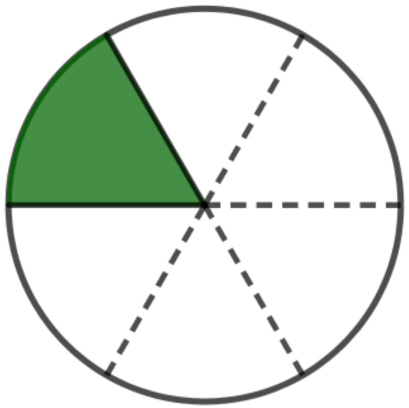


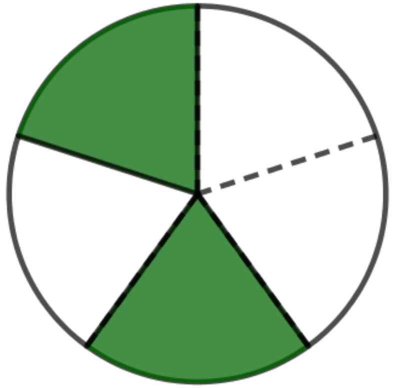
Introduktion

Pernille Ladegaard Pedersen
Aalborg Universitet/VIA
pelp@via.dk

DANMARKS FRIE FORSKNINGSFOND

Program

- Introduktion
- Hvorfor er brøker vigtige?
- Hvordan forstår vi en brøk?
- Hvordan kan vi forklare forskellige heltalsdistraktorer?
- Typer af ækvivalens
- Opmærksomhedspunkter i undervisningen



Hvorfor er brøker vigtige?

Hvorfor er brøker vigtige?

- Forståelse af brøk størrelse er en prædikter for senere brøk-aritmetik og samlet matematisk forståelse (Siegler et al., 2011).

- Sammenhæng til elevens algebra-forståelse (Booth and Newton, 2012)

- De lavest præsterende elever udvikler sig ikke (det samme i 6. og i 8. klasse) (Siegler and Pyke, 2013)

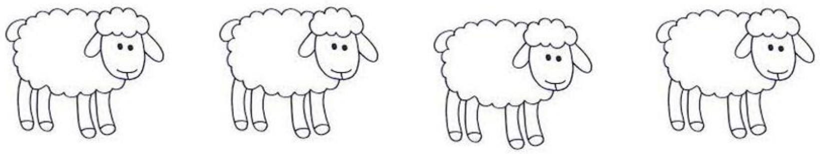
Hvordan forstår vi en brøk?

Hvad er en brøk?

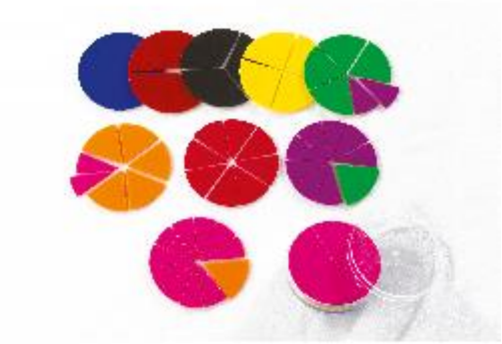
- Brøknotationen kan defineres som $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$
- Brøker er er et todelt symbol med en tæller og en nævner adskilt af en streg
- Alle rationale tal kan skrives som brøk, men ikke alle brøker er rationale tal fx $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$ er et rationalt tal, men $\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}}$ er ikke

I det her oplæg : rationale tal skrevet som en brøk

Naturlige tal



Rationale tal



	Naturlig tal (uden 0)	Brøker (rationale tal)
Symbol/repræsentation	Et tal fx 8 eller 82	”To tal” og en linje som adskiller (skal forstås som én størrelse)
Orden/density	Rækkefølge –tæl fx 1, 2, 3 Efter et tal kommer et bestemt tal Der er ikke tal imellem	Der er ikke en rækkefølge – Hvad kommer efter fx $\frac{3}{4}$? Der er uendelige tal imellem to tal
Addition - subtraktion	Man kan tælle frem eller tilbage i sekvensen	Man kan ikke tælle frem eller tilbage
Multiplikation	Resultatet bliver altid større	Resultatet kan blive mindre (ægtebrøker kun mindre)
Division	Resultat er altid mindre	Resultatet kan blive større

Differences between natural numbers and fractions Stafylidou & Vosniadou (2004)

Delforståelser

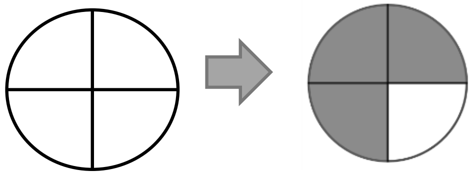
$$\frac{3}{4}$$

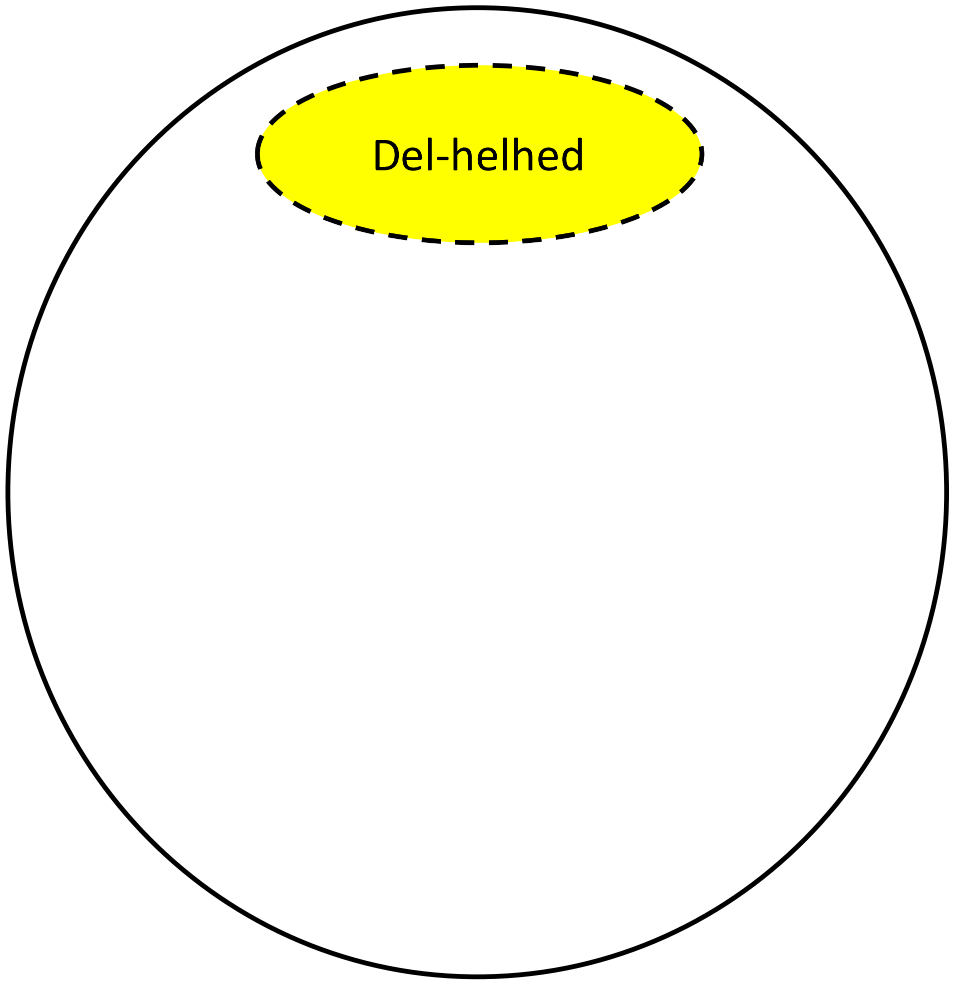
Brøkbegrebet

Hvorfor har vi brug for brøker?

