

# Thinking Classroom

Peter Liljedahl

Opbyg et klasserum til matematisk tænkning

Hans Freudenthal

Realistisk matematikundervisning

Pernille Ladegaard/Van Hoff m.fl.

Det er unaturligt at regne med rationale tal

Pierre M. van Hiele og Dina van Hiele-Geldorf

Om elevs udvikling af geometrisk tænkning og forståelse

Rasmus Ullsøe Kær

Fra data til didaktik i matematikundervisningen

## Vidensbaseret Matematikundervisning · 2

3. til 7. klasse



Adrian Rau Bull og Torben Blankholm

Under medvirken af Pernille Ladegaard Pedersen og  
Rasmus Ullsøe Kær

# Mand på vej mod udfordring

- Læreruddannet
- Cand.Pæd.Didaktik (matematik)
- Tidligere læringskonsulent(STUK)
- Beskikket censor: FS
- Forfatter Multi 7-9, portal mm.
- Underviser læreruddannelse VIA
- Kommende udgivelser:
  - Dyskalkuli og andre matematikvanskeligheder
  - Vidensbaseret Matematikundervisning 2

27-04-2022



# Mand med matematikbriller

- Læringsyn
- Kursusinstruktør
- Konsulent
- Beskikket censor: FS & LU
- Forfatter bl.a. Xplore Matematik
- Tidligere underviser i grundskole og ved læreruddannelse
- Redaktionsmedlem
- NOMUS



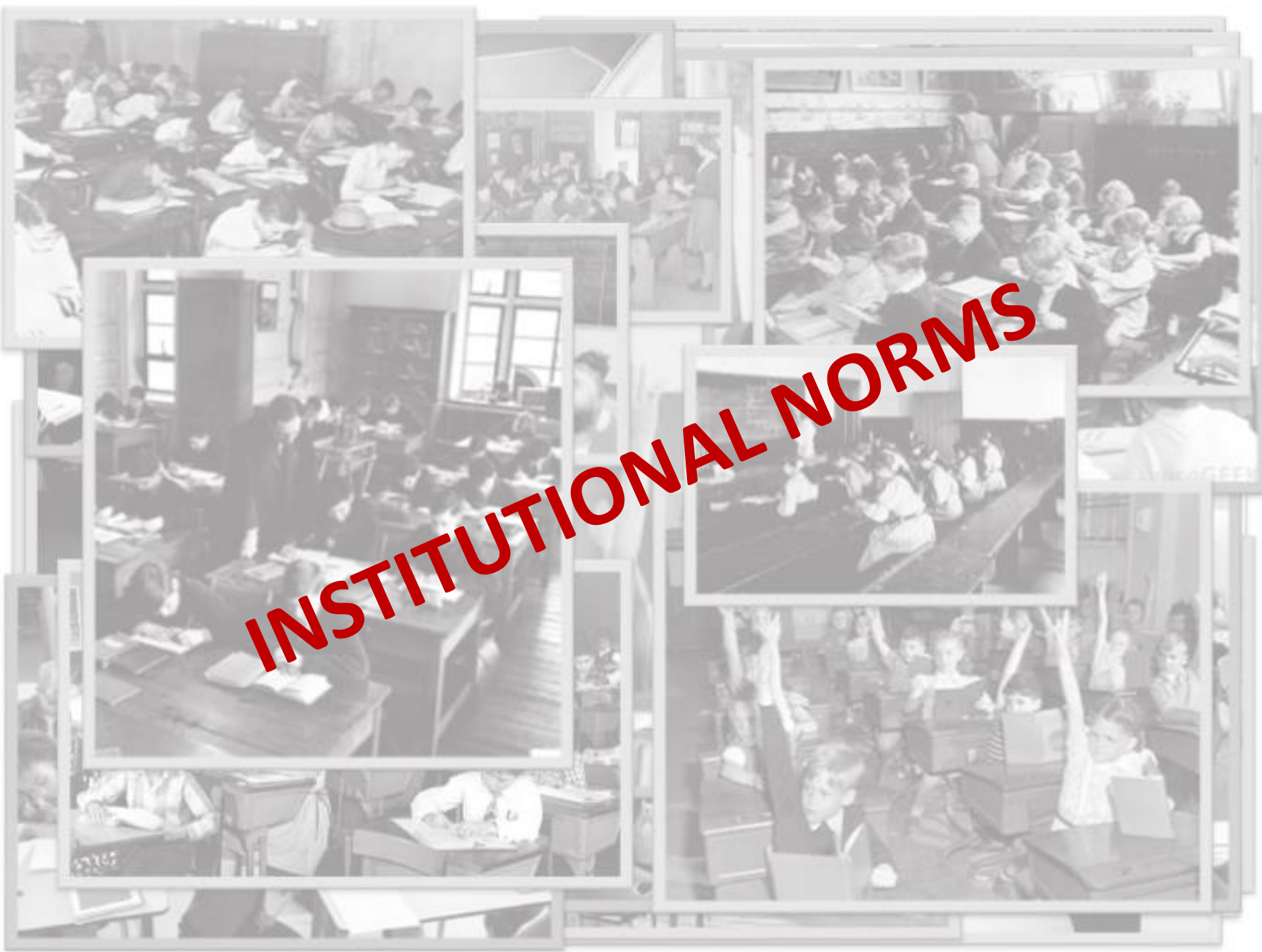
Peter Liljedahl

## VISITED 40 CLASSROOMS

- good teachers
- snowballing
- elementary + secondary
- English + French
- low socioeconomic + high socioeconomic
- public + private

