

Elevers udvikling af matematisk begrebsforståelse

Handlekort til gruppeøvelse

De fire handlekort skal kopieres og skæres eller klippes ud på forhånd.

Der skal være et sæt à fire kort til hver gruppe.

Kort 1

Du må gange alle led i ligningen med det samme tal.

Kort 2

Du må lægge det samme tal til på begge sider af lighedstegnet.

Kort 3

Du må dividere alle led i ligningen med det samme tal.

Kort 4

Du må trække det samme tal fra på begge sider af lighedstegnet.

Kort 1

Du må gange alle led i ligningen med det samme tal.

Kort 2

Du må lægge det samme tal til på begge sider af lighedstegnet.

Kort 3

Du må dividere alle led i ligningen med det samme tal.

Kort 4

Du må trække det samme tal fra på begge sider af lighedstegnet.

Læring gennem sprogbrugssituationer

Grundys spil

Aktivitet for to personer

Materialer: Brikker, mønter eller andre genstande, som kan stables



Foto: Torben Blankholm

Spilleregler

- Grundys spil er et matematisk strategispil.
- Spillet starter med, at alle brikkerne ligger i en enkelt stabel.
- Den første spiller deler stablen i to stabler med et forskelligt antal brikker.
- Derefter vælger de to spillere efter tur en stabel og opdeler den i to nye stabler med et forskelligt antal brikker.
- Spillet slutter, når ingen af stablerne kan deles i to stabler med forskelligt antal brikker.
- Den sidste person, der kan lave et tilladt træk, vinder.

Eksempel på spil

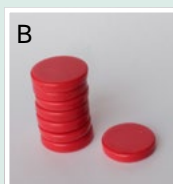


Foto: Torben Blankholm

Et spil kan fx starte med en bunke med 8 brikker.

Spiller 1: $8 \rightarrow 7+1$ (A→B)

Spiller 2: $7+1 \rightarrow 4+3+1$ (B→C)

Spiller 1: $4+3+1 \rightarrow 4+2+1+1$ (C→D)

Spiller 2: $4+2+1+1 \rightarrow 3+1+2+1+1$ (D→E)

Spiller 1: $3+1+2+1+1 \rightarrow 2+1+1+2+1+1$ (E→F) (Spiller 1 vinder)

Læring gennem sprogbrugssituationer

Kvadratspil

Aktivitet for to personer

Materialer: Papir med kvadrater, fx papir med 1×1 cm tern

Spilleregler

- "Spillepladen" består af en række kvadrater ved siden af hinanden fx 13, som vist herunder.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- Den ene spiller har symbolet XX, og den anden spiller har symbolet OO.
Det vil sige, at man hver gang skal sætte X eller O i to felter ved siden af hinanden.
- Den spiller, der ikke kan sætte sit symbol i to nabofelter, har tabt.

Her er et spil med 13 kvadrater, hvor hver spiller har haft to ture. Spillet er ikke slut.

	X	X	O	O		X	X	O	O			
--	---	---	---	---	--	---	---	---	---	--	--	--

Eksempel på spil

Et spil på en spilleplade med 10 kvadrater, kan fx foregå på følgende måde.

Spiller 1:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

→

	O	O							
--	---	---	--	--	--	--	--	--	--

Spiller 2:

	O	O							
--	---	---	--	--	--	--	--	--	--

→

	O	O	X	X					
--	---	---	---	---	--	--	--	--	--

Spiller 1:

	O	O	X	X					
--	---	---	---	---	--	--	--	--	--

→

	O	O	X	X			O	O	
--	---	---	---	---	--	--	---	---	--

Spiller 2:

	O	O	X	X		O	O		
--	---	---	---	---	--	---	---	--	--

→

	O	O	X	X	X	X	O	O	
--	---	---	---	---	---	---	---	---	--

Spiller 1 kan nu ikke sætte sit symbol i to nabofelter og har tabt.

Læring gennem sprogbrugssituationer

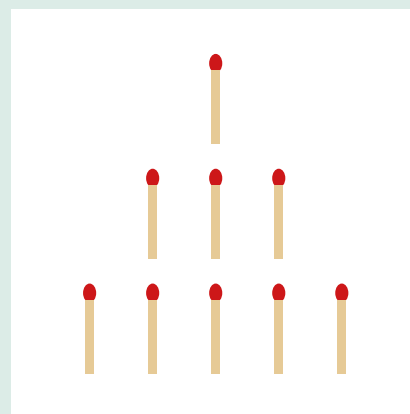
Nim

Aktivitet for to personer

Materialer: Tændstikker eller andre genstande

Spilleregler

- Nim er et matematisk strategispil, hvor to spillere skiftes til at fjerne tændstikker fra en af rækkerne i spillet.
- Efter tur skal spillerne fjerne en, to eller flere tændstikker fra en række.
- Man skal på forhånd aftale, om den spiller, der tager den sidste tændstik, er vinder eller taber.