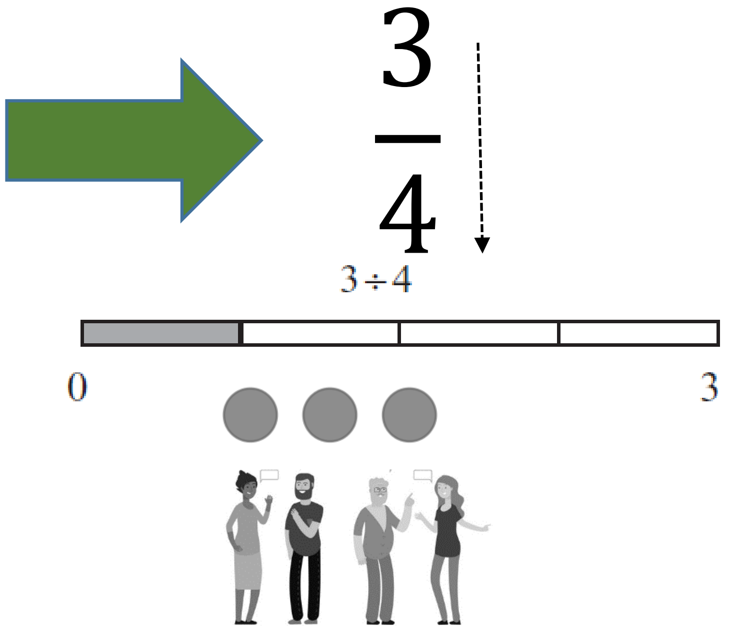
Del-helhed

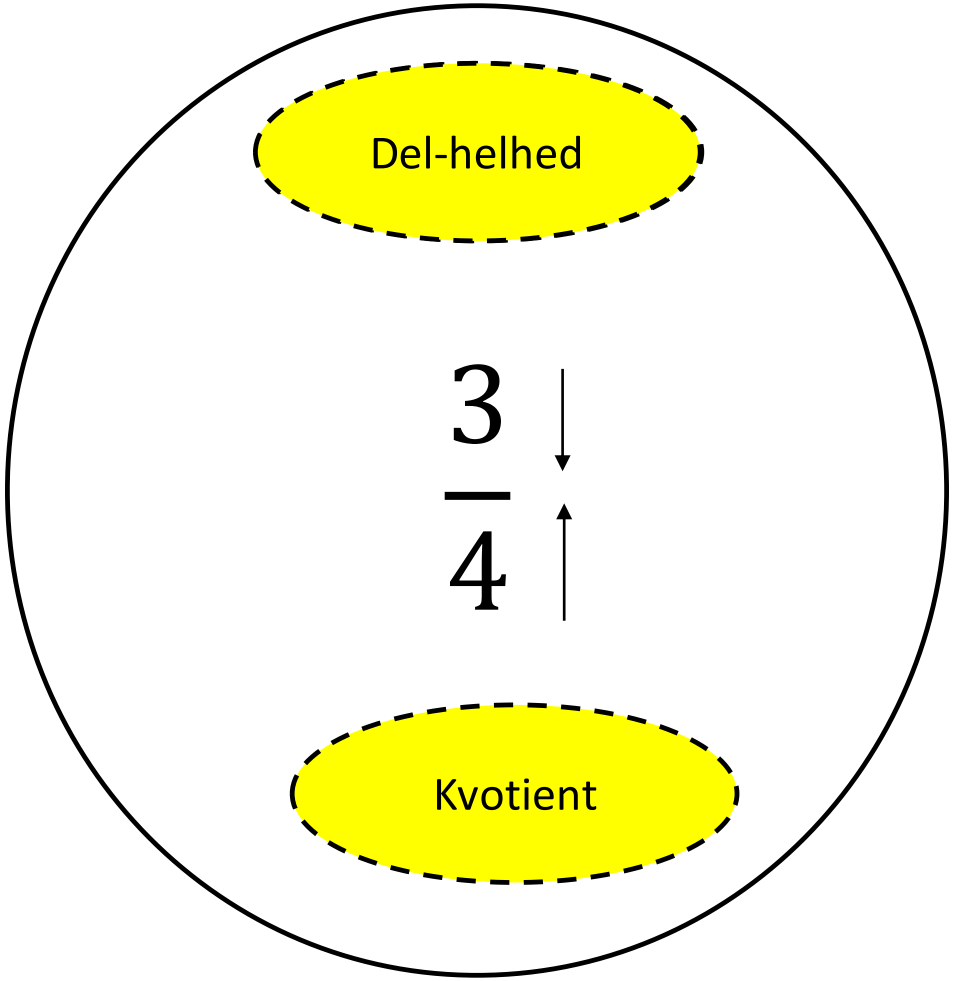
$$\frac{3}{4}$$





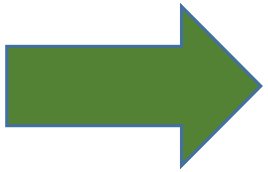
Kvotient





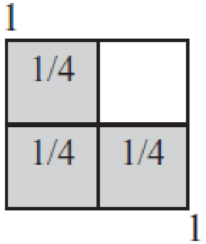
Måling

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

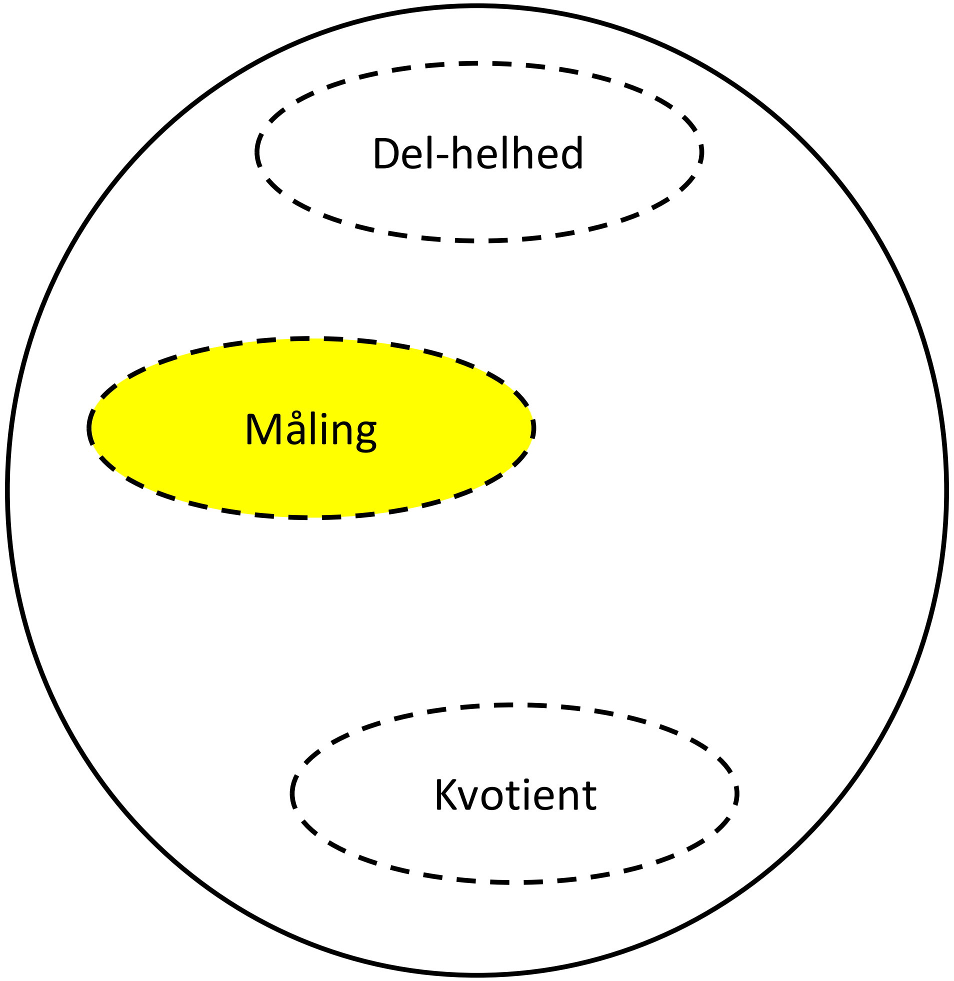


$$\frac{3}{4}$$

3 one-fourth units from 0 on the number line

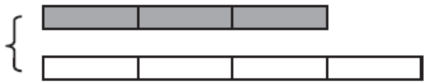


3 one-fourth units of a given area



