra Singapore
- Dygtigere elever: både de talentfulde og elever i matematikvanskeligheder



# Hvad er TRACK?

- **Udviklingsprojekt: Udvikling af en intervention til matematikundervisning i 4. – 6. klasse**
  - Kompetenceudvikling af lærere (kursusforløb + intervention i praksis)
  - Udvikling af undervisningsmaterialer på baggrund af udvalgte principper fra Singapore
    - Udvikling af matematikundervisning i 4. – 6. klasse
- **Forskningsprojekt: Effekten af en intervention i forbindelse med matematikundervisning i 4. – 6. klasse**

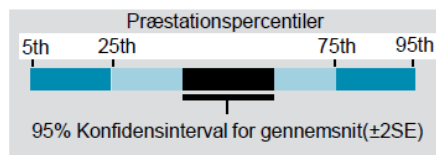


# Hvorfor Singapore?

- Selvstændigt land fra 9. august 1965 (Før en del af Malaysia)
  - Tvivl om i hvilket omfang Singapore kunne klare de udfordringer de havde i starten
    - Boligmangel, arbejdsløshed, uddannelse og stor mangel af naturressourcer
- Uddannelse i centrum
  - 1980s: Beslutning om fokus på teknologi og dermed uddannelsessystemet, herunder anerkendelse af vigtigheden af matematik
  - 1982: Det første bogsystem med fokus på problemløsning og tegning af modeller som støtte til løsning af matematiske problemer
  - TIMSS i top tre siden 1995.
  - PISA: Topplacering både drenge og piger
  - Høj andel højt præsterende, lav andel lavt præsterende

# Hvorfor Singapore?

## TIMSS 2015



Land	Gennemsnits score	Præstationsfordeling i matematik
2 Singapore	618 (3,8) ↑	
† Hong Kong SAR	615 (2,9) ↑	
Korea	608 (2,2) ↑	
Kinesisk Taipei	597 (1,9) ↑	
Japan	593 (2,0) ↑	
‡ Nordirland	570 (2,9) ↑	
Rusland	564 (3,4) ↑	
Norge (5)	549 (2,5) ↑	
Irland	547 (2,1) ↑	
England	546 (2,8) ↑	
† Belgien (Flamsk)	546 (2,1) ↑	
Kazakhstan	544 (4,5) ↑	
2 Portugal	541 (2,2) ↑	
2 † USA	539 (2,3) ↑	
2 † Danmark	539 (2,7) ↑	
2 Litauen	535 (2,5) ↑	
Finland	535 (2,0) ↑	
Polen	535 (2,1) ↑	
† Holland	530 (1,7) ↑	
Ungarn	529 (3,2) ↑	
Tjekkiet	528 (2,2) ↑	
Bulgarien	524 (5,3) ↑	
Cypern	523 (2,7) ↑	
Tyskland	522 (2,0) ↑	
Slovenien	520 (1,9) ↑	
2 Sverige	519 (2,8) ↑	
3 Serbien	518 (3,5) ↑	
Australien	517 (3,1) ↑	
2 † Canada	511 (2,3) ↑	
2 Italien	507 (2,6) ↑	
2 Spanien	505 (2,5) ↑	
Kroatien	502 (1,8)	
<b>TIMSS referencescore</b>	<b>500</b>	
Slovakiet	498 (2)	

# Hvorfor TRACK?

- Vi gør det godt MEN
  - Vi kan og vil altid gøre det bedre!
- Ca. 13% af danske unge er ikke i arbejde, uddannelse eller praktik.  
80% af disse unge opfylder ikke kravene i matematik til ungdomsuddannelserne
  - Tilsvarende tal for danskfaget er 47%
- I Danmark vil vi gerne løfte de fagligt svageste, men hvordan?
- I Danmark vil vi gerne at flere elever præstere på de højeste niveauer, men hvordan?



# Singapore inspireret matematikundervisning i dansk kontekst



# Grundprincipper fra Singapore

Problemløsningsorienterede tilgang  
(bl.a. Polya, 1945)

Forskellige repræsentationer *konkret – ikonisk – abstrakt (CPA)*  
(efter Bruner, 1966)