Varianter af Nim er blevet spillet siden oldtiden. Man mener, at spillet har sin oprindelse i Kina, da det minder om det kinesiske spil 捡石子, jiǎn-shízi eller "Pluksten", men oprindelsen er usikker. I Europa kender man til Nim fra begyndelsen af 1500-tallet.

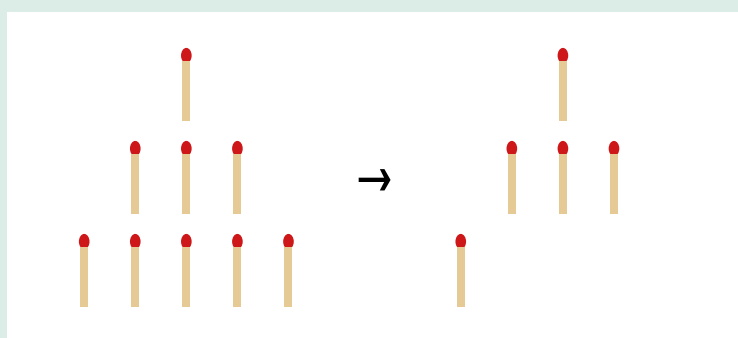
Spillet har fået sit nuværende navn af Charles L. Bouton fra Harvard University, som i 1901 udviklede en komplet teori om spillet.

Nim spilles typisk som et misère-spil, hvor spilleren, der tager den sidste tændstik, taber spillet. Nim kan også spilles som et spil, hvor den spiller, der tager den sidste tændstik, vinder spillet.

Eksempel på spil

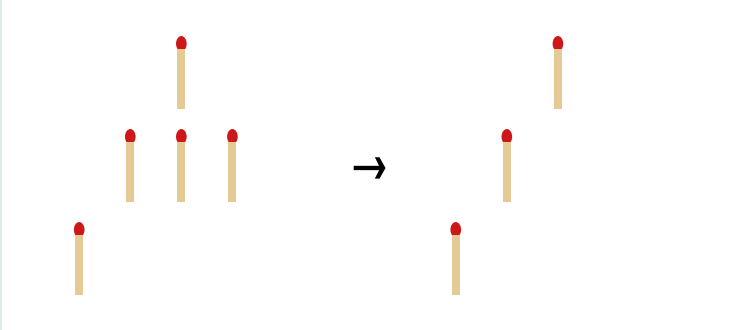
Et misère-spil kan fx starte med tre rækker med 1, 3 og 5 tændstikker.

Spiller 1 fjerner 4 tændstikker i den nederste række:

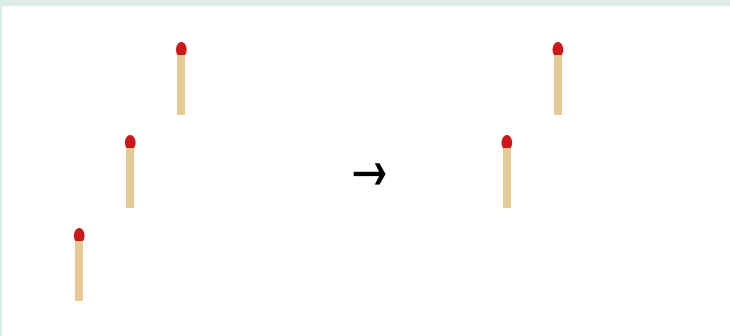


Læring gennem sprobrugssituationer

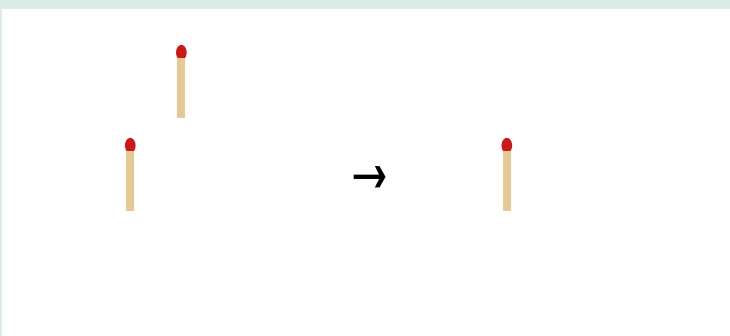
Spiller 2 fjerner to tændstikker i den midterste række:



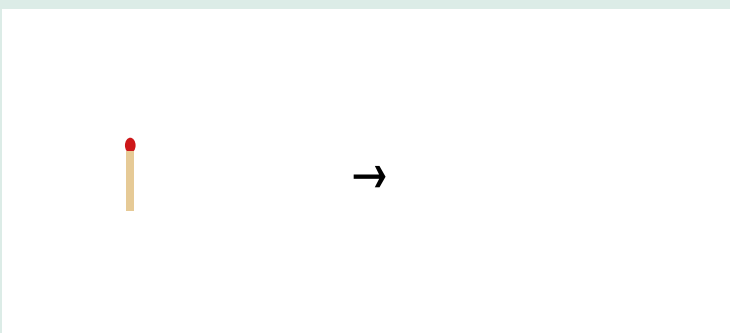
Spiller 1 fjerner den sidste tændstik i den nederste række:



Spiller 2 fjerner den sidste tændstik i den midterste række, så der kun er en tændstik tilbage:



Spiller 1 bliver nødt til at fjerne den sidste tændstik og taber derfor spillet:



Læring gennem sprogbrugssituationer

Spillet 21

Aktivitet for to eller flere personer

Materialer: Ingen er nødvendige

Spilleregler

- Spillerne skiftes til at sige et tal. Den første spiller skal sige: "1".
De næste deltagere skal sige et tal, der er enten 1, 2 eller 3 større, men det må ikke overstige 21.
- Spilleren, som er tvunget til at sige "21" taber.
Det vil sige, at spillet "21" spilles som et misère-spil, hvor den spiller, som siger det sidste tal, taber spiller.

"21" kan også spilles med forskellige andre tal, fx spillet "34" hvor man må sige et tal, der er 1, 2, 3, 4 eller 5 større.

Eksempel på spil

Et misère-spil med to personer kan fx foregå på følgende måde:

Spiller	Øger tallet med	og siger
1		1
2	3	4
1	1	5
2	3	8
1	3	11
2	2	13
1	3	16
2	2	18
1	2	20
2	1	21 og taber

Læring gennem sprogbrugssituationer

Wythoffs spil

Aktivitet for to personer

Materialer: Centicubes, mønter eller andre genstande

Spilleregler

Wythoffs spil er et matematisk subtraktionsspil for to deltagere.

- Man starter med to bunker centicubes, mønter eller andre genstande.
- Spillerne skiftes til at fjerne genstande fra den ene eller fra begge bunker.
- Hvis der fjernes genstande fra begge bunker, skal der fjernes lige mange genstande fra hver bunke.
- Spillet slutter, når en spiller fjerner den sidste eller de sidste genstande. Spilleren, der fjerner den sidste eller de sidste genstande, vinder spillet.

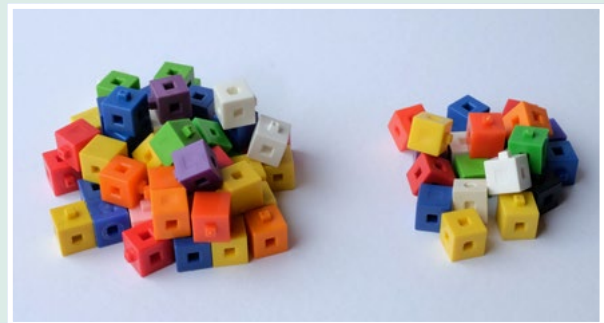


Foto: Torben Blankholm

Eksempel på spil

Et spil kan fx starte med to bunker med henholdsvis 16 og 8 centicubes.