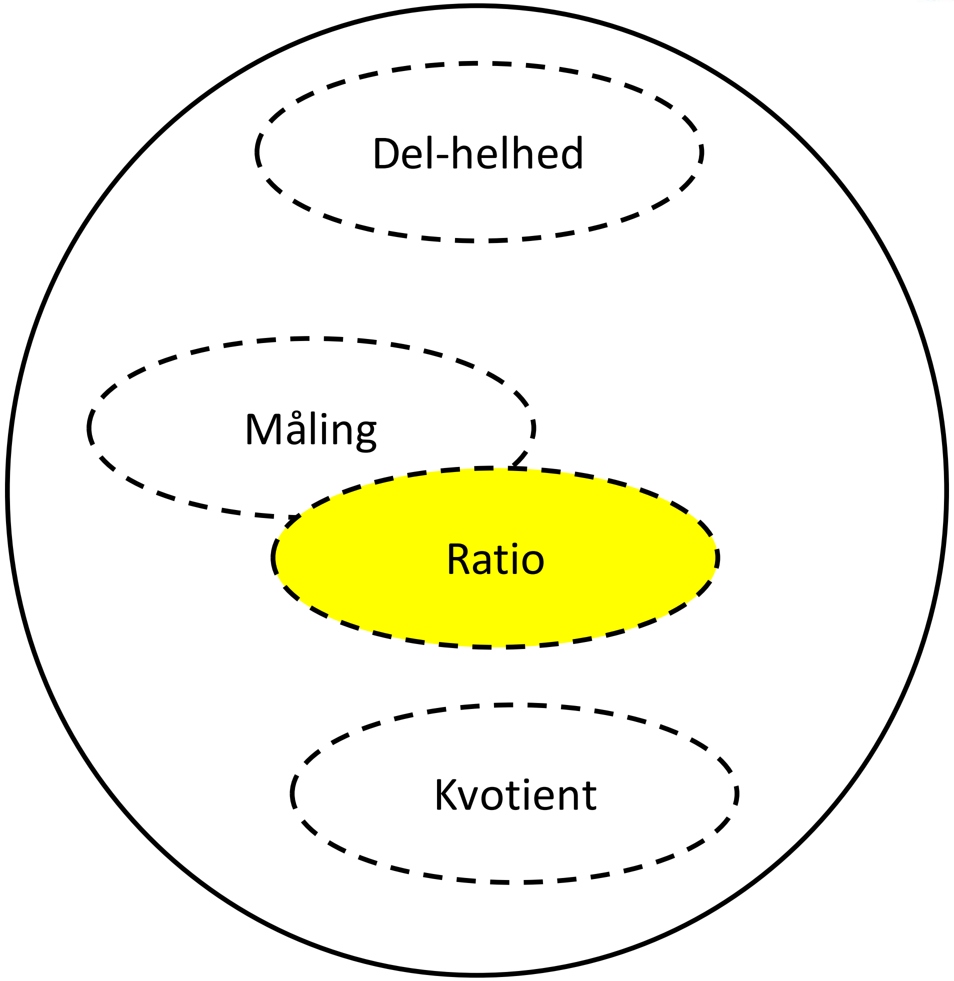
Ratio

$$\frac{3}{4}$$



There are 3 shaded parts to 4 parts
3:4

Rational tal

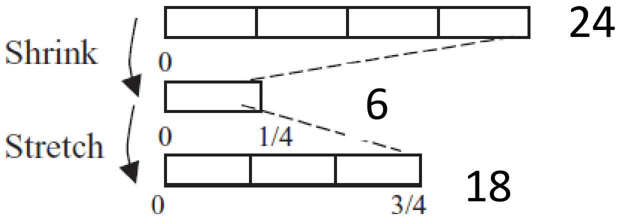


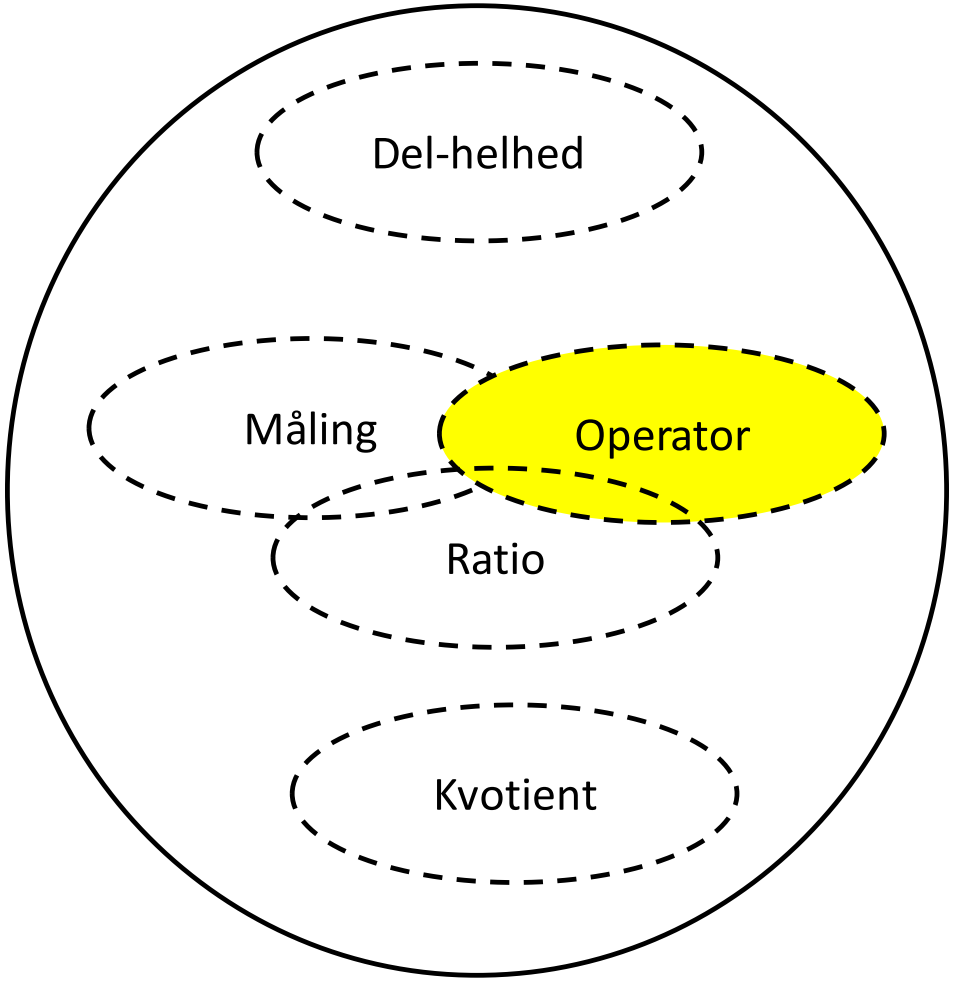
$$\frac{1}{12} \qquad \frac{11}{22}$$

$$\frac{89}{90} \qquad \frac{23}{44}$$

Operator

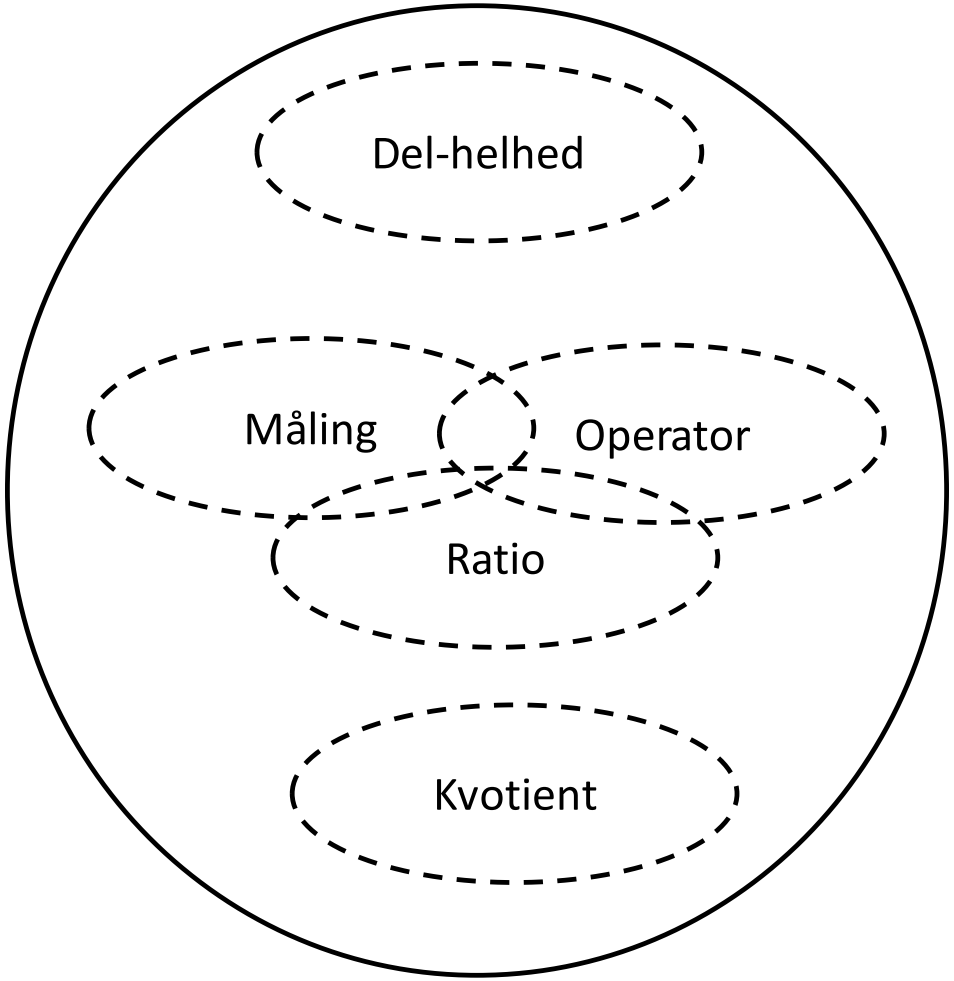
$$\frac{3}{4}\ af\ 12$$



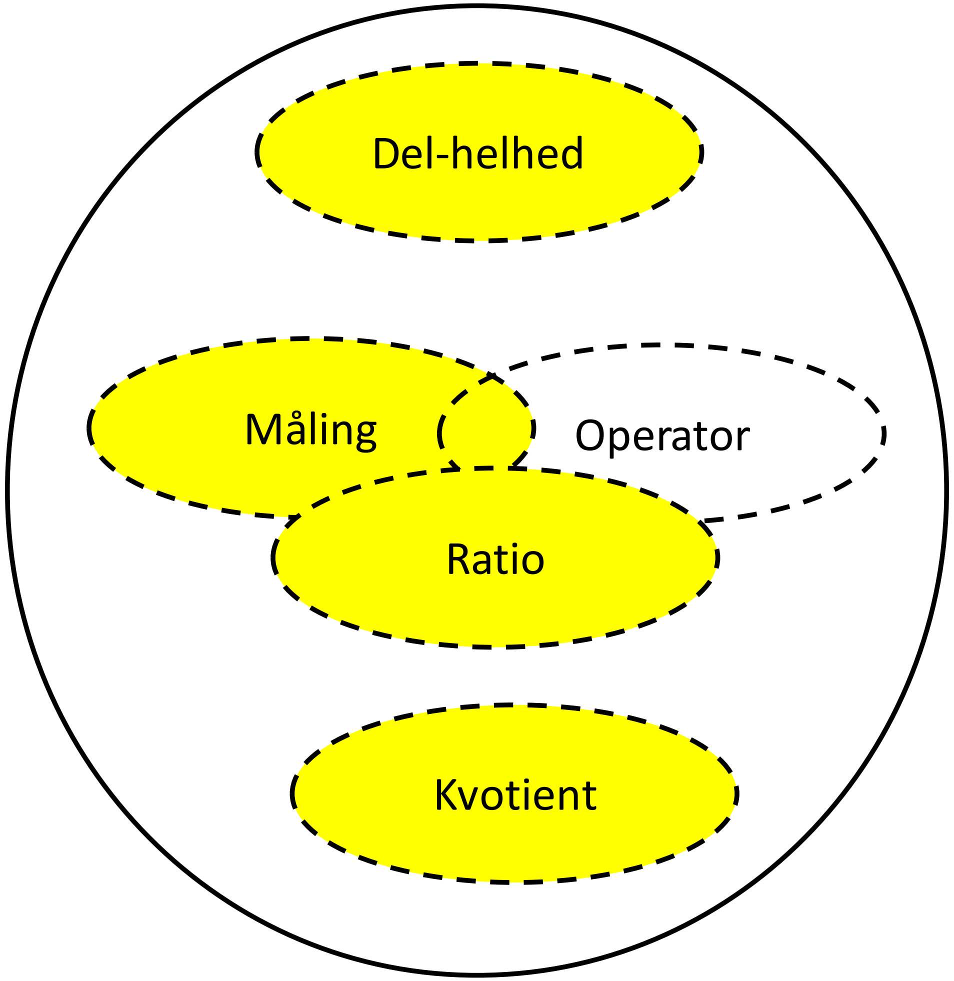


Hvilke delforståelser bruger han?