## PATTERNS

**INSTITUTIONAL NORMS**



**NON-NEGOTIATED NORMS**





400+ TEACHERS | 15 YEARS | 2 WEEK CYCLES



400+ TEACHERS | 15 YEARS | 2 WEEK CYCLES



### ***Første fase***

- 1) Brug undersøgende problemopgaver
- 2) Sammensæt grupper jævnlige og offentligt
- 3) Lad grupperne arbejde ved lodrette flader

### ***Anden fase***

- 4) Præsenter opgaverne mundtligt for eleverne
- 5) Tilpas indretningen af klasseværelset
- 6) Overvej, hvordan og hvornår du svarer på elevernes spørgsmål
- 7) Lad eleverne udarbejde personlige meningsfulde noter
- 8) Giv handlefrihed og selvstændighed i gruppearbejdet

### ***Tredje fase***

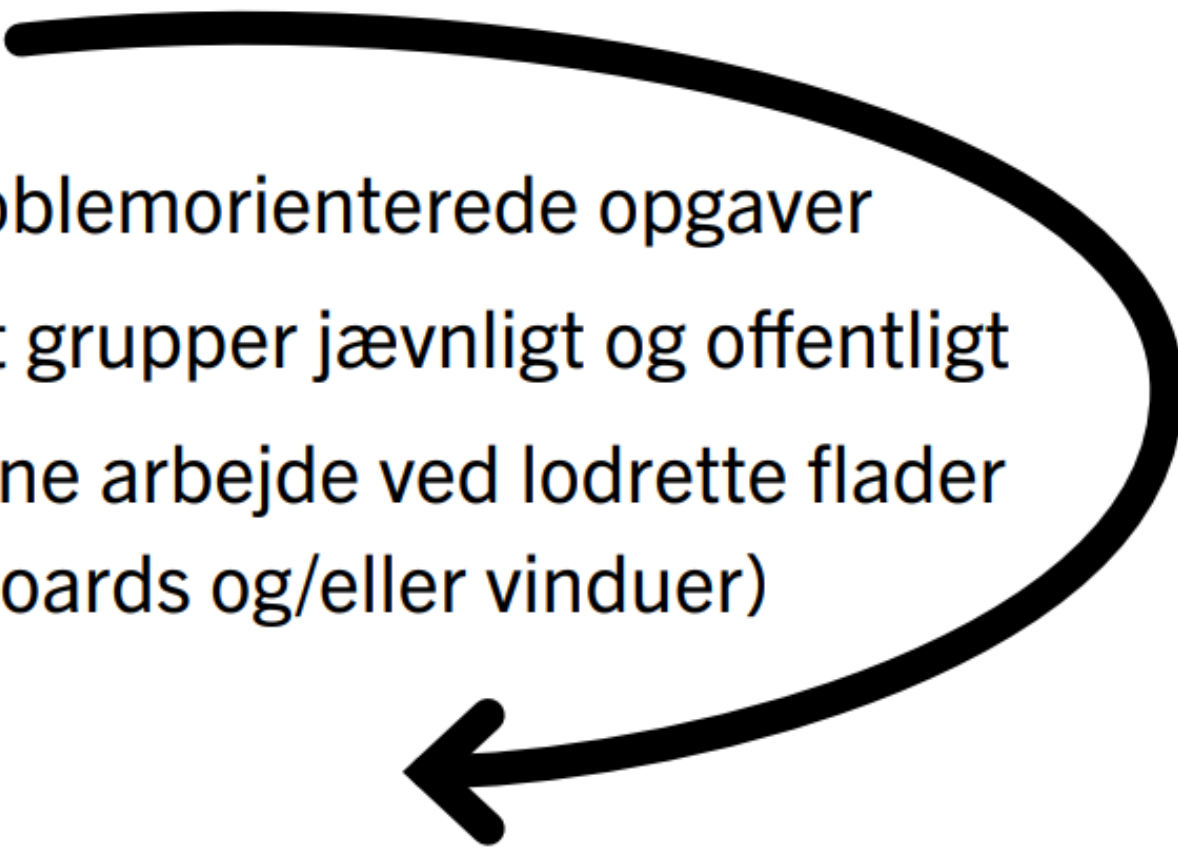
- 9) Giv tips, tricks og udfordringer til undersøgelser og problemløsning
- 10) Gennemfør klassesamtaler undervejs med udveksling af viden mellem grupperne
- 11) Tilbyd supplerende opgaver, der kan hjælpe med forståelsen af stoffet

### ***Fjerde fase***

- 12) Anvend formativ evaluering
- 13) Anvend summativ evaluering
- 14) Giv konstruktive tilbagemeldinger

# Første fase

- om elevernes måde at gå til opgaverne og løse dem på

- 1** Brug problemorienterede opgaver
  - 2** Sammensæt grupper jævnlige og offentlige
  - 3** Lad grupperne arbejde ved lodrette flader  
(whiteboards og/eller vinduer)
- 

# 1) Brug problemorienterede opgaver

En problemorienteret opgave er en opgave, der indeholder et matematisk problem, som kræver en matematisk undersøgelse og ikke kan løses med fx en standardalgoritme eller en anden for eleven kendt standardmetode.