Spiller 1 fjerner 6 centicubes fra begge bunker: 16 og 8 → 10 og 2 (A→B)

Spiller 2 fjerner 7 centicubes fra den første bunke: 10 og 2 → 3 og 2 (B→C)

Spiller 1 fjerner 2 centicubes fra den første bunke: 3 og 2 → 1 og 2 (C→D)

Spiller 2 fjerner 1 centicube fra den anden bunke: 1 og 2 → 1 og 1 (D→E)

Spiller 1 fjerner 1 centicube fra begge bunker og vinder: 1 og 1 → 0 og 0 (E→F)

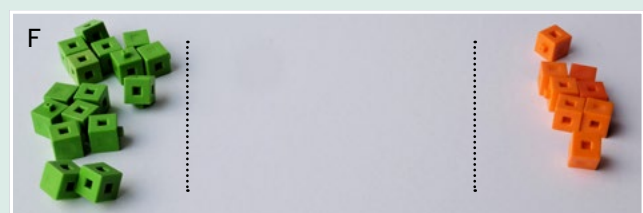
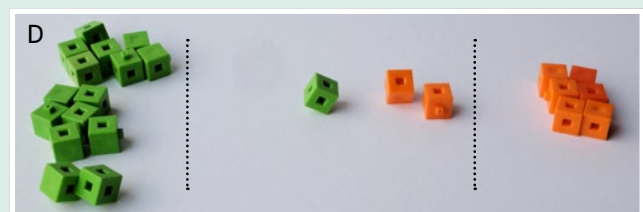


Foto: Torben Blankholm

Teknologier i matematikundervisningen

Om at simulere en 6-sidet terning i et regneark

Individuel aktivitet

Materialer: Excel eller et tilsvarende regneark

Du kan bruge denne vejledning til mange andre regneark, men må regne med, at formler og funktioner kan variere lidt fra regneark til regneark. På YouTube ligger der videovejledninger til at simulere terninger i de fleste almindeligt anvendte regneark.

Simulering af 1 almindelig spilleterning med 6 sider

Du kan simulere terningslag i Excel med funktionen **=SLUMPMELLEM(MINDST;STØRST)**

Hvis du i en celle skriver: **=SLUMPMELLEM(1;6)** og trykker **Enter**, skriver programmet et tilfældigt tal imellem 1 og 6. Det svarer til et slag med en 6-sidet terning.

Hver gang du trykker på tasten **F9**, får du et nyt tilfældigt tal imellem 1 og 6.

Indret dit regneark sådan:

- I celle **A1** skriver du:
=SLUMPMELLEM(\$E\$2;\$F\$2)
- I celle **E1** skriver du: **Mindst**
- I celle **F1** skriver du: **Størst**
- I celle **E2** skriver du: **1**
- I celle **F2** skriver du: **6**

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	=SLUMPMELLEM(\$E\$2;\$F\$2)				Mindst	Størst		
2	2			Terning	1	6		
3								

Hver gang du trykker på tasten **F9**, får du resultatet af et nyt slag med terningen.

Simulering af 10 almindelige spilleterninger med 6 sider

Du skal udbygge dit regneark, så det kan simulere 10 kast ad gangen.

Gør sådan:

- Klik på celle **A1**
- Klik på den lille firkant nederst i cellens højre hjørne, og hold knappen ned.
- Træk firkanten ned til celle **A10**, så formelen bliver kopieret til alle ti celler.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	=SLUMPMELLEM(\$E\$2;\$F\$2)				Mindst	Størst		
2	4			Terning	1	6		
3	6							
4	6							
5	5							
6	3							
7	2							
8	4							
9	2							
10	2							

Hver gang du trykker på tasten **F9**, får du i **kolonne A** resultatet af 10 nye slag med en terning.

Teknologier i matematikundervisningen

Udbyg dit regneark til at simulere og optælle mange slag

Individuel aktivitet

Materialer: Excel eller et tilsvarende regneark

Du kan bruge denne vejledning til mange andre regneark, men må regne med, at formler og funktioner kan variere lidt fra regneark til regneark. På YouTube ligger der videovejledninger til at simulere terninger i de fleste almindeligt anvendte regneark.

Simulering af 100 almindelige spilleterninger med 6 sider

Du skal åbne og udbygge dit regneark fra Øvelse 1.

Gør sådan:

1. Klik på celle **A10**
2. Klik på den lille firkant nederst i cellens højre hjørne og hold knappen nede.
3. Træk firkanten ned til celle **A100**, så formelen bliver kopieret til de første 100 celler i **kolonne A**.