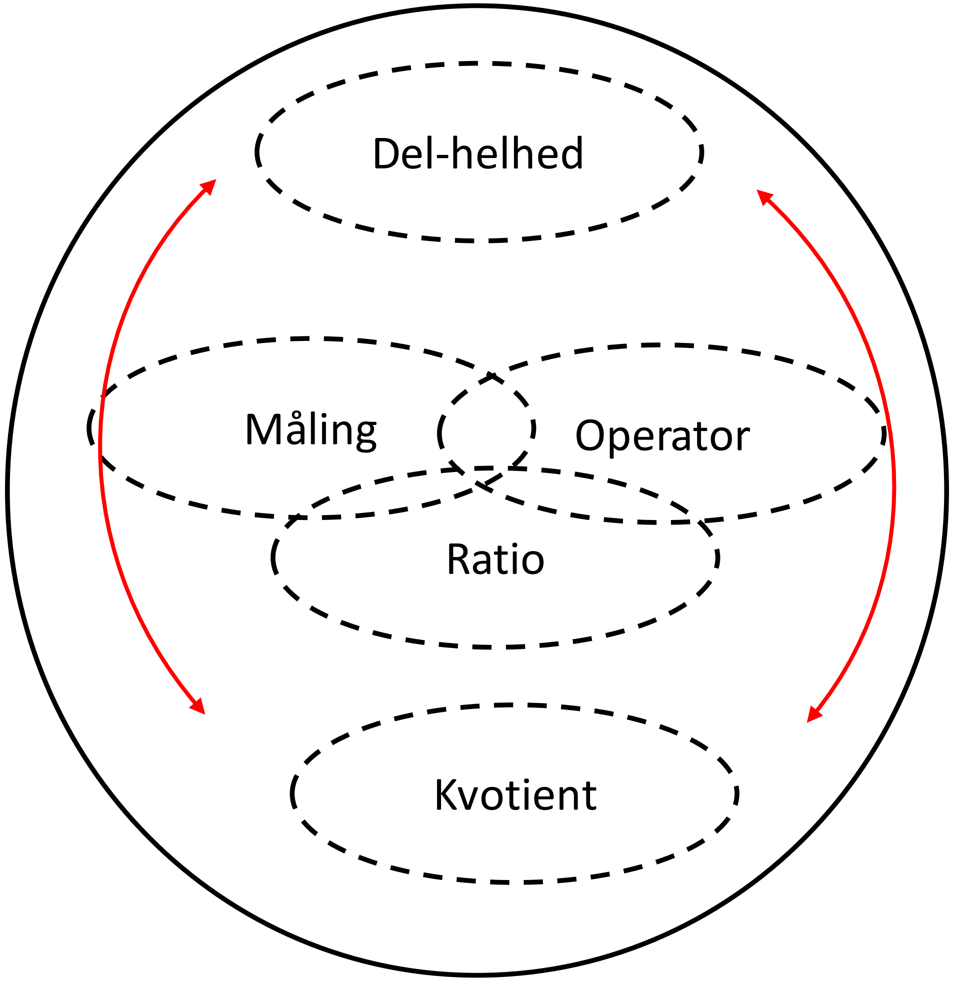
Se filmen.
Hvad vurderer I han bruger af de forskellige delforståelser til at sammenligne brøker?

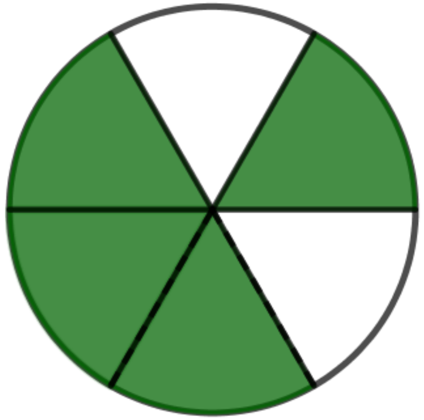


Hvilke delforståelser bruger han?



Det komplekse brøkbegreb





Hvordan kan vi forklare forskellige heltalsdistraktorer?

Hvad vil du vurdere er sværest?

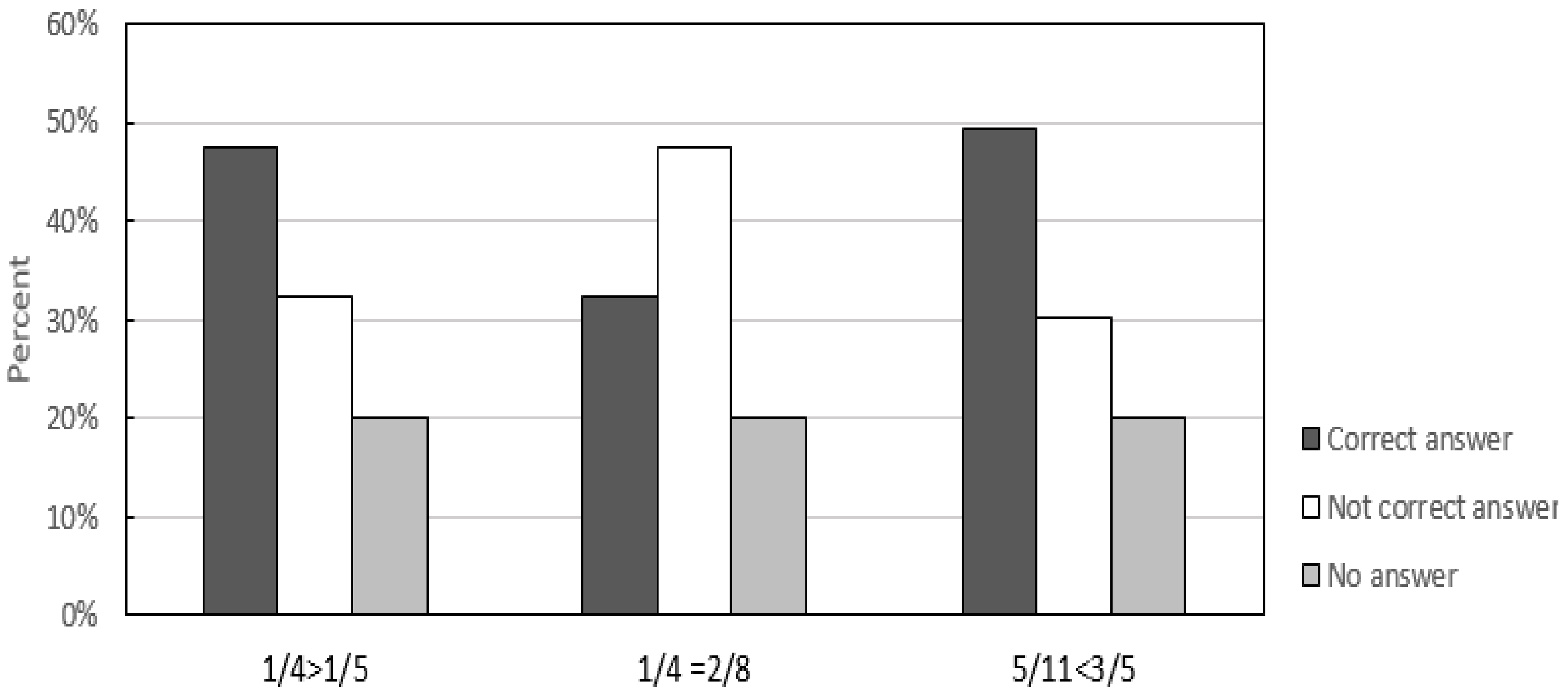
Indsæt det manglende tegn: >,< eller =.

Tryk på pilen.