Blokmodellen til visualisering

Fordybelse – mestring – faglig progression

## **Generel fokus:**

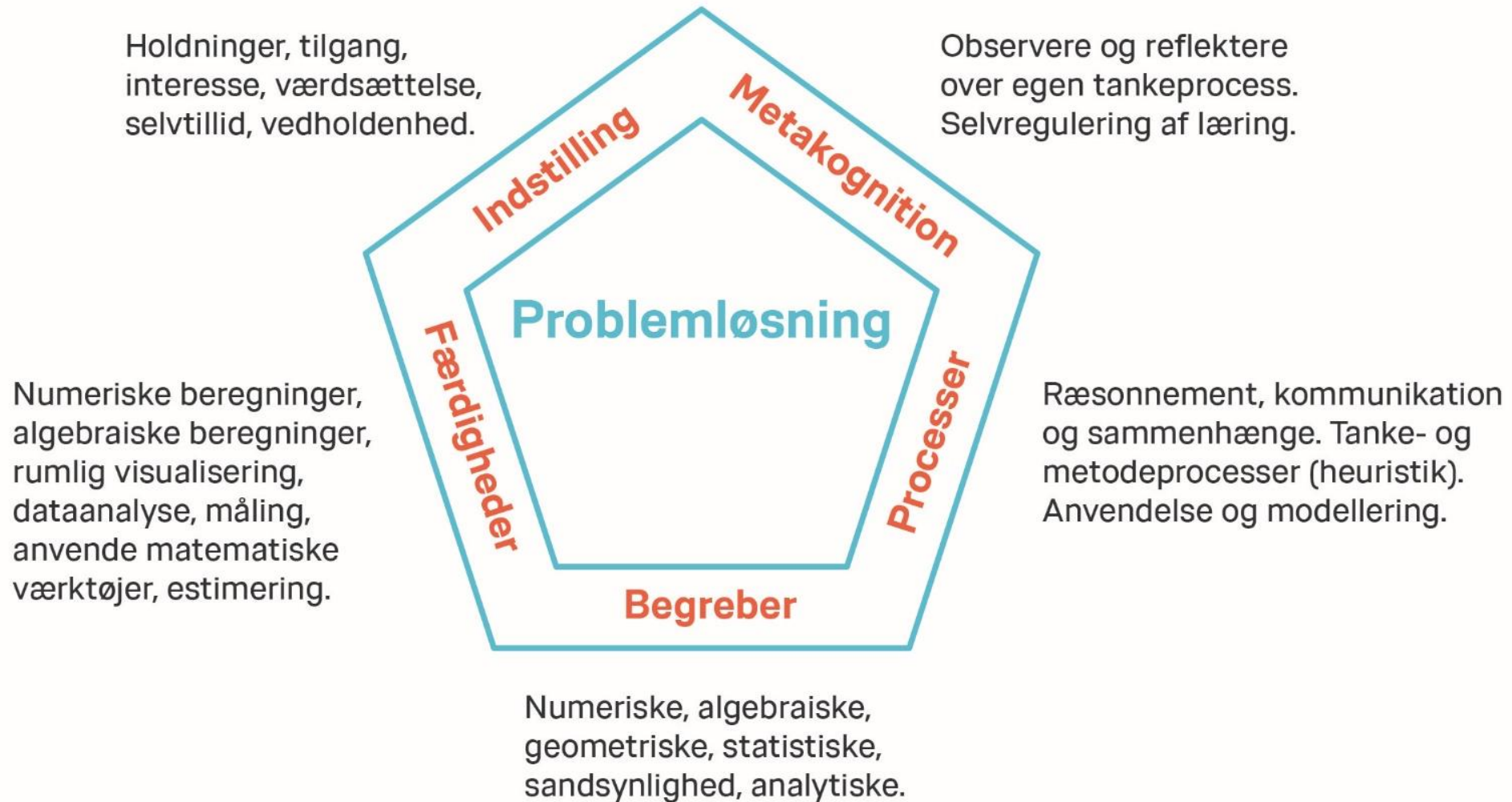
Konsekvent brug af disse tilgange

Struktureret og velafprøvet progression



# Problemløsning i centrum

## Grundtanker i Singapore-modellen



# At udvikle strategier: Polya

## 1. Forstå problemet

Hvad ved jeg?

Hvad skal jeg finde/vise?

Reformulere

Har jeg alle informationer?

## 2. Udarbejd en plan for behandling af problemet

At vælge hvilken strategi eller strategier eleven vil bruge?

## 3. Udfør den eller de udvalgte strategier for behandling af problemet

Teknisk at gennemføre de procedurer, der skal til.

Overvåge sine handlinger og kunne vurdere strategien.

## 4. Overvej resultatet

Evaluer svaret

# Problemløsning i interventionen

- Hverdagsrelaterede problemstillinger som opstart til alle emner



**VI UDFORSKER**



**Hvor mange sodavand kan der være i en kasse?**



- Udvikling af metakognitive strategier til problemløsning



# Hvorfor vigtigt?

*(Kilde: UVM, 2014. Forskningsbaseret viden om matematik)*



## **FORSKNINGEN VISER:**

Brug af metakognitive strategier til systematisk problembehandling i matematikundervisningen har en positiv effekt på elevernes faglige præstationer.



## **FORSKNINGEN VISER:**

Elever med særlige behov profiterer i høj grad af at modtage undervisning i systematisk problembehandling.

# Problemløsning

## Udvikling af metakognitive strategier

- "At anvende metakognitive strategier betyder at gøre eleverne mere opmærksomme på, hvad de gør, når de skal løse matematiske problemstillinger, og hvorfor problemstillingerne skal løses på den måde, samt hvad de skal gøre, når de kommer i vanskeligheder med den matematiske problemløsning." (UVM 2014 s. 5)
- fokus på fase- og manualbaserede modeller/strategier.
- Antal trin kan være forskellig fx 4 trins model (Polya)
  - (eller 7 trins model fx Pernille Pinds LOVPORT)

Hvad er en strategi?