Åbenhed:

## 1) - i valg af fokus

- Find noget matematik i jeres klasseværelse eller på skolen, og undersøg det.

## 2) - i processen

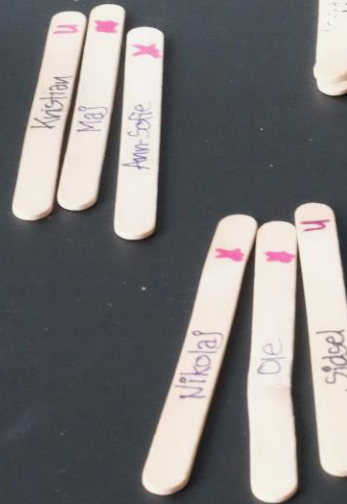
- Hvor høj er bygningen på billedet?

## 3) - i forhold til resultat

- Hvilken elev i klassen er hurtigst til at skrive en sms-besked, og hvor hurtig er denne elev?



## 2) Sammensæt grupper jævnligt og offentligt



### 3) Lad grupperne arbejde ved lodrette flader

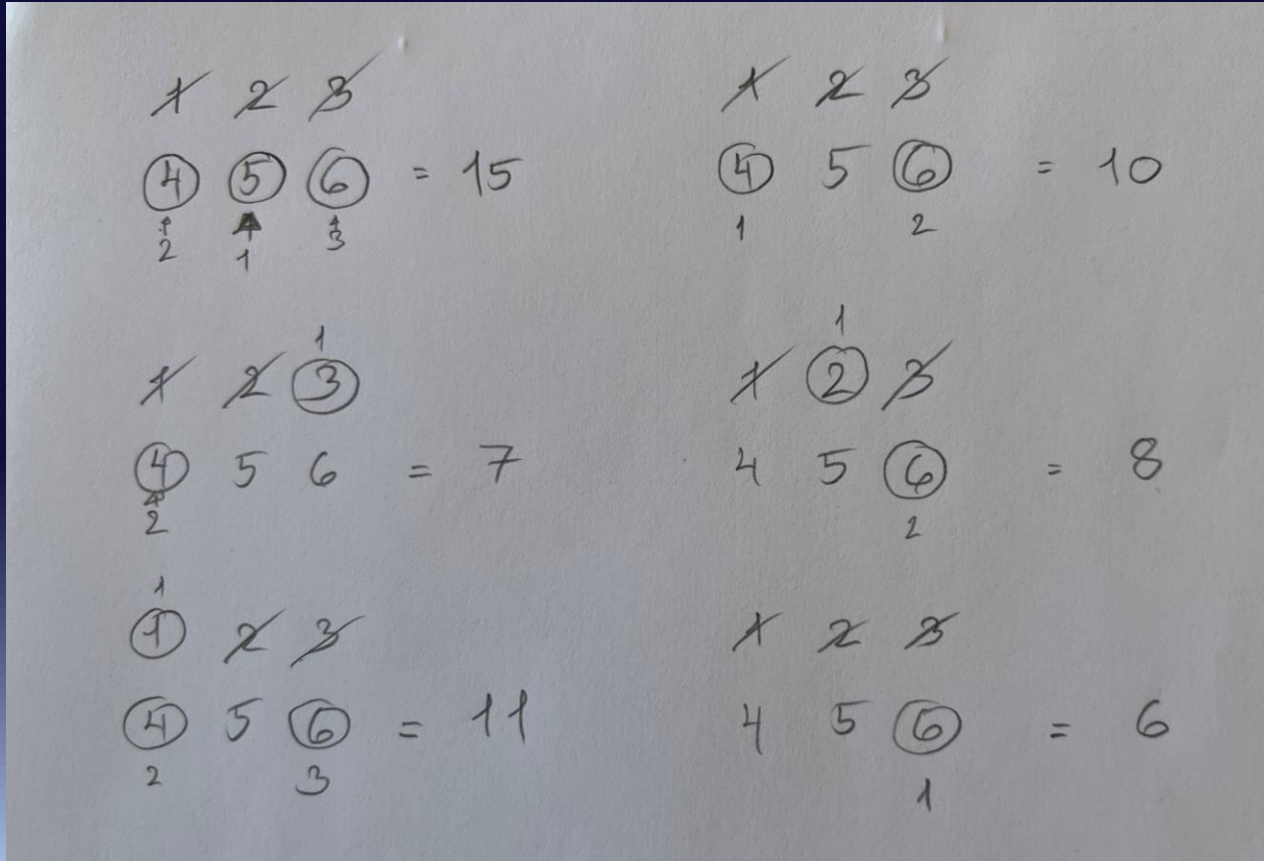