$\frac{1}{4}$ [>] $\frac{1}{5}$

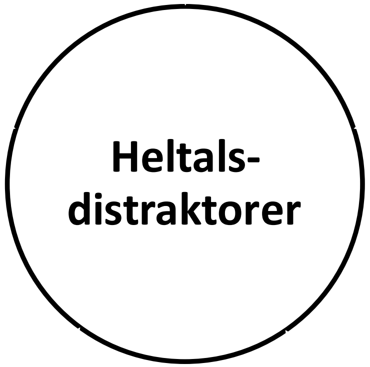
$\frac{1}{4}$ [=] $\frac{2}{8}$

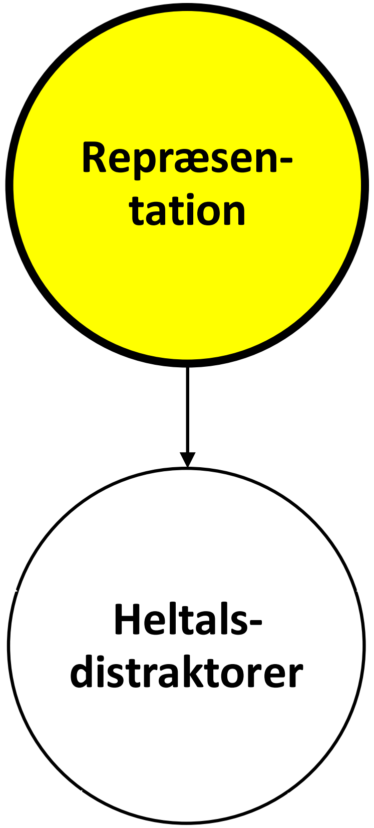
$\frac{5}{11}$ [<] $\frac{3}{5}$



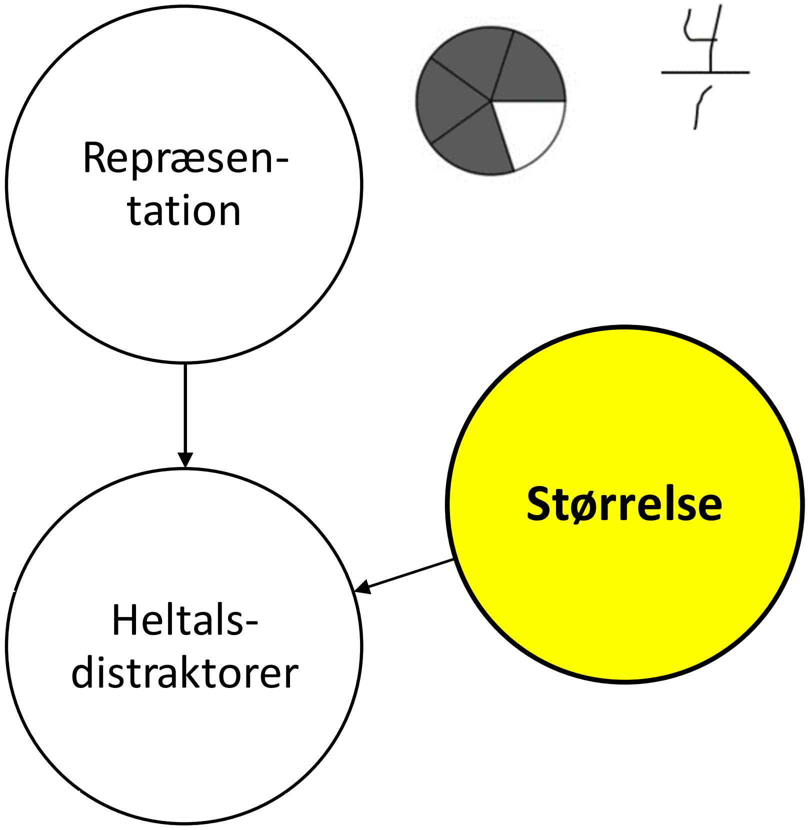
Hvorfor er ækvivalensforståelsen vigtig?

Heltalsdistraktorer





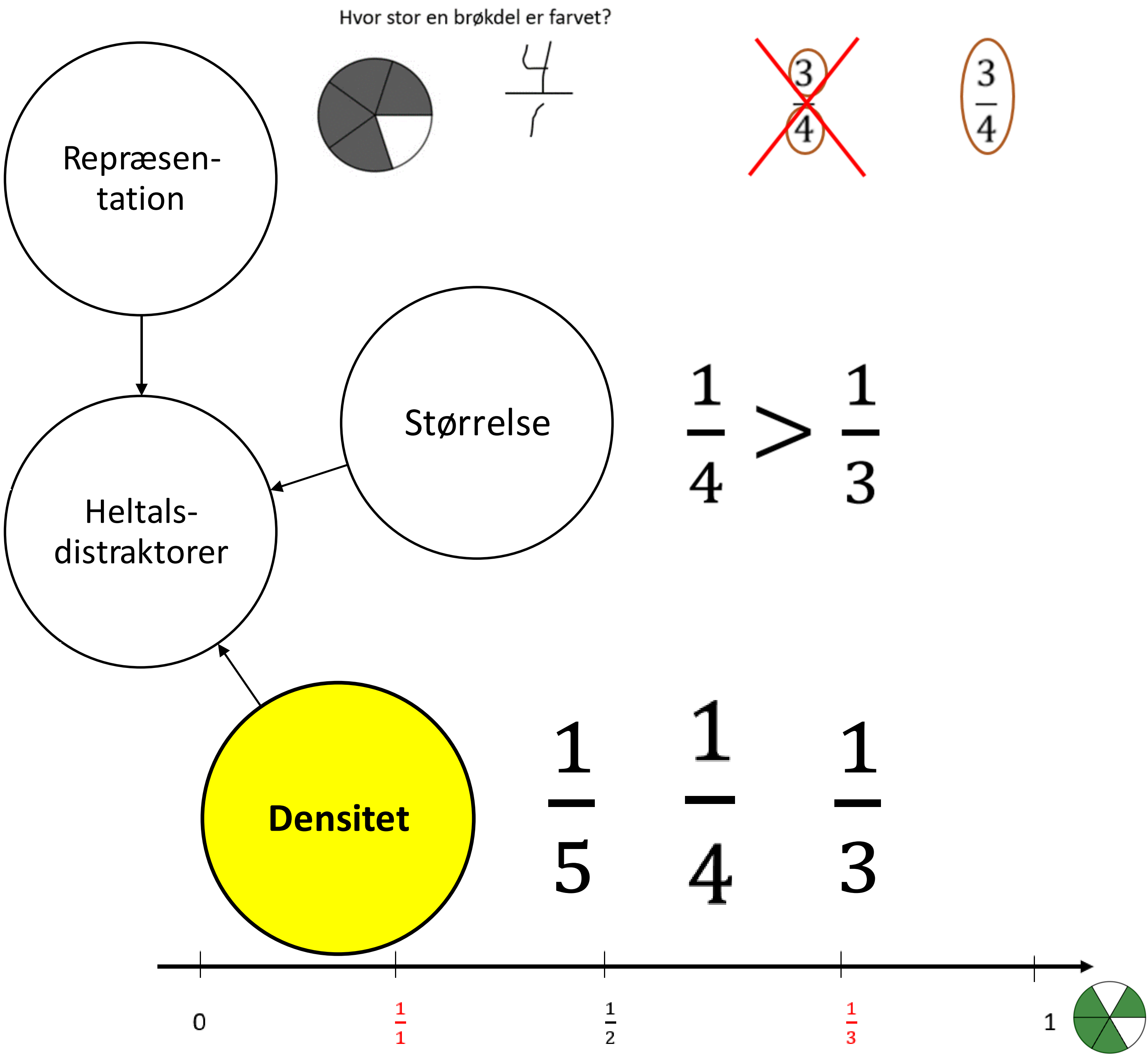
Hvor stor en brøkdel er farvet?