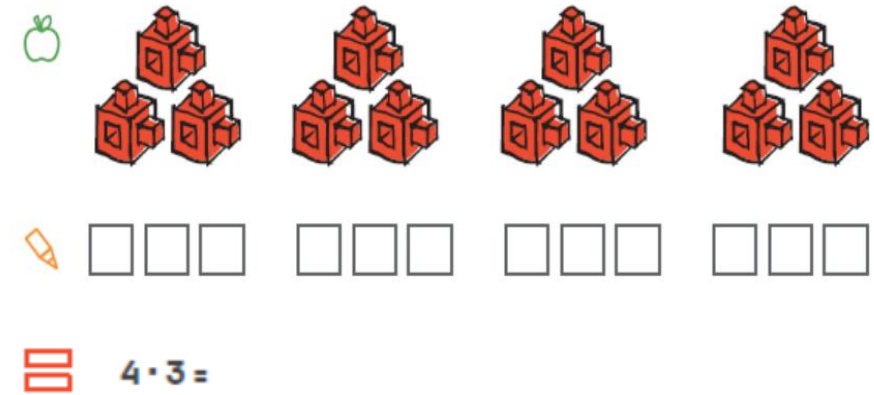


# CPA – progression

**C** Eleverne anvender konkrete objekter ved arbejdet med problemer og opgaver.

**P** Konkrete objekter er repræsenteret visuelt. Her arbejdes typisk med forskellige diagrammer eller modeller, som fx blokmodellen.

**A** Den abstrakte repræsentation eller det symbolske trin. Her omsættes det konkrete og ikoniske til det abstrakte matematiske symbolsprog.



## **Jeromy Bruners tre repræsentationer**

1. *Enactive representation*  
(handlingsfasen)

2. *Iconic representation*  
(billedfasen)

3. *Symbolic representation*  
(sprog eller symboler)

# CPA: konkret – visuel - abstrakt

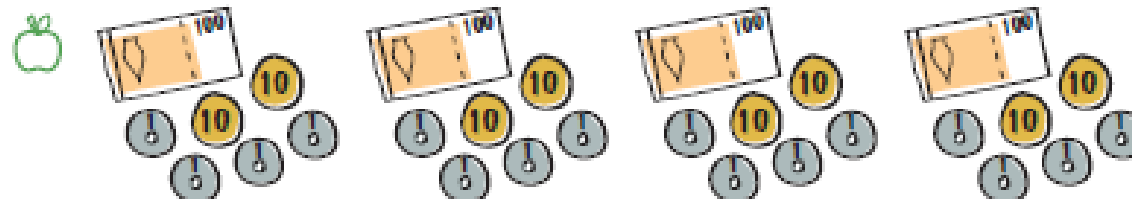
Læreren har en vigtig rolle i forhold til at støtte i oversættelsen mellem repræsentationsformerne.

Ved at arbejde bevidst med disse tre repræsentationsformer, støttes elevernes forståelse af matematikken.

Overgangen til den abstrakte repræsentation eller symbolsproget bliver dermed lettere for flere elever.

Yesuf køber 4 T-shirts. De koster 124 kr. stykket.  
Hvor meget skal han betale i alt?

og Tere.



Regneopgaven bliver  $4 \cdot 124$   
Lav et overslag, før du regner:



Skema-metoden

	1	2	4			
	↓	↓	↓			
	100	+	20	+	4	
	100		20		4	
4	$4 \cdot 100 = 400$		$4 \cdot 20 = 80$		$4 \cdot 4 = 16$	= 496

Kan I se, hvad der sker i skema-metoden og i den lodrette metode, når vi får flere cifre?

$$4 \cdot 124 = 4 \cdot 100 + 4 \cdot 20 + 4 \cdot 4 = 400 + 80 + 16 = 496$$



Den lodrette metode

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 124 \\ 4 \cdot 100 = 400 \\ 4 \cdot 20 = 80 \\ 4 \cdot 4 = 16 \\ \hline = 496 \end{array}$$

Hvilken regnemetode, synes du, er nemmest?



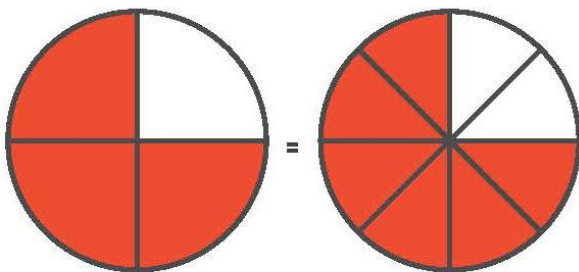
# CPA : Konkret – visuel - abstrakt

## Eksempel fra brøker i fjerde klasse





Brug blokbrikker og find  $\frac{3}{4}$ .

A.



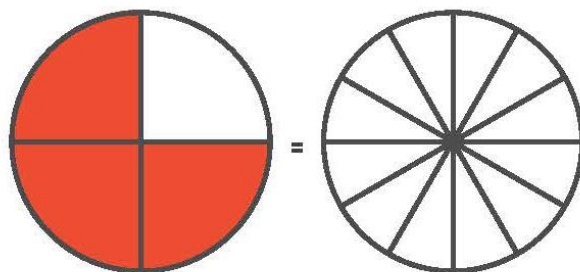
Forlæng med 2.


$$\frac{3}{4} \begin{array}{l} \cdot 2 \\ = \\ \cdot 2 \end{array} \frac{6}{8}$$



$\frac{3}{4}$  er lige så lang som  $\frac{6}{8}$ .

B.



Forlæng med 3.

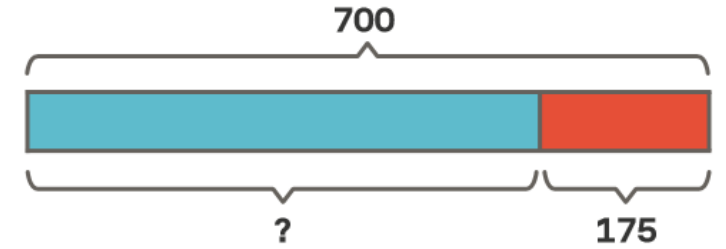
$$\frac{3}{4} \begin{array}{l} \cdot 3 \\ = \\ \cdot 3 \end{array} \frac{9}{12}$$

$\frac{3}{4}$  er lige så lang som  $\frac{9}{12}$ .