Hver gang du trykker på tasten **F9**, får du i celle **A1** til **A100** vist resultatet af 100 nye slag med terningen.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	6				Mindst	Størst		
2	5			Terning	1	6		
3	1							
4	4							
5	4							
6	3							
7	4							
8	6							
9	1							
10	1							
11	6							
12	1							
13	6							
14	5							
15	1							
16	4							
17	6							
18	2							
19	1							
20	5							
21	5							
22	2							
23	3							
24	4							
25	1							

Optælling af antallet af slag med de forskellige øjental

1. Klik på celle **D5**, og skriv teksten: **Terningslag 1**
2. Klik på celle **D6**, og skriv teksten: **Terningslag 2**
3. Marker celle **D5** og **D6**.
4. Træk den lille firkant nederst i cellens højre hjørne ned til celle **D10**, så teksten bliver kopieret til de næste celler.
5. Gør nu **kolonne D** bredere så hele teksten kan ses i cellerne. Det gør du ved at flytte markøren til øverste linje, så den bliver til en dobbeltpil. Klik så og træk strengen mellem **kolonne D** og **E** til højre.

	A	B	C	D	E	F	G
1	6				Mindst	Størst	
2	6			Terning	1	6	
3	5						
4	6						
5	1			Antal terningslag 1			
6	3			Antal terningslag 2			
7	2			Antal terningslag 3			
8	2			Antal terningslag 4			
9	4			Antal terningslag 5			
10	4			Antal terningslag 6			
11	2						
12	3						
13	6						
14	1						
15	3						
16	3						
17	1						
18	4						
19	1						
20	2						
21	4						
22	1						
23	6						

Teknologier i matematikundervisningen

I celle **E5** til **E10** skal der stå, hvor mange 1'ere, 2'ere, 3'ere osv., der blev slået.
Det gør du ved hjælp af formlen: **TÆL.HVIS(OMRÅDE;KRITERIE)**

Gør sådan:

- Klik på celle **E6** og skriv:
=TÆL.HVIS(\$A\$1:\$A\$100;1)
- Når du trykker på **Enter** tæller formelen antallet af 1'ere i de 100 slag
- Klik på celle **E6** og skriv:
=TÆL.HVIS(\$A\$1:\$A\$100;2)
- Gentag processen i celle **E7** til **E10**.
Husk, at ændre det sidste tal i formelen, så regnearket tæller det rigtige terningslag.
- I celle **E4** skriver du teksten: **Antal**
- I celle **E11** skriver du formelen:
=SUM(E5:E10)
- Tjek, at der kommer til at stå 100 i celle **E11**, når du trykker på **Enter**.
Hvis ikke, har du lavet en fejl.

	A	B	C	D	E	F
1	3				Mindst	Størst
2	6			Terning	1	6
3	6					
4	5					
5	5			Terningslag 1	12	
6	5			Terningslag 2	20	
7	3			Terningslag 3	16	
8	2			Terningslag 4	14	
9	2			Terningslag 5	19	
10	2			Terningslag 6	19	
11	3				100	
12	5					
13	1					
14	5					
15	2					

Simulering af 200 kast med spilleterning

Udvid selv dit regneark til at simulere 200 kast og tælle antallet af hvert af de seks forskellige øjental.

Tilføj frekvens og procent til regnearket

Gør sådan:

- Klik på celle **F6** og skriv:
=E5/\$E\$11
- Klik på celle **G5** og skriv:
=F5*100

	A	B	C	D	E	F	G
1	1	6			Mindst	Størst	
2	1	5		Terning	1	6	
3	3	4					
4	2	5			Antal	Frekvens	Procent
5	5	5		Terningslag 1	33	0,165	16,5
6	5	6		Terningslag 2	39		
7	3	4		Terningslag 3	37		
8	4	1		Terningslag 4	32		
9	4	2		Terningslag 5	34		
10	5	2		Terningslag 6	25		
11	3	4			200		
12	3	5					
13	1	5					
14	1	2					
15	1	6					

Teknologier i matematikundervisningen

- Klik på celle **F5**. Træk i den lille firkant i nederste hjørne af cellen, så formlen bliver kopieret i cellerne ned til **F10**.
- Klik på celle **G5**. Træk i den lille firkant i nederste hjørne af cellen, så formlen bliver kopieret i cellerne ned til **G10**.
- Klik på celle **E11**. Træk i den lille firkant i nederste hjørne af cellen til højre, så formlen bliver kopieret til cellerne **F11** og **G11**.