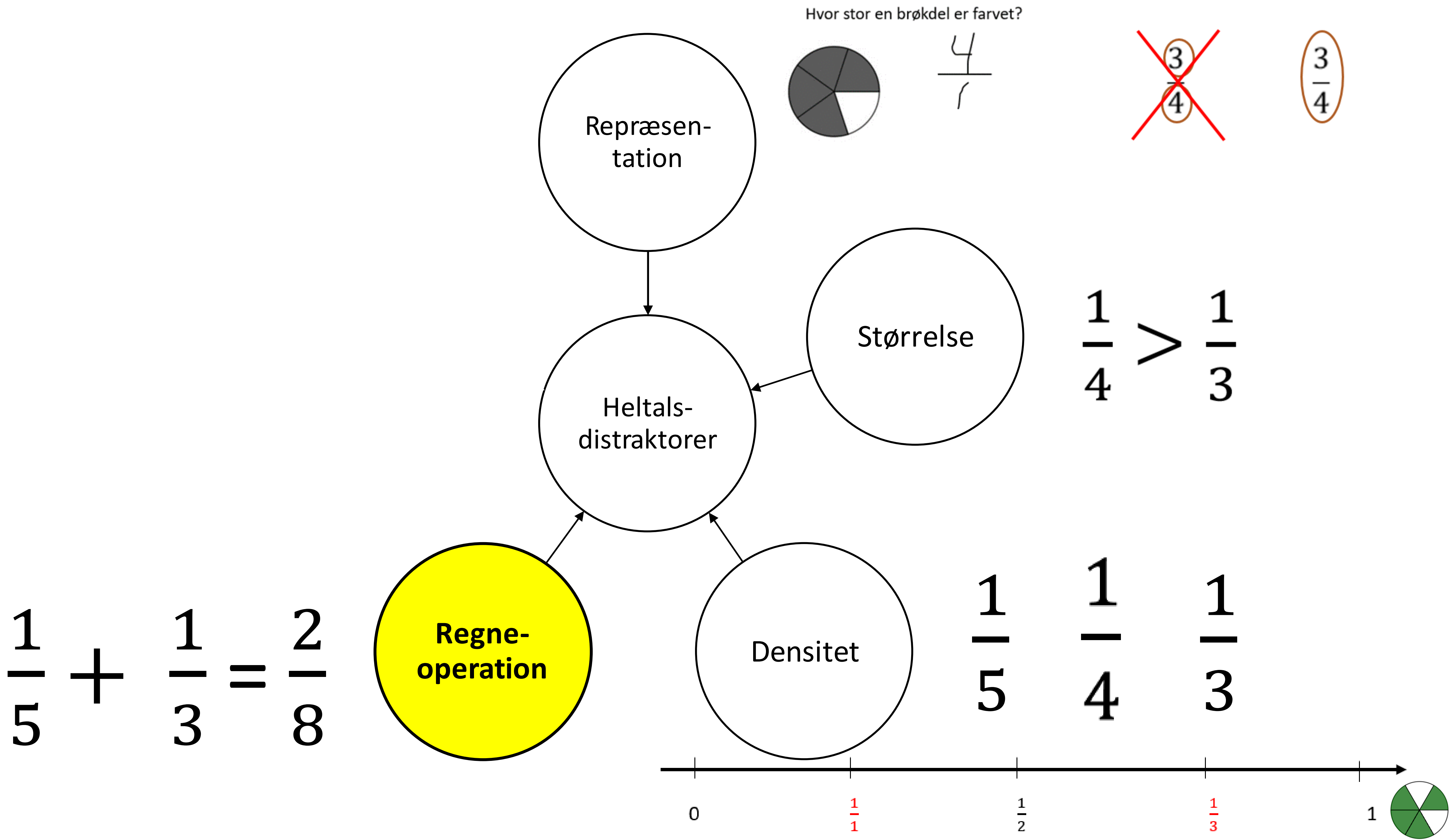


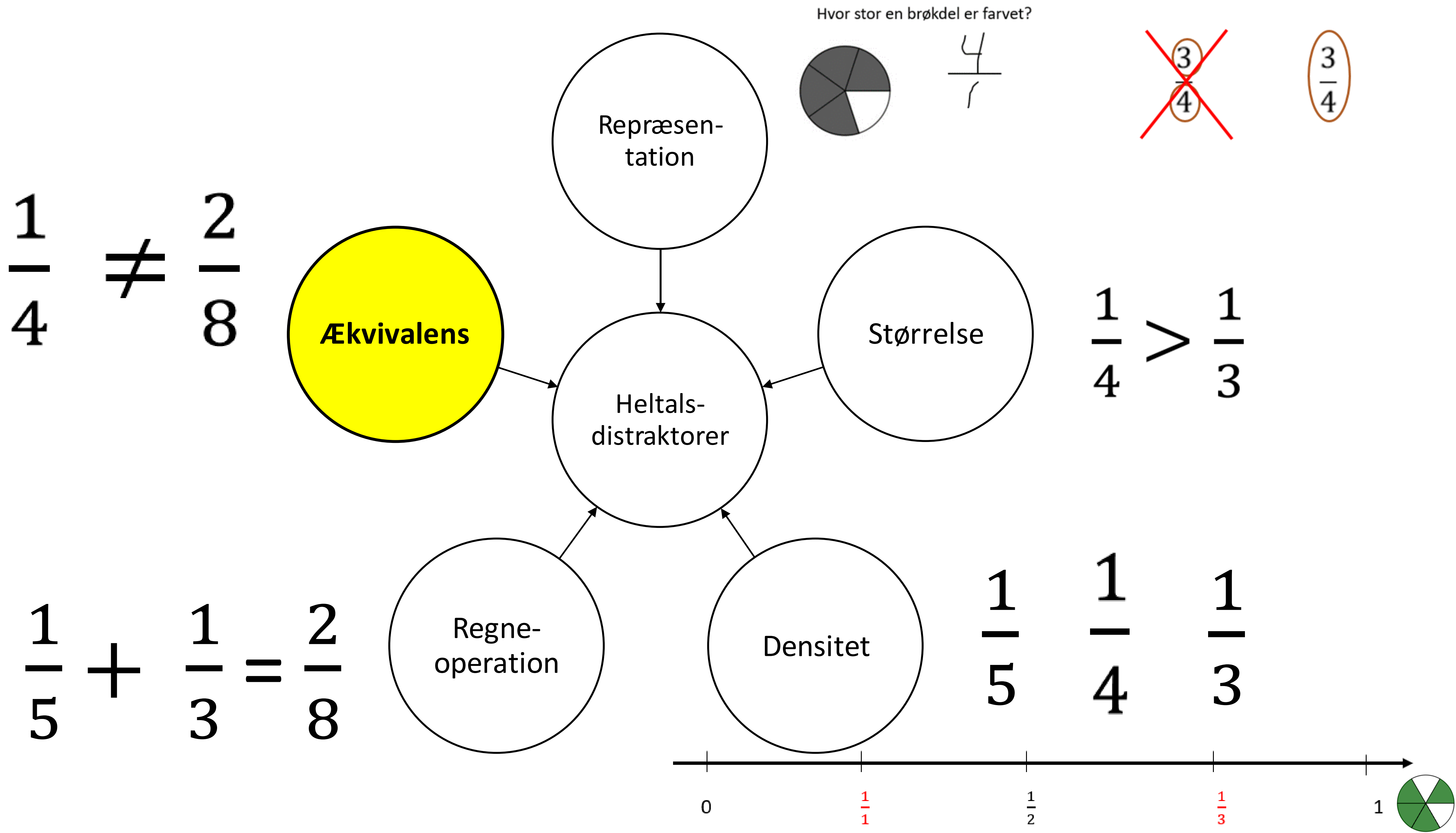
Hvor stor en brøkdel er farvet?

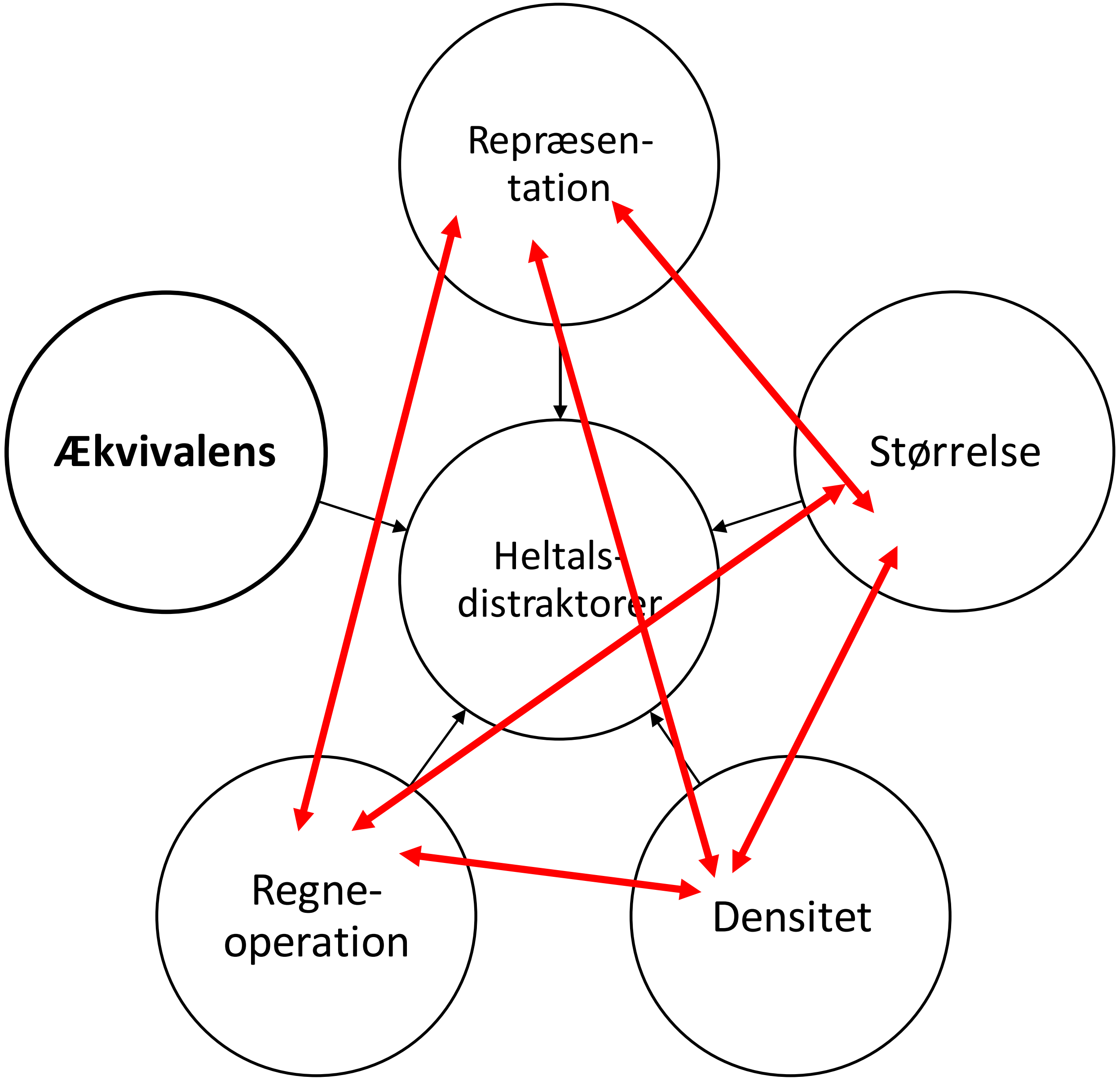
$$\frac{1}{4} > \frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{11} < \frac{3}{5}$$


Hvor stor en brøkdel er farvet?
4
1
3
4
3
4
Repræsen-tation
Størrelse
$\frac{1}{4} > \frac{1}{3}$
Heltals-distraktorer
Densitet
$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$
0
$\frac{1}{1}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{3}$
1