# Skattefar – første øvelse

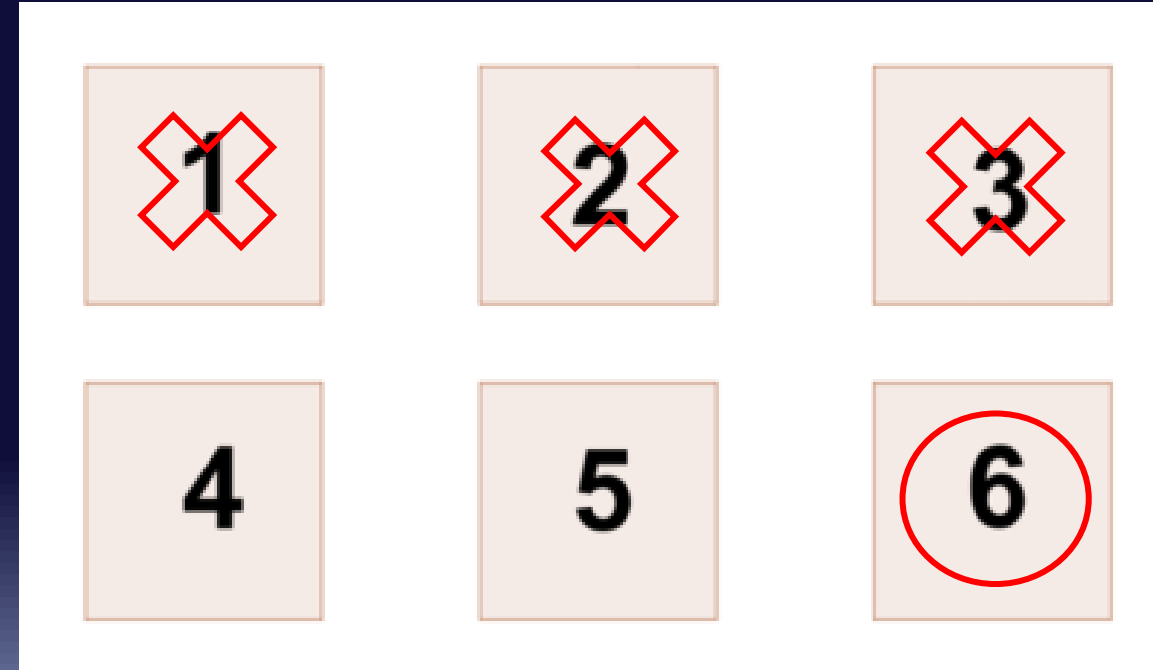
Rejs jer op, og stil jer i en halvcirkel med front mod mig

Præsentation af opgaven om Skattefar

1. Skriv de naturlige tal fra 1 til et givet tal på tavlen



7. Forklar, hvordan I gør for at få den højeste talværdi af de valgte tal?



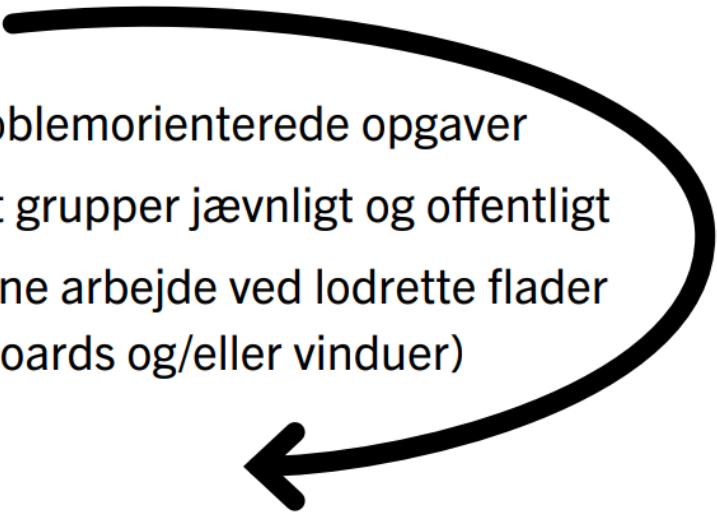
# Første fase

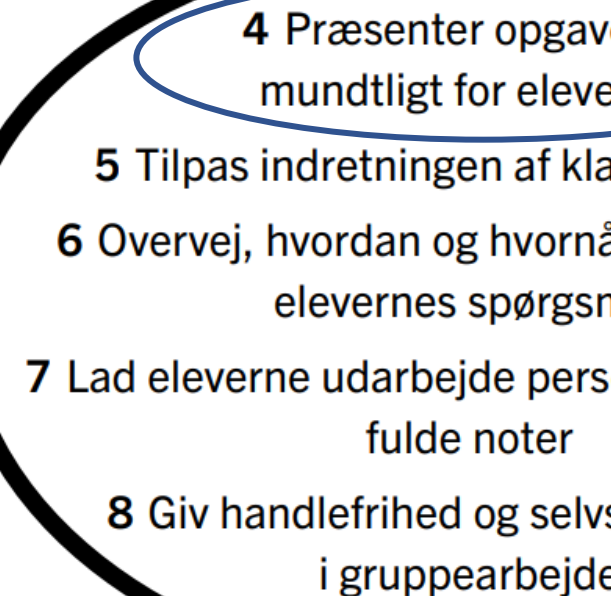
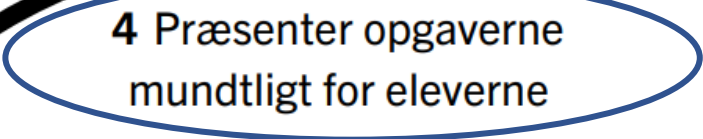
- om elevernes måde at gå til opgaverne og løse dem på