# Blokmodellen til visualisering



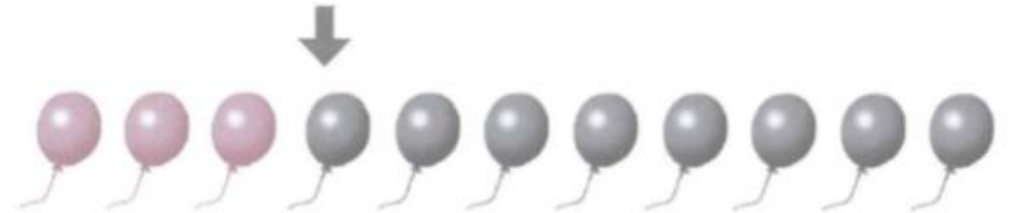
- En særlig ikonisk repræsentation, som anvendes ved problemløsning.
- I Singapore anvendes denne model i hele uddannelsessystemet – også på universitetsniveau
- Blokmodellen kan anvendes på mange forskellige typer af problemer.
- Elever som kender og bruger blokmodellen konsekvent som ikonisk repræsentation i problemløsning får et godt redskab til at genkende hvilken regneart, der skal bruges.

# Blokmodellen: Addition

Det konkrete



Sæt sammen (Det konkrete)



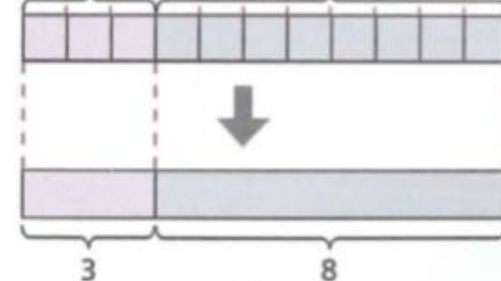
Brug en konkret generalisering som repræsentationsform



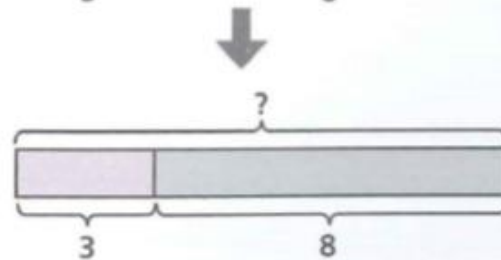
Brug en visuel repræsentationsform (ikonisk/tegning)