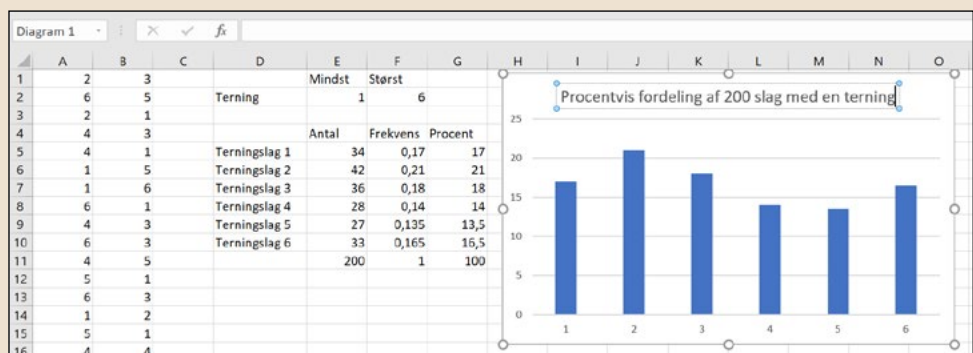
	A	B	C	D	E	F	G
1	1	3			Mindst	Størst	
2	1	4		Terning		1	6
3	5	5					
4	4	6			Antal	Frekvens	Procent
5	6	5		Terningslag 1	44	0,22	22
6	4	2		Terningslag 2	26	0,13	13
7	6	2		Terningslag 3	33	0,165	16,5
8	2	1		Terningslag 4	32	0,16	16
9	6	2		Terningslag 5	26	0,13	13
10	6	4		Terningslag 6	39	0,195	19,5
11	1	6			200	1	100
12	1	1					
13	4	3					

Tilføj en graf, der viser den procentvise fordeling af terningslagene

Gør sådan:

- Marker celle **G5** til **G10**
- Klik på fanen **Indsæt**
- Klik på **Anbefalede diagrammer**
- Vælg **Grupperet søjle**

- Flyt diagrammet med musen, så du kan se alle tallene.
- Dobbelklik på ordet **Diagramtitel**, og skriv en passende titel.



De store tals lov siger, at når man slår mange

terningslag, vil frekvensen nærme sig sandsynligheden for hvert øjental.

Undersøg med dit regneark, hvor mange terningslag regnearket skal simulere, for at den procentvise fordeling bliver næsten ens, hver gang man slår.

Teknologier i matematikundervisningen

Et regneark, der simulerer en unfair 6-sidet terning

Individuel aktivitet

Materialer: Excel eller et tilsvarende regneark

Du kan bruge denne vejledning til mange andre regneark, men må regne med, at formler og funktioner kan variere lidt fra regneark til regneark. På YouTube ligger der videovejledninger til at simulere terninger i de fleste almindeligt anvendte regneark.

En unfair terning

Du kan indrette et regneark til at simulere en unfair terning på forskellige måder. Her kan du se, hvordan du med funktionen **=SLUMPMELLEM** kan få dit regneark fra Øvelse 1 og 3 til at simulere en unfair terning.

Gør sådan i dit regneark fra Øvelse 1:

1. Klik på celle **E2**, og skriv formlen:

=SLUMPMELLEM(1;6)

Når du opdaterer regnearket med tasten **F9**, vælger regnearket et tilfældigt tal imellem 1 og 6 som det mindste tal.

E2		=SLUMPMELLEM(1;6)						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	5				Mindst	Størst		
2	3			Terning	2	6		
3	5							
4	3							
5	5							
6	2							
7	5							
8	3							
9	3							
10	4							

2. Indsæt formlen: **=SLUMPMELLEM(1;6)** i celle **E2** i dit regneark fra Øvelse 3

E2		=SLUMPMELLEM(1;6)													
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	6	4			Mindst	Størst									
2	6	4		Terning	3	6									
3	5	5													
4	3	3			Antal	Frekvens	Procent								
5	5	3		Terningslag 1	0	0	0								
6	4	4		Terningslag 2	0	0	0								
7	3	3		Terningslag 3	59	0,295	29,5								
8	5	3		Terningslag 4	47	0,235	23,5								
9	3	5		Terningslag 5	41	0,205	20,5								
10	3	3		Terningslag 6	53	0,265	26,5								
11	3	3			200	1	100								
12	6	5													
13	5	6													
14	3	6													
15	6	6													
16	4	6													
17	6	6													
18	3	5													

Terningslag	Antal	Frekvens	Procent
1	0	0	0
2	0	0	0
3	59	0,295	29,5
4	47	0,235	23,5
5	41	0,205	20,5
6	53	0,265	26,5