# Anden fase

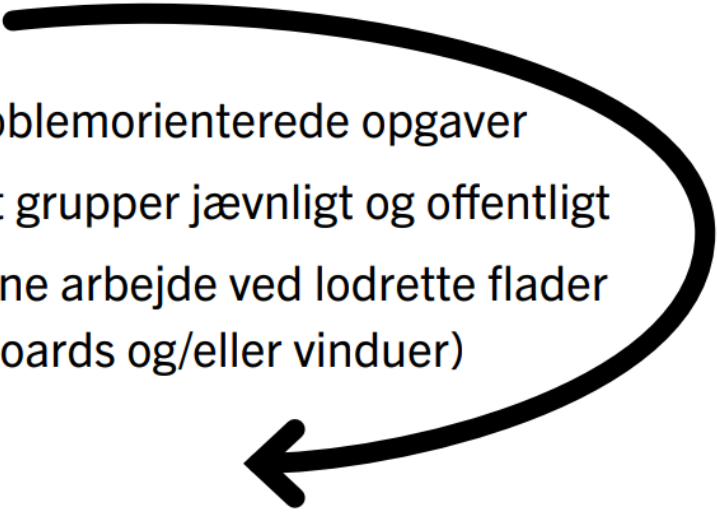
- om lærerens rolle og Interaktion med og mellem eleverne

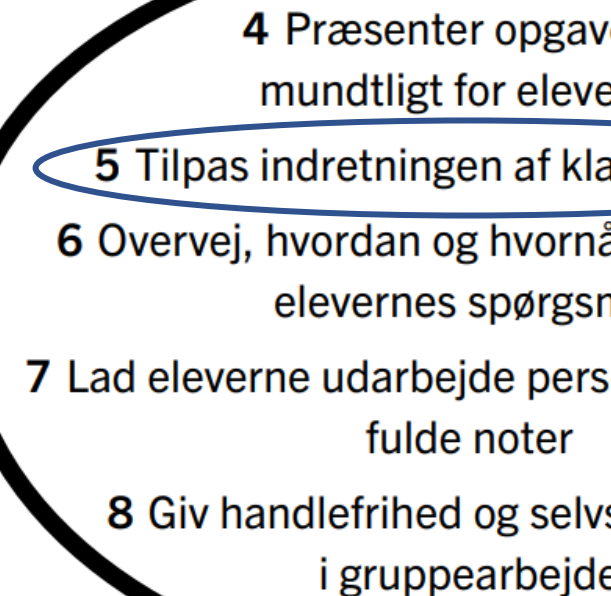
- Diskuter muligheder og begrænsninger ved at præsentere opgaver mundtligt for eleverne på under 5 minutter – som jeg gjorde med opgaven om Skattefar.

- 1 Brug problemorienterede opgaver
  - 2 Sammensæt grupper jævnlige og offentligt
  - 3 Lad grupperne arbejde ved lodrette flader (whiteboards og/eller vinduer)
- 

- 4 Præsenter opgaverne mundtligt for eleverne
  - 5 Tilpas indretningen af klasseværelset
  - 6 Overvej, hvordan og hvornår du svarer på elevernes spørgsmål
  - 7 Lad eleverne udarbejde personlige meningsfulde noter
  - 8 Giv handlefrihed og selvstændighed i gruppearbejde
- 
- 

# 5) Tilpas indretningen af klasselokalet

- 1 Brug problemorienterede opgaver
  - 2 Sammensæt grupper jævnlgt og offentligt
  - 3 Lad grupperne arbejde ved lodrette flader (whiteboards og/eller vinduer)
- 

- 4 Præsenter opgaverne mundtligt for eleverne
  - 5 Tilpas indretningen af klasseværelset
  - 6 Overvej, hvordan og hvornår du svarer på elevernes spørgsmål
  - 7 Lad eleverne udarbejde personlige meningsfulde noter
  - 8 Giv handlefrihed og selvstændighed i gruppearbejde
- 



## 6) Overvej, hvordan og hvornår du svarer på elevernes spørgsmål

De spørgsmål, elever stiller i forbindelse med en matematiske problemorienterede opgave, kan ifølge Liljedahl opdeles i tre typer af spørgsmål:

1. Nærhedsspørgsmål, der kun stilles, fordi læreren er tæt på.
2. Stop tænkning spørgsmål, der stilles af eleverne, for at de ikke selv behøver at tænke mere.  
Der er særligt to ting, som kan være ødelæggende for elevers optagethed af matematik. Det ene er, at eleverne får at vide, at de har gjort forkert, og dermed kan føle sig forkerte. Det andet er, at eleverne får at vide, at de har gjort rigtigt, og dermed tænker, at de ikke behøver at overveje situationen mere, fordi de allerede mestrer den.
3. Fortsæt tænkning spørgsmål, som er spørgsmål, der er nødvendige for at eleverne kan fortsætte deres matematiske tankegang.