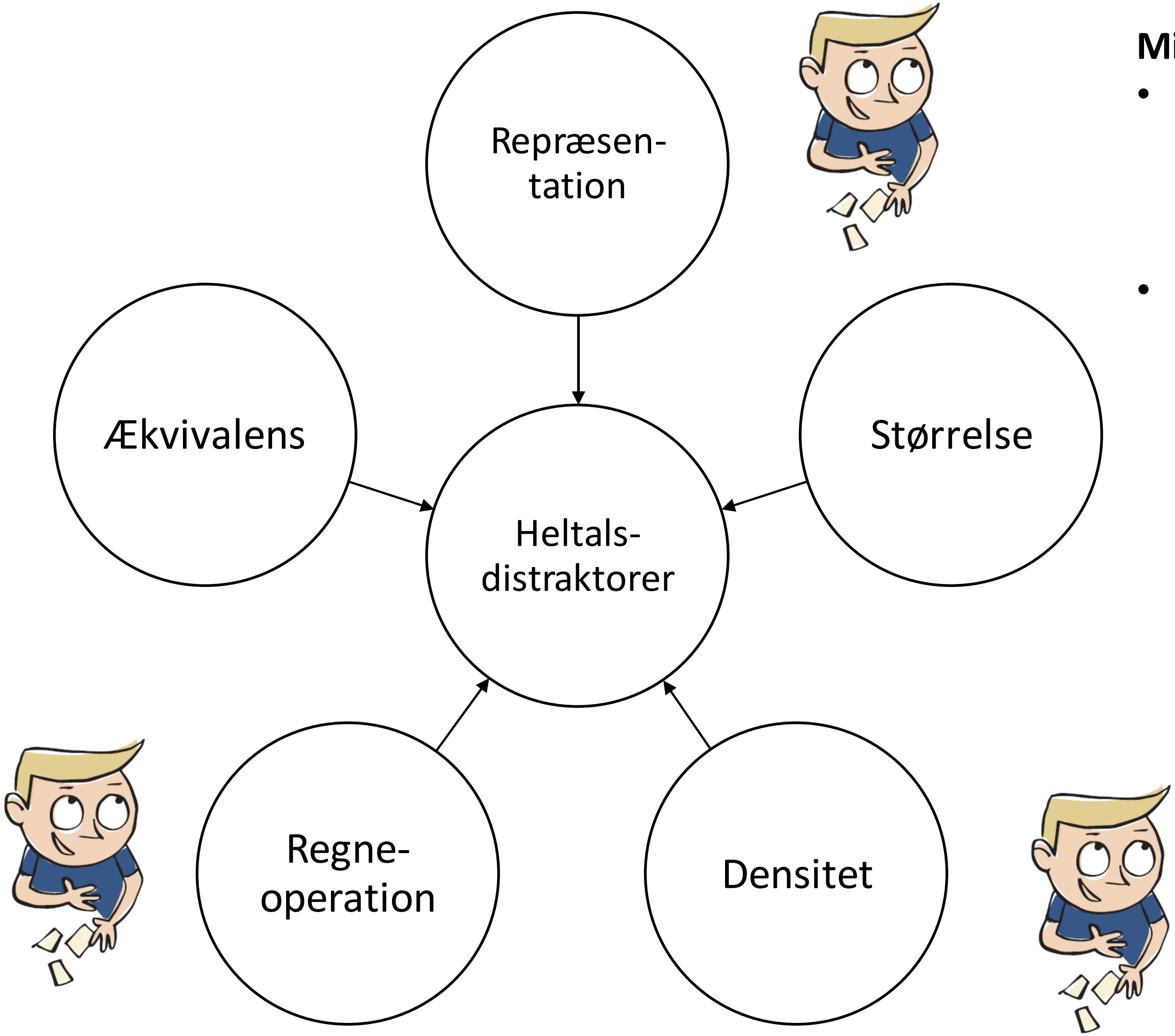

Hvor stor en brøkdel er farvet?
4/1
3/4
3/4
Repræsen-tation
Størrelse
1/4 > 1/3
Heltals-distraktorer
1/5 + 1/3 = 2/8
Regne-operation
Densitet
1/5 1/4 1/3
0
1/1
1/2
1/3
1


Hvor stor en brøkdel er farvet?
4/1
3/4
3/4
Repræsen-tation
Ækvivalens
Heltals-distraktorer
Størrelse
Regne-operation
Densitet
$\frac{1}{4} \neq \frac{2}{8}$
$\frac{1}{4} > \frac{1}{3}$
$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2}{8}$
$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$
0
$\frac{1}{1}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{3}$
1



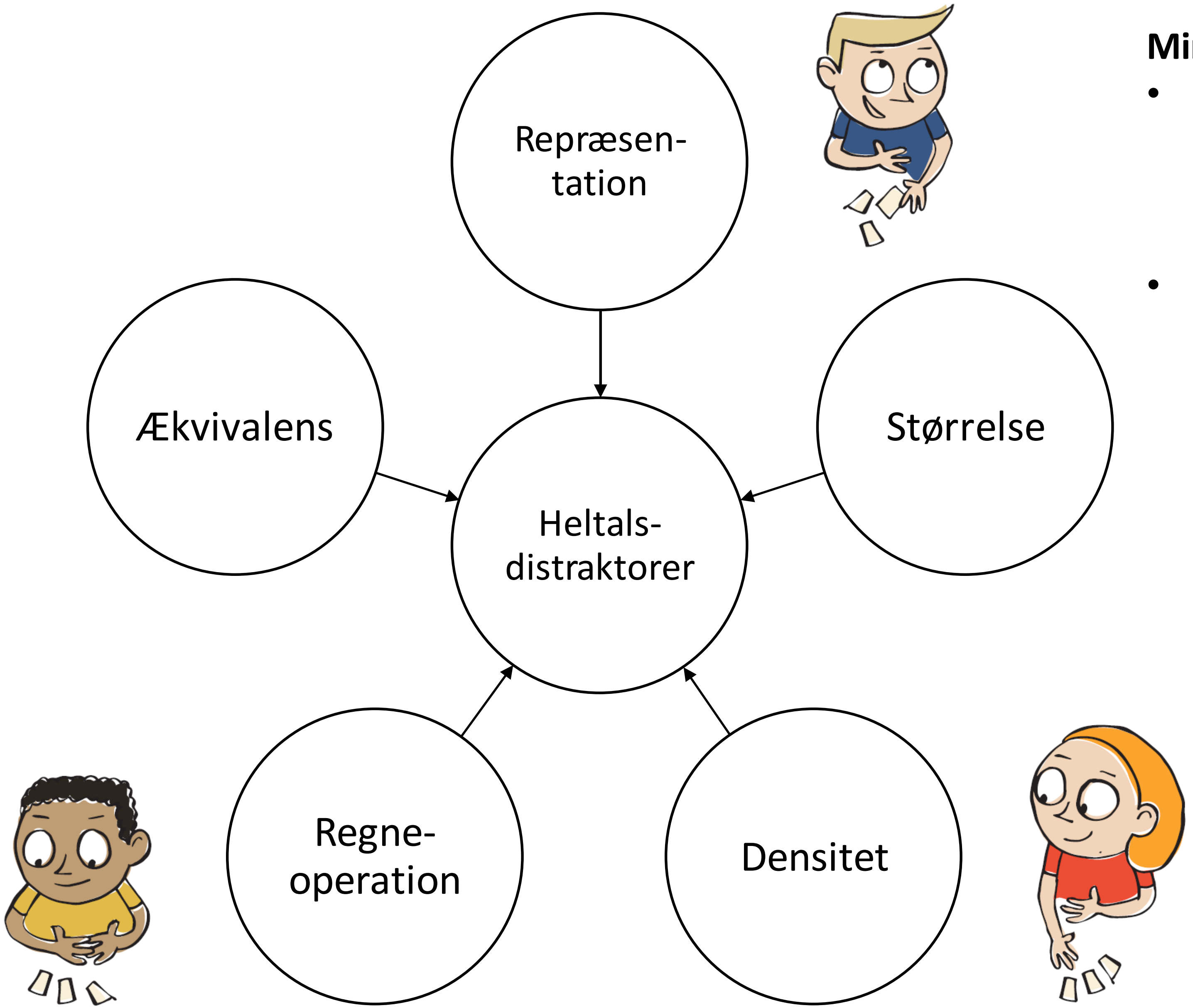
Min forskning:

- Tilføjelse af ækvivalens som en type heltalsdistraktor
- Ikke en sammenhæng mellem heltalsdisktorerne (4.klasseelever)



