

# Hvordan regner eleverne i dag i Danmark?

$$\begin{array}{l} 18 + 18 + 18 + 18 + 18 \\ 18 + 18 + 18 + 18 + 18 \\ 18 + 18 + 18 + 18 + 18 \end{array}$$

Handwritten calculations showing the addition of 18s. The first row shows 18 added five times. The second row shows 18 added five times. The third row shows 18 added five times. Below these, there are intermediate results: 54, 126, and 260. The final result, 260, is underlined.

$$\begin{array}{r} 1 \phantom{0} \\ 482 \\ \hline 218 \\ \hline 700 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 90 + 0 = 100 \\ 384 + 216 \\ \hline 500 + 100 = 600 \end{array}$$

## Matematikvejlederkonference

Torsdag den 7. september 2023 i Odense Congress Center

Lóa Björk Jóelsdóttir, VIA University College &

Trygfondens Børneforskningscenter, Aarhus University,



# Plan for de næste 40- 45 minutter

---

1. Adaptivitet og fleksibilitet. Kort om baggrund og begrebsafklaring,

---

2. Hvordan regner de danske elever i dag?

---

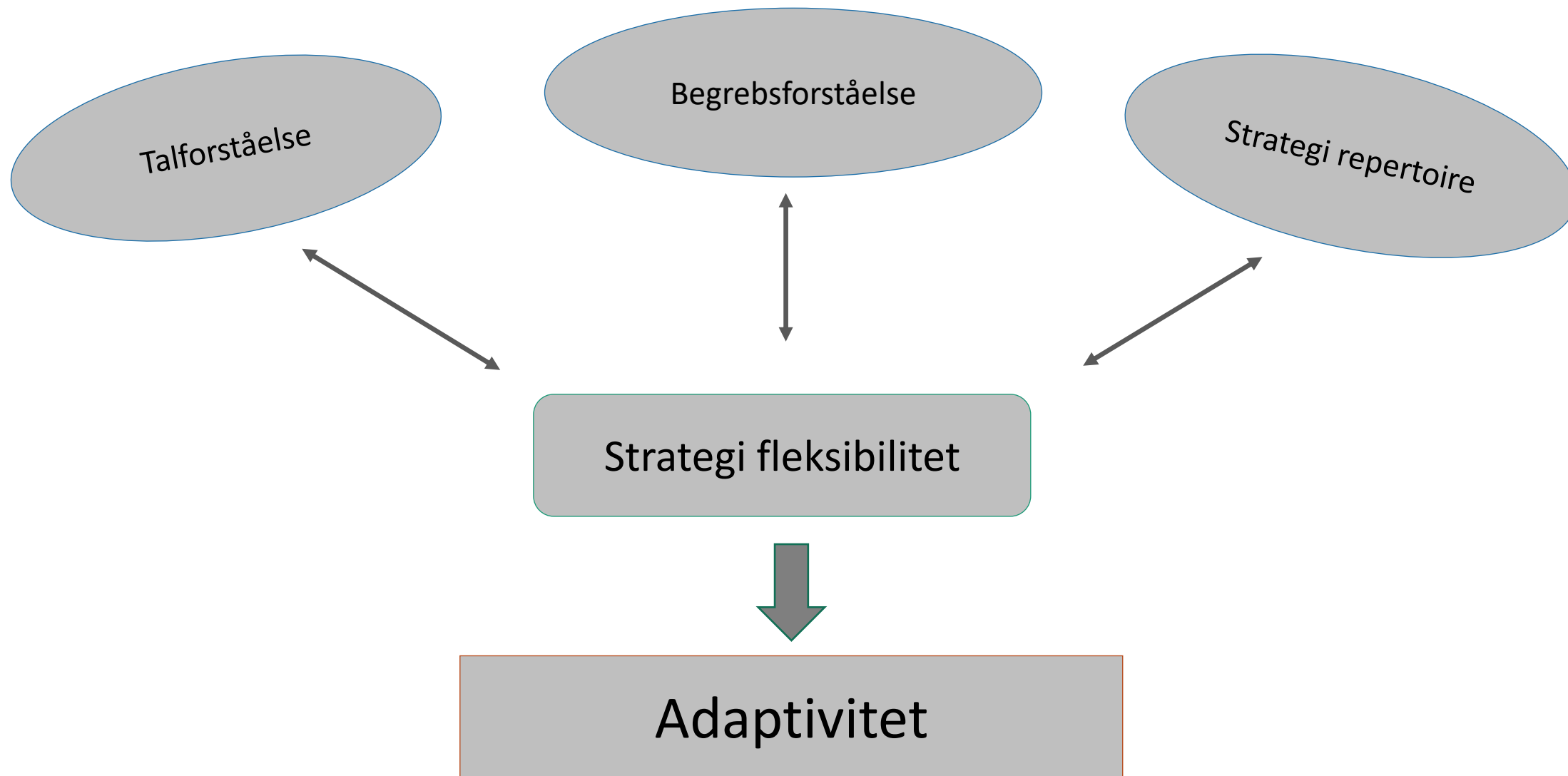
3. Er det nu vigtigt hvordan de regner?  
Er det ikke nok hvis de 'bare' kan regne rigtigt?

# Fleksibilitet & Adaptivitet

---

- **Adaptivitet og fleksibilitet eller Adaptiv fleksibilitet:**
- **Fleksibilitet:** Viden om forskellige strategier til løsning af et givet problem og evnen til at anvende og skifte i mellem disse strategier
- **Adaptivitet:** Evnen til at vælge hensigtsmæssige strategier til løsning af et givet problem
- Et *adaptivt strategivalg* er et bevidst eller ubevidst valg og anvendelse af den mest hensigtsmæssige løsningsstrategi til et givet matematikproblem, for den enkelte person, i en given sociokulturel kontekst.