- 1 Brug problemorienterede opgaver
- 2 Sammensæt grupper jævnlige og offentligt
- 3 Lad grupperne arbejde ved lodrette flader (whiteboards og/eller vinduer)

- 4 Præsenter opgaverne mundtligt for eleverne
- 5 Tilpas indretningen af klasseværelset
- 6 Overvej, hvordan og hvornår du svarer på elevernes spørgsmål
- 7 Lad eleverne udarbejde personlige meningsfulde noter
- 8 Giv handlefrihed og selvstændighed i gruppearbejde

## Matematikleksikon

### A

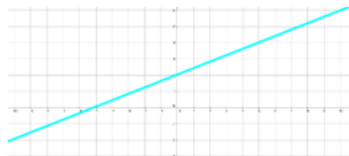
#### Additionsprincippet:

#### Afbildede en funktion i et koordinatsystem

Man aflæser en tabel/funktion og tegner/afbilder det ind i et koordinatsystem når man afbilder en lineære funktion i et koordinatsystem.

FX:

X	10	0	-10
Y	6	2	-2



På Geogebra kan man skrive funktion i inputfeltet, og vælge det midterste forslag. Så skriver med linjens funktionen, og start og slut punkt. Så finder Geogebra linjen for dig.

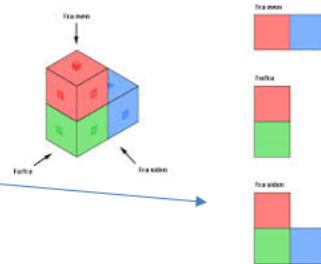


#### Arbejdstegning:

En arbejdstegning er en to todimensional tegning af en figur hvor man kan se figuren fra tre forskellige sider.

Oppefra, Forfra og fra siden.

Arbejdstegning



#### Arealforhold:

Arealforhold er forholdet mellem to figures areal. FX:  $1:3$  = en figur er 3 gange så stor som den anden.

Længdeforhold, Arealforhold og Rumfangsforhold stiger med potensen:

FX  $L=1:2$  (2<sup>1</sup>)  $A=1:4$  (2<sup>2</sup>)  $R=1:16$  (2<sup>3</sup>)

### B

#### Blandet tal:

Et blandet tal er en uægte brøk (Altså en brøk hvor der er mere end en) der er lavet om til en ægte brøk, så man har sat et helt tal foran brøken.  $9/6 = 1\frac{3}{6}$

#### Brøker:

Brøker er dele af en bestemt værdi.

Kig på vores padlet her: [http://da.padlet.com/torben\\_blankhol/etmhd0002cmu](http://da.padlet.com/torben_blankhol/etmhd0002cmu) Her:

[http://da.padlet.com/torben\\_blankhol/5j1k873qjzl](http://da.padlet.com/torben_blankhol/5j1k873qjzl) eller her:

[http://da.padlet.com/torben\\_blankhol/u884cpprbkby](http://da.padlet.com/torben_blankhol/u884cpprbkby)

#### Brøker divideret med et helt tal:

<https://www.matematikkfessor.dk/lessons/brøek-divideret-med-et-tal-716>

#### Brøker multiplikation:

<https://www.matematikkfessor.dk/lessons/fra-brøek-til-procent-til-kommatal-386>

### C

#### Cirkeldiagram:

En cirkel der er delt ind i lagkagestykker, som passer til observationen. Et cirkeldiagram er i procent.

#### Chance:

Chance er det samme som sandsynlighed, bare mere positivt stemt.

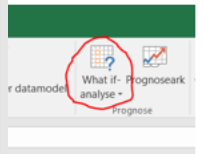
er

, Ø, Å, Anna (N)

sandsynlighed dividerer

en bold fra hver skål.  
også et ekstra lag til et

tal cm i virkeligheden.



l altid tilsammen give 180

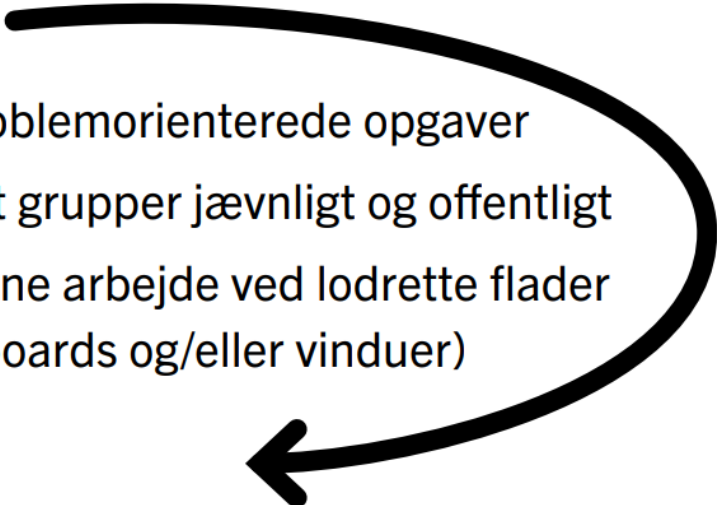
## 8) Giv handlefrihed og selvstændighed i gruppearbejde