Brug blokmodellen som repræsentationsform



Brug blokmodellen til at løse problemet

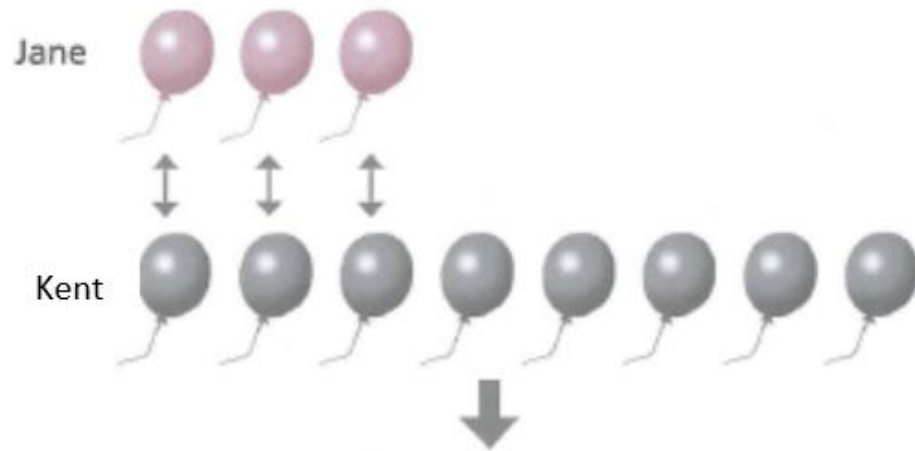


De har 11 balloner i alt

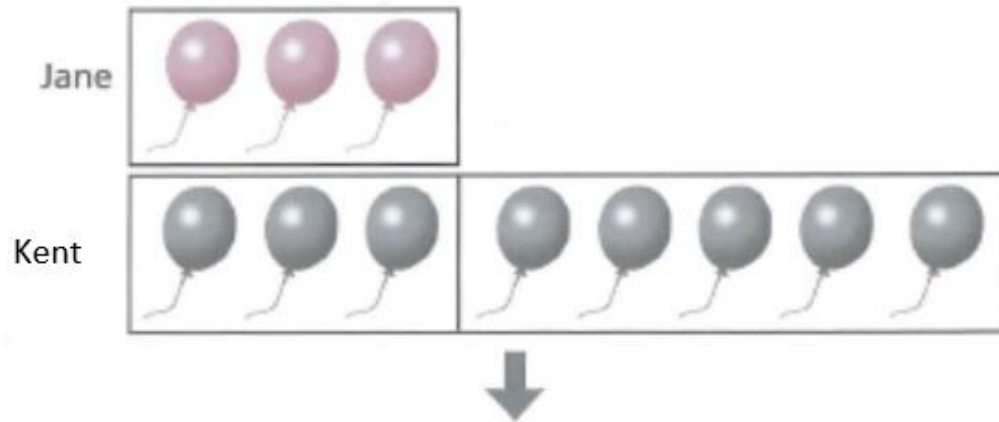
$$3 + 8 = 11$$

# Blokmodellen: Subtraktion

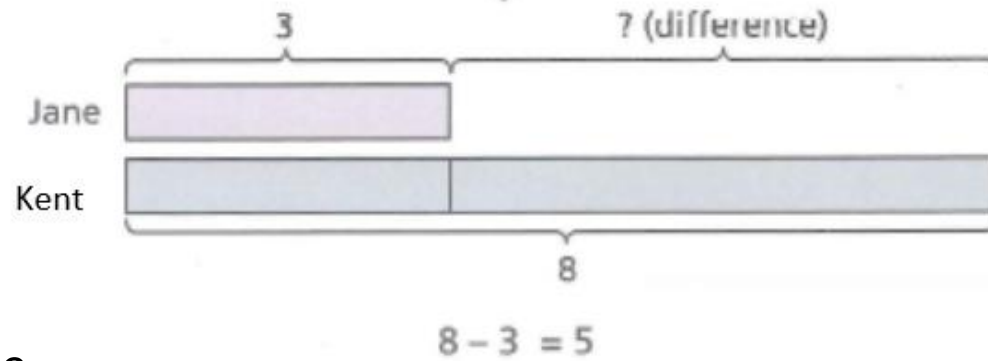
Det konkrete



Konkret - visuelt



Blokmodellen - visuelt

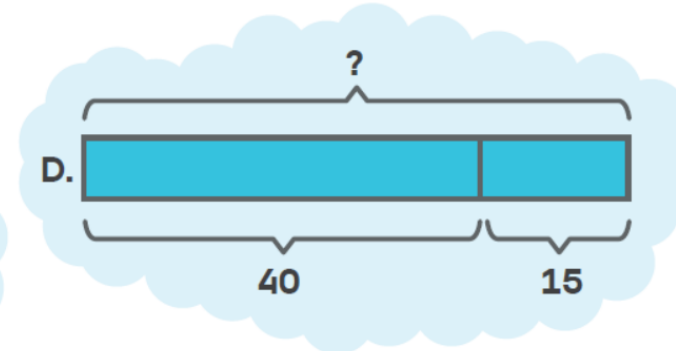
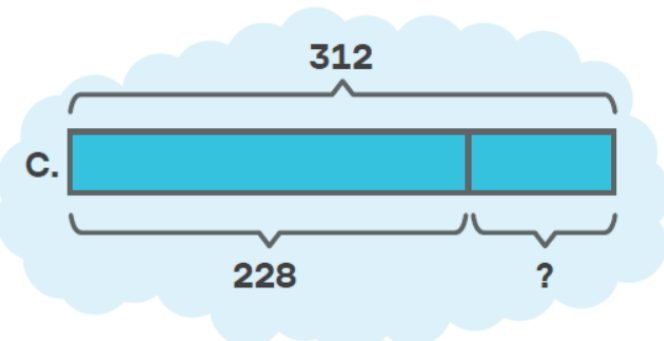
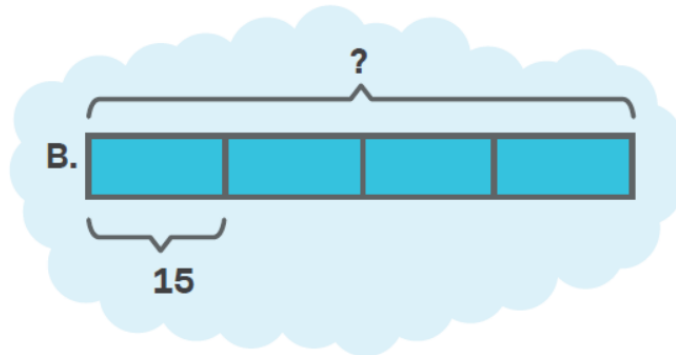
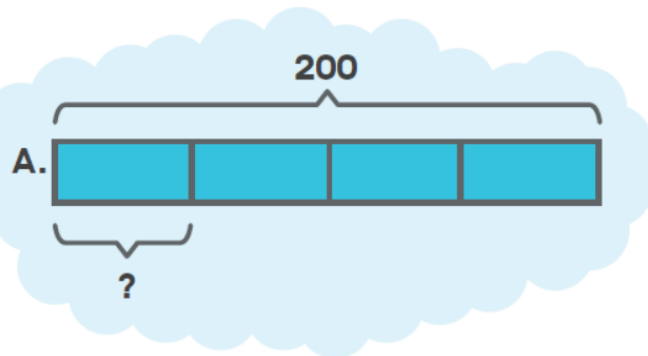


Kent har 5 balloner flere end Jane

# Blokmodellen til visualisering

Hvilke regnearter tænker jeg på?

+, -,  $\cdot$  eller :



Sammenlign blokmodellerne.  
Hvad er ens, og hvad er forskelligt?