*(Verschaffel, Torbeyns & Van Dooren, 2009).*



# Hvad siger Fælles Mål?

”Det er centralt, at læreren udfordrer og støtter de enkelte elever på en måde, så eleverne **udvikler deres regnestrategier på baggrund af deres talforståelse** frem for at lære procedurer for opstilling og udregning. Der **sigtes ikke mod opøvelsen af standardiserede algoritmer**. I trinforløbet arbejder eleverne med hensigtsmæssige strategier til beregning, herunder strategier til:

- Hovedregning
- Overslagsregning
- Regning med skriftlige notater
- Beregninger med digitale værktøjer.

Digitale værktøjer, herunder lommeregner og regneark, indgår både som redskab til beregninger og som middel i **elevernes fortsatte udvikling af talforståelse.**”

Fælles Mål 2019, Læseplan s. 37

”Ligesom lommeregner og computer har **fjernet behovet for træning af standardalgoritmer** i forbindelse med arbejdet med tal og algebra... (s. 82)

- 
- Lad os starte med

$$199 + 323$$


$$199 + 323$$

---

Men hvordan regner de danske elever i 3., 6. og 8. klasse?

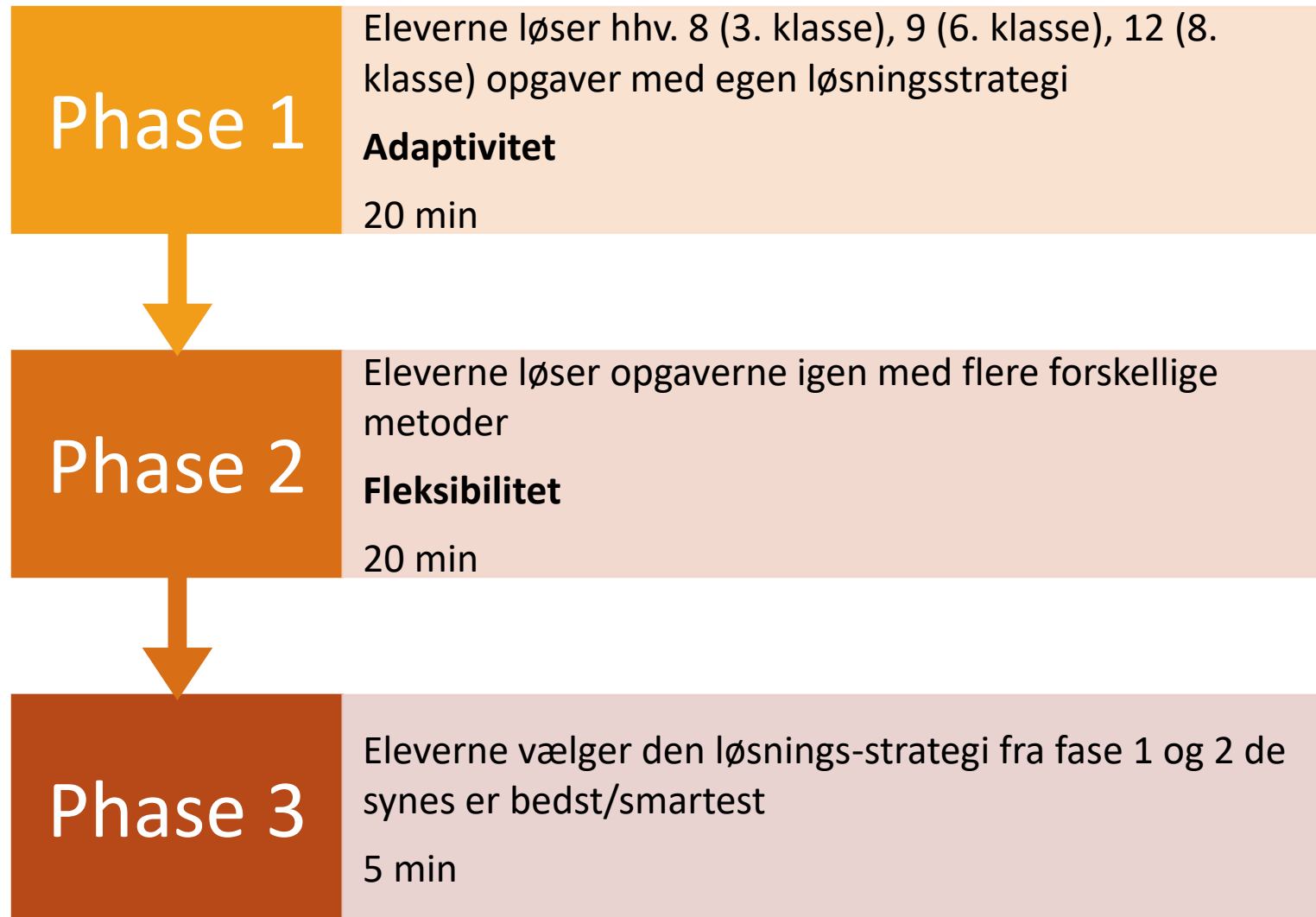
- Hvordan løser du opgaven?
- Hvordan har danske elever i 3. , 6. og 8. klasse løst opgaven?

# TriFA (Tri-phase Flexibility Assessment)

---

- Data
  - 2298 Tri-phase Flexibility Assessment (Xu et al, 2017) i 121 klasser på 20 skoler (3. ,6. og 8. klasse)
    - Addition, subtraktion og multiplikation med flercifrede tal.
    - Alle opgaver designet til at understøtte brug af shortcut strategier (fx  $199 + 323$ )
  - 763 forældre har