### 1. Skabe interaktion mellem grupper

- Forståelse
- Strategier
- Hypoteser
- Ideer

### 2. Arrangere indbyrdes præsentationer

### 3. Opfordre til at søge inspiration og hjælp i andre grupper

- 1 Brug problemorienterede opgaver
  - 2 Sammensæt grupper jævnlgt og offentligt
  - 3 Lad grupperne arbejde ved lodrette flader (whiteboards og/eller vinduer)
- 

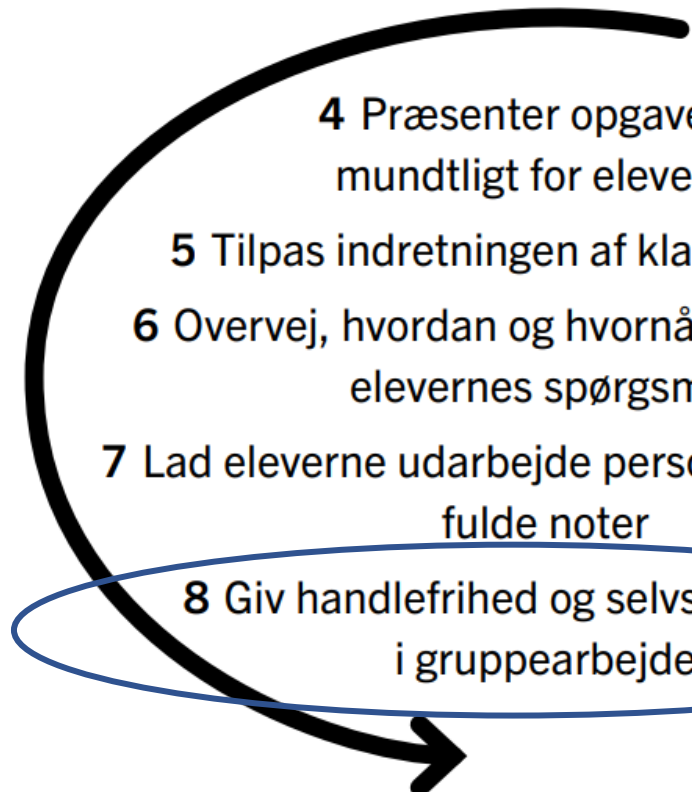
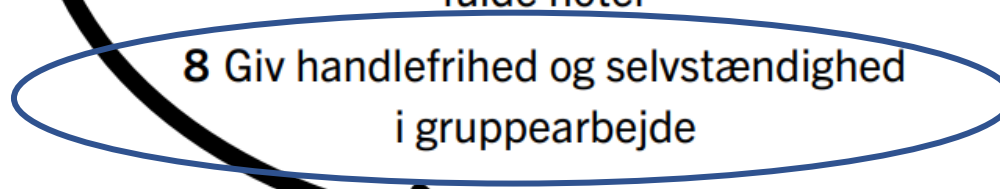
### 4 Præsenter opgaverne mundtligt for eleverne

### 5 Tilpas indretningen af klasseværelset

### 6 Overvej, hvordan og hvornår du svarer på elevernes spørgsmål

### 7 Lad eleverne udarbejde personlige meningsfulde noter

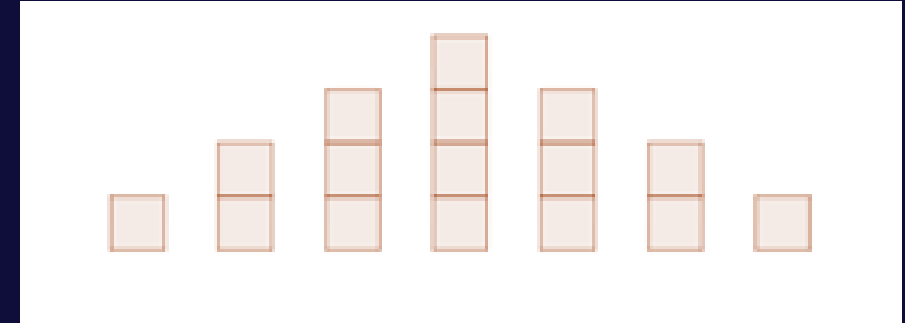
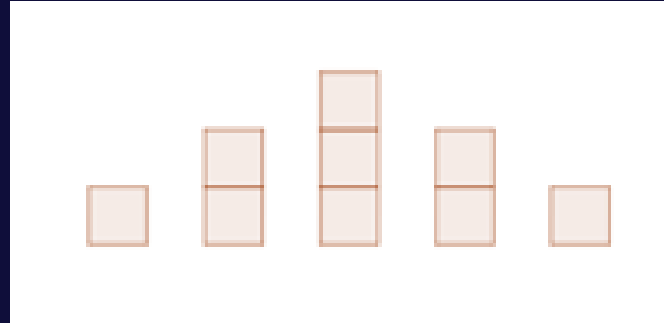
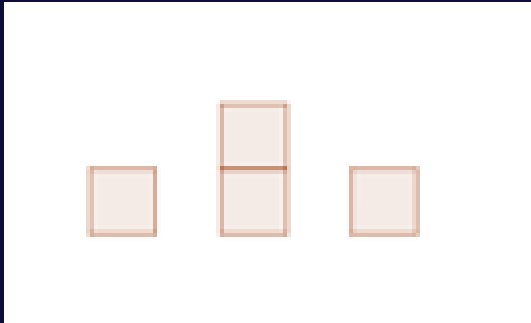
### 8 Giv handlefrihed og selvstændighed i gruppearbejde