I C og D

I A og C

I B og D

I A og B

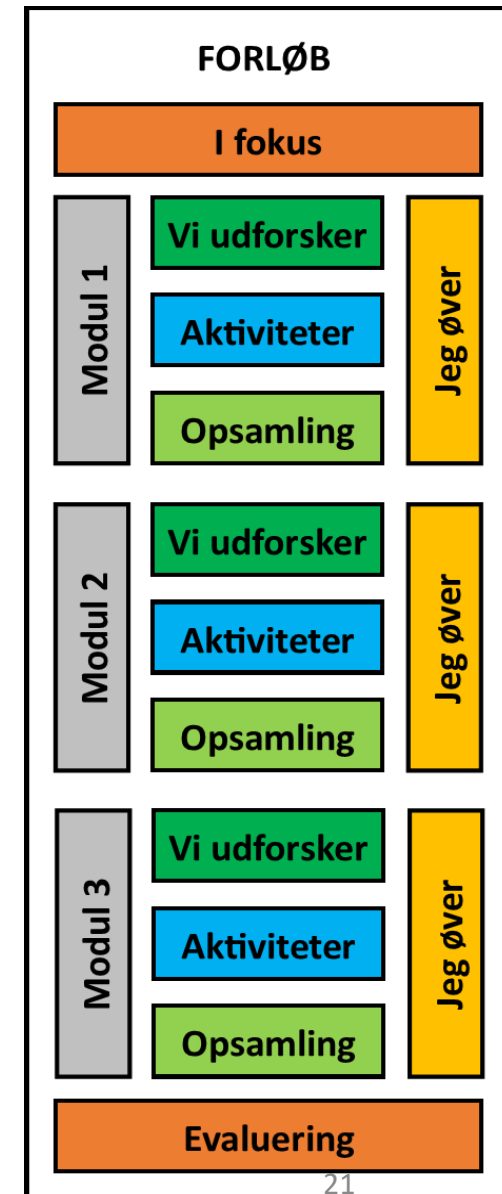
Hvilke regnearter  
tænker jeg på?



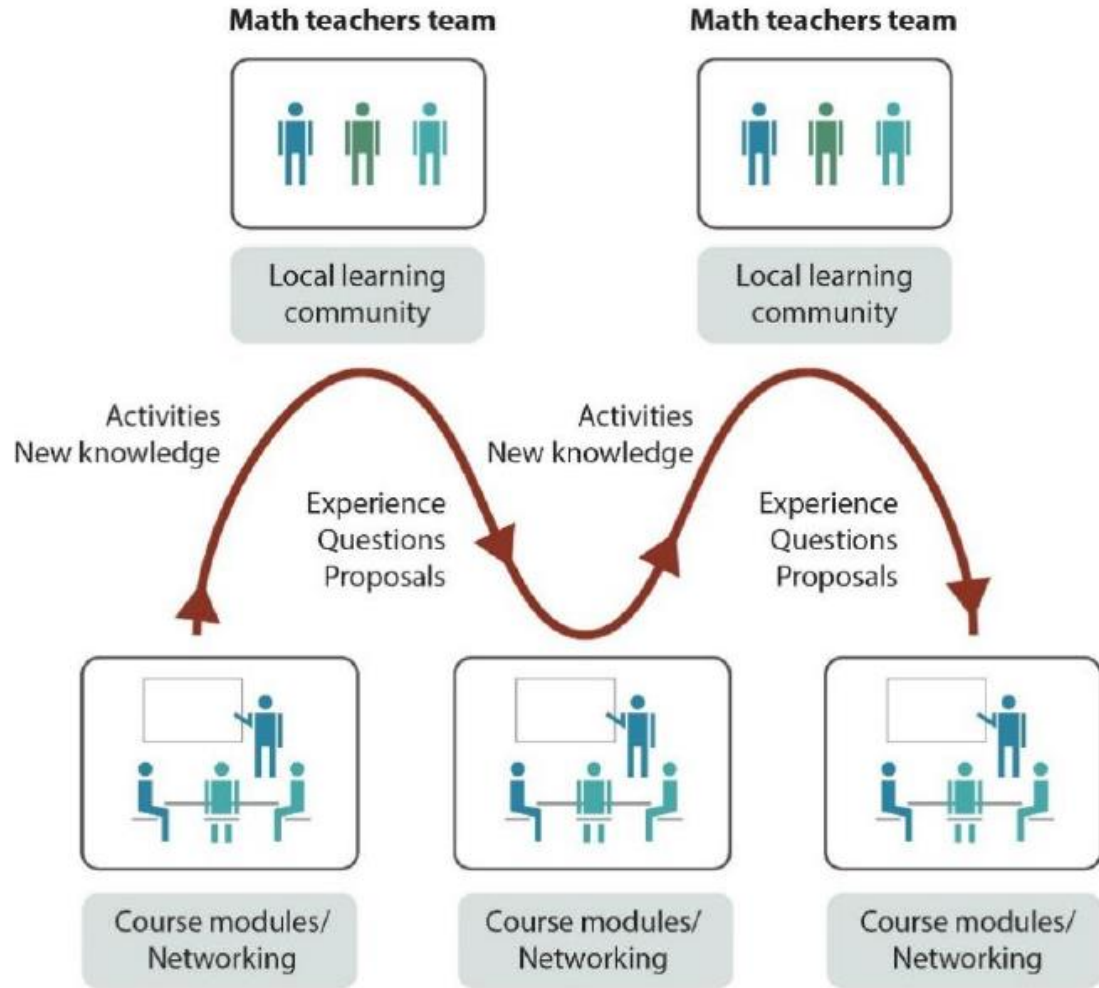
# Mestring og faglig progression

- Forståelse som forudsætning til fortrolighed og mestring
- ‘En ting ad gangen’ – fordybelse omkring et begreb inden arbejdet videre med det næste
- Faglig progression i fokus:
  - Hvilke forudsætninger?
  - Hvad bygges videre på?