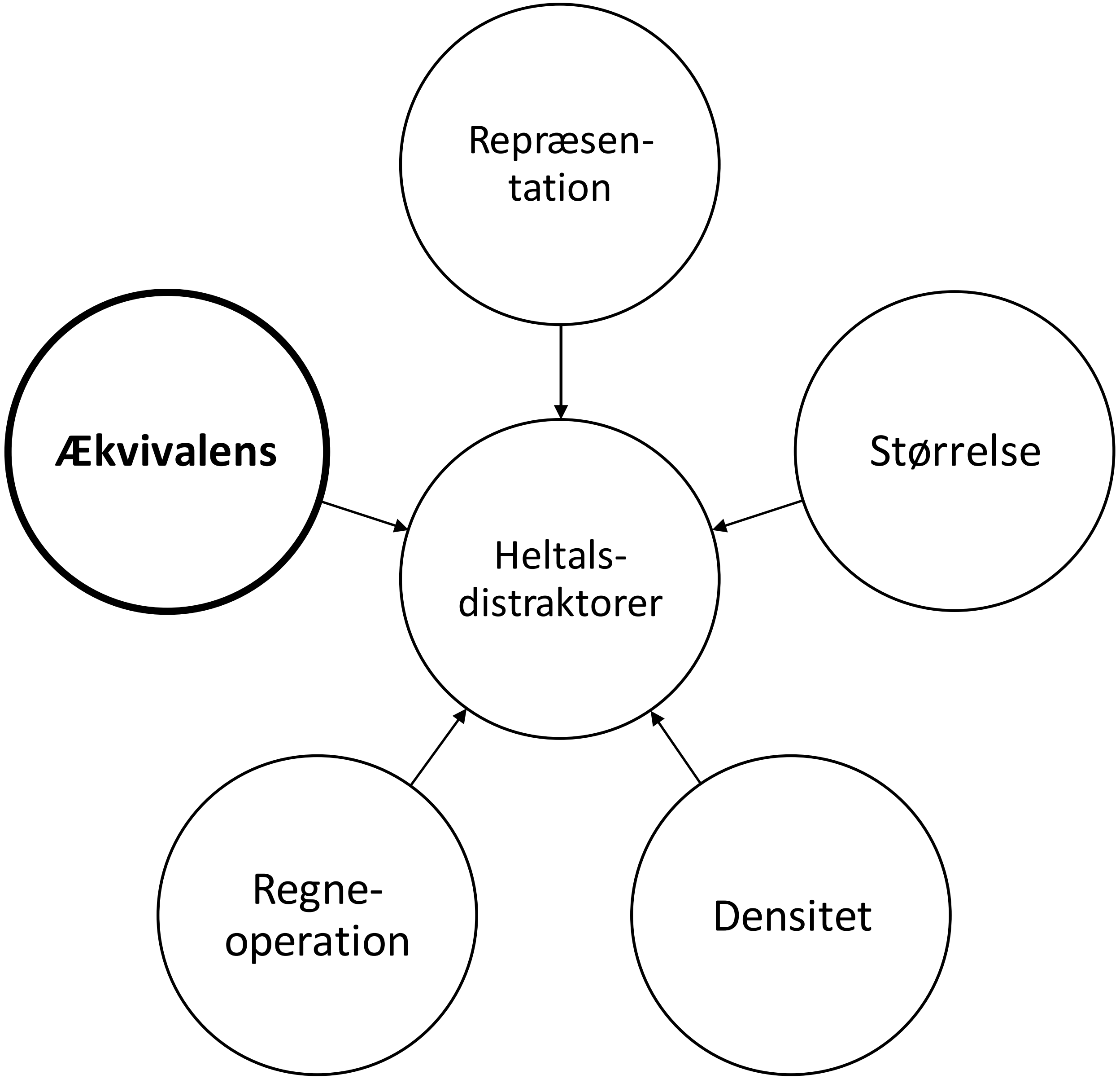
Min forskning:

- Tilføjelse af ækvivalens som en type heltalsdistraktor
- Ikke en sammenhæng mellem heltalsdiktorerne (4.klasseelever)



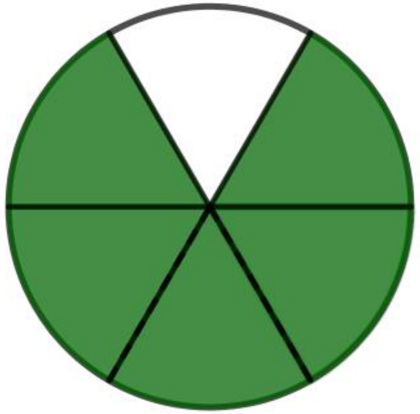
Min forskning:

- Tilføjelse af ækvivalens som en type heltalsdistraktor
- Ikke en sammenhæng mellem heltalsdiktorerne (4.klasseelever)



Min forskning:

- Tilføjelse af ækvivalens som en type heltalsdistraktor
- Ikke en sammenhæng mellem heltalsdisktorerne (4.klasseelever)

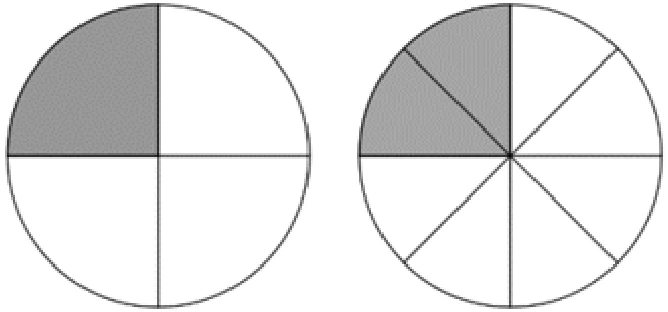


Typer af ækvivalens

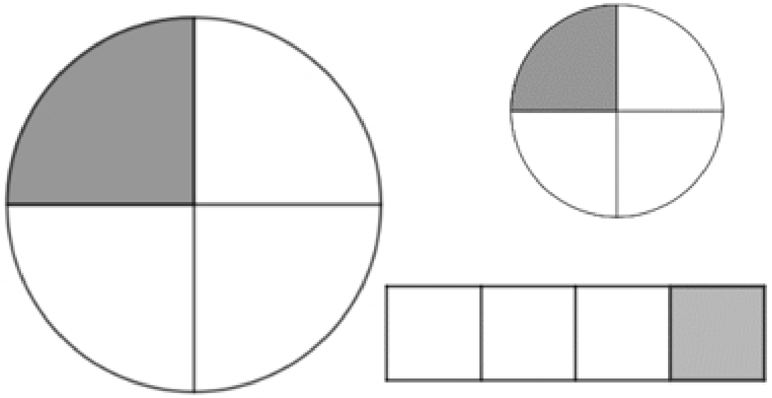
Mette Bjerre

To forskellige koncepter af ækvivalens

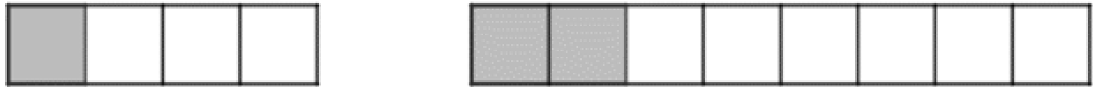
Enhedsækvivalens inkluderer proportionalækvivalens

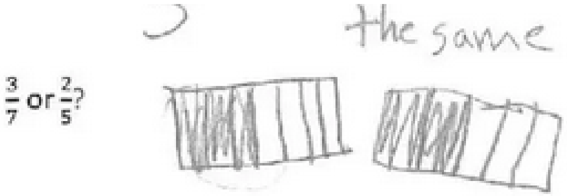


Proportionalækvivalens inkluderer ikke enhedsækvivalens



Example of No Equal-Whole when Comparing $\frac{1}{4}$ and $\frac{2}{8}$. This is Proportion Equivalence and Not Unit Equivalence; and when Comparing the Size of a Fraction, it Must be Based on Unit Equivalence



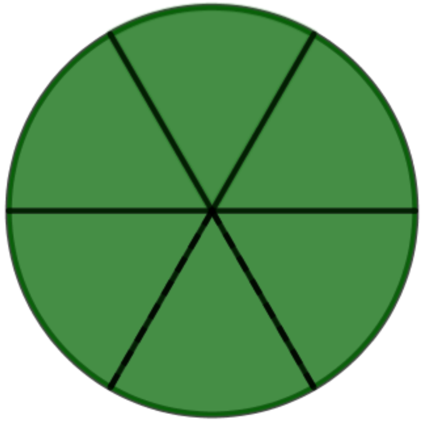


Hvorfor er ækvivalens begrebet vigtigt?

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$$

$$\frac{2(3a+5b)}{4} = \frac{3a+5b}{2}$$



Opmærksomhedspunkter

Pointer fra i dag

a) Det er centralt, at eleverne får mulighed for at udvikle de to forståelser af ækvivalens – særligt fordi det hænger sammen med udviklingen af ækvivalens inden for fx algebra og procent. Ækvivalens kan dermed støtte en konceptuel forståelse af disse begreber, da det er med til at skabe sammenhæng mellem begreber.

b) Eleverne skal gives mulighed for at udvikle en forståelse af forskellene mellem naturlige tal og rationale tal i forskellige kontekster og dermed forstå forskellen mellem naturlige tal og brøker. Med andre ord skal de overkomme tendensen til distraktorerne fra de naturlige tal.

Tak for en brøkdel af jeres tid

Referenceliste

Behr, M., & Post, T. (1988). Teaching rational number and decimal concepts. In T. Post (Ed.), *Teaching mathematics in grades K-8: Research-based methods (2nd ed.)* (pp. 201–248). Boston: Allyn and Bacon.

Booth, J. L., & Newton, K. J. (2012). Fractions: Could they really be the gatekeeper's doorman? Contemporary Educational Psychology, 37, 247–253.

Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. A. Lesh & D. A. Bradbard (Eds.), *Number and measurement: Papers from a research workshop* (pp. 101-144). Columbus, OH: ERIC Information Analysis Center for Science, Mathematics and Environmental Education.

Ni, Y., & Zhou, Y. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. Educational Psychologist, 40(1), 27–52.

Siegler, R. S., & Pyke, A. A. (2013). Developmental and individual differences in understanding of fractions. *Developmental Psychology*, *49*(10).

Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology*, *62*(4), 273–296.

Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. Learning and Instruction, 14(503–518).

Thompson, P. W., & Saldanha, L. A. (2003). Fractions and multiplicative reasoning. In J. Kilpatrick, G. Martin, & D. Schiffer (Eds.), Research compendium for the principles and standards for school mathematics (pp. 95–113). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.