# Undersøg en figurfølge 1

Rejs jer op, og stil jer i en halvcirkel med front mod mig.

Her er starten på en figurfølge:



I skal vise og forklare

1. hvordan figurfølgen udvikler sig trin for trin
2. hvordan man kan finde de næste og nogle senere trin i denne figurfølge
3. hvor mange kvadrater de næste og nogle senere trin i deres figurfølge indeholder.

# Om opgaven: Undersøg en figurfølge 2

A) Beskriv, hvordan dette mønster vokser eller udvikler sig.

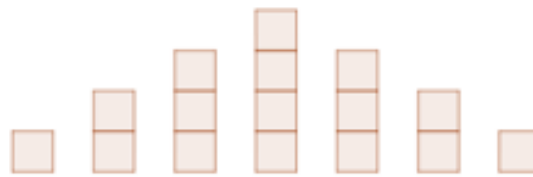
1)



2)



3)



B) Vis og forklar, hvordan man kan finde de næste og nogle senere trin i dette mønster.

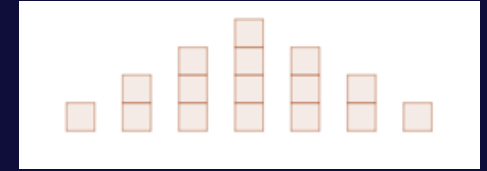
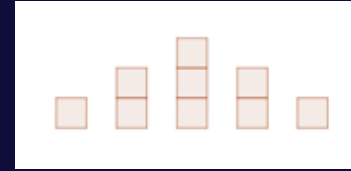
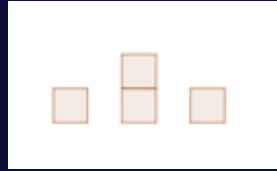
Jo Boaler 3:50 – 7:21

<https://www.youtube.com/watch?v=3icoSeGqQtY>

C) Konstruer de tre første skridt af et mønster, I selv finder på.

# En progression med fokus på tre trin

- 1) Beskrivelse af en figurfølgens udvikling
- 2) Rekursiv beskrivelse
- 3) Eksplicit beskrivelse



En *rekursion* betegner noget, der refererer til sig selv. **Rekursion** subst.: [se *rekursion*]

Hvordan kan disse talfølger skrives rekursivt på formen  $f(n) = f(n-1) + \dots$  ?

- a) 0, 4, 8, 12, ...
- b) 7, 12, 17, 22, ...
- c) -11, -8, -5, -2, ...
- d) 1, 4, 16, 64, ...
- e) 0, 2, 8, 26, 80, 242, ...

Og evt. også disse talfølger rekursivt:  
Ulige tal, lige tal, Kvadrattal, Fibonaccital

Den eksplicite formel finder det  $n$ 'te led i en talfølge, uden at det er nødvendigt at finde de forrige led.

Den eksplicite formel for kvadrattallene er fx  $n^2$

Skriv den eksplicite formel for

- a) 0, 4, 8, 12, ...
- b) 7, 12, 17, 22, ...
- c) -11, -8, -5, -2, ...
- d) 1, 4, 16, 64, ...
- e) 0, 2, 8, 26, 80, 242, ...

Overvej evt. også følgende talfølger eksplicit: Ulige tal, Lige tal

8 Giv handlefrihed og selvstændighed  
i gruppearbejde

Læs mere i:

### Tredje fase

- 9 Giv tips, tricks og udfordringer til undersøgelser og problemløsning
- 10 Gennemfør klassesamtaler undervejs med udveksling af viden mellem grupperne
- 11 Tilbyd supplerende opgaver, der kan hjælpe med forståelsen af stoffet

## Vidensbaseret Matematikundervisning · 2

3. til 7. klasse



Adrian Rau Bull og Torben Blankholm  
Under medvirken af Pernille Ladegaard Pedersen og  
Rasmus Ulsøe Kær

  
Forlaget Matematik

Gøre  
Matematik

Begrunde  
Matematik

Forklare  
Matematik

Undervise  
Matematik

Genopfinde  
matematik