Forklar ved hjælp af  
blokbrikker eller tegninger, hvordan  
du lægger 2 brøker sammen.



# Interventionen



VIA University College



# Hvordan undersøger vi om det virker?

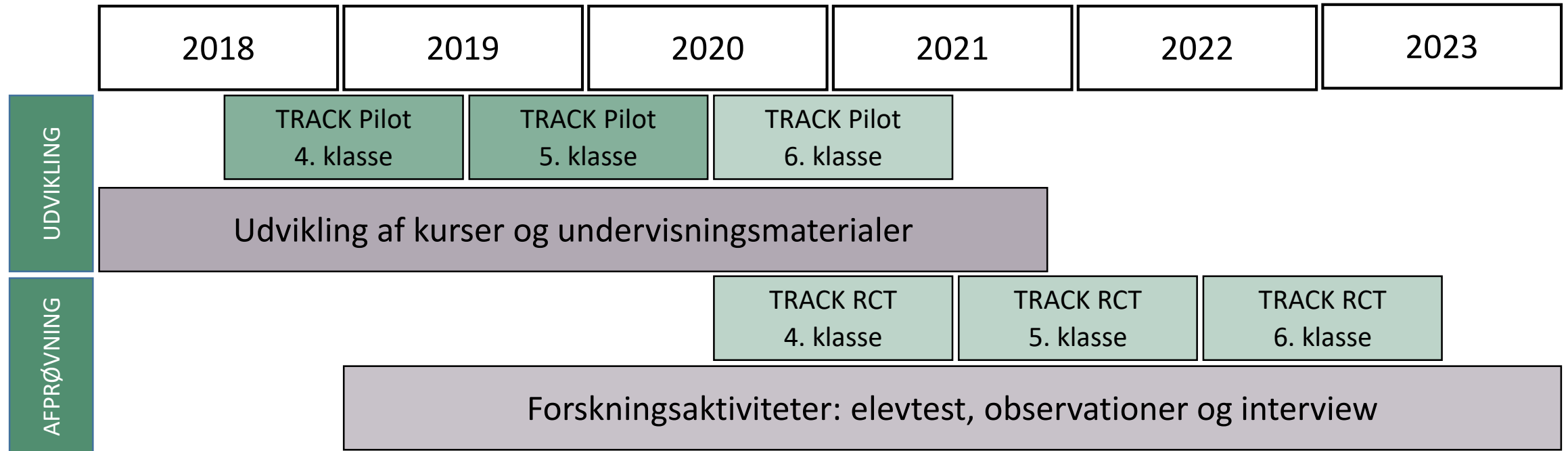
Hvilken effekt har TRACK interventionen?

Hvilke ændringer ser vi i

- Lærernes undervisningspraksis?
- Elevernes udvikling i matematik? – særligt de fagligt svage elever



# Hvordan undersøger vi om det virker?



Sammenligning af udvikling på TRACK-skoler og kontrol-skoler:  
Før- og efter-målinger



# Hvordan undersøger vi om det virker?

## Ændringer i praksis:

- Lærersurvey: 1-2 gange om året
- Observationer i udvalgte klasser
- Fokusgruppeinterviews med lærere fra udvalgte skoler
- Noter fra lærerkursus (kun TRACK-skoler)

## Effekt på elevernes udvikling:

- Elevtest: 1-2 gange om året
  - Matematik, læsning og motivation i matematik (spørgeskema)
  - Lærerne får resultaterne af matematik- og læsetest

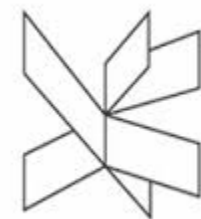
# Foreløbige resultater - lærerudvikling

Vi observerer:

øget fokus på elevernes læring og det matematiske indhold frem for 'praktiske udfordringer'

Lærerne udtaler:

- "Man bliver positivt udfordret på sin faglighed"
- "det er godt at blive tvunget til at gå mere i dybden med forklaring af emnerne"

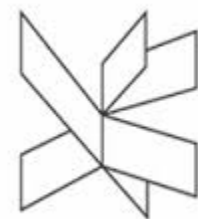


VIA University  
College

# Foreløbige resultater - eleverne

Lærerne siger:

- "de stille piger er blevet mere aktive"
- "eleverne er blevet gode til at tale om matematikken frem for bare at regne opgaverne".
- "Nu er der mange flere elever, der forstår det med brøker. Muligheden for at kombinere brøkbrikker og bøger har været god".



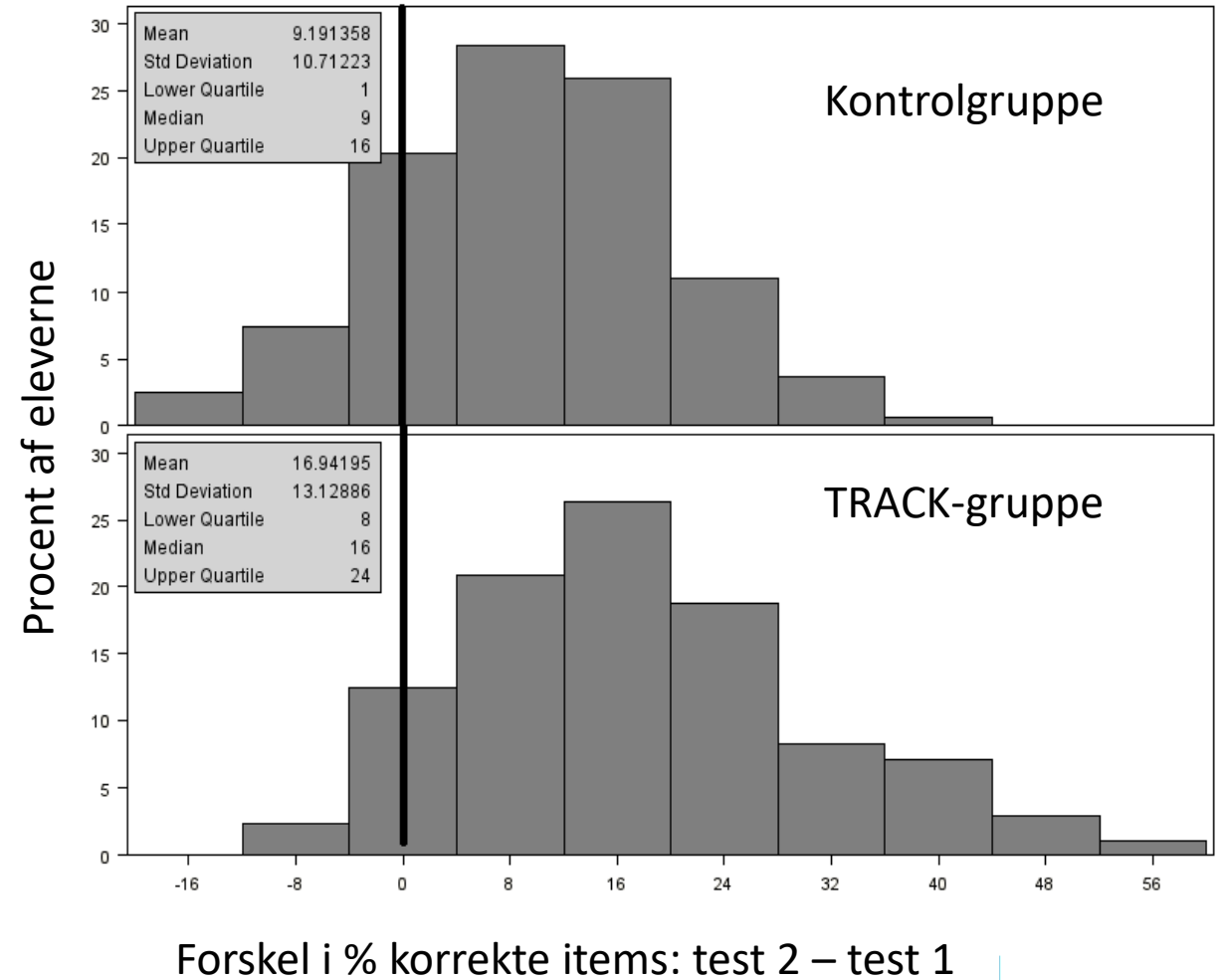
VIA University  
College

# Foreløbige resultater - eleverne

## Udvikling i brøkforståelse 4. kl.

Fordelinger af hvor meget eleverne har flyttet sig fra test 1 til test 2

Signifikant forskel mellem TRACK- og kontrolskoler: 7.8 %-points  
P = 0,0001



# Foreløbig konklusion

- Lærerne er positive
- Eleverne er positive
- Data er positive



Det ser ud til at virke!

Men – der skal en afprøvning til i stor skala

# Afprøvning i stor skala – 90 skoler i alt

## **TRACK-skoler (45 skoler)**

- Lærerkurser i TRACK
- Afprøvning i praksis
  
- Lærersurvey, observationer og fokusgruppeinterviews
- Elevantest

## **Kontrol-skoler (45 skoler)**

- Lærerkurser i andre fag  
(Dansk som andetsprog, Begynderengelsk og Teknologiforståelse)
  
- Lærersurvey, observationer og fokusgruppeinterviews
- Elevantest
- Kursus i TRACK, efter endt forløb

# Yderligere info: Hjemmeside

- <https://www.via.dk/forskning/paedagogik-didaktik-og-laering/laering-og-undervisning/track>
- Google: Skriv TRACK matematik
- Mulighed for at tilmelde skolen på hjemmesiden



**TRACK: Forskning i matematik i 4. til 6. klasse**

**Bliv en del af TRACK**  
Vi søger lige nu skoler, som har interesse i at blive med i forskningsprojektet TRACK. Som deltager skole i projektet i skoleåret 2020/2021 og deres matematiklærere i et treårige projekt fra 4. til 6. klasse.  
Gennem de tre år vil vi foretage effektmålinger af elevernes faglige niveau på både indsats- og kontrol. Undervisere og ledelse på alle skoler vil her få et indblik i udviklingen.  
Alle skoler vil få fri adgang til projektets undervisningsmateriale efterfølgende.

Læs mere og tilmeld din skole her

Singapore er ifølge PISA et af de bedste lande i verden til matematik. Forskningsprojektet TRACK undersøger, om

# TRACK

Tak for i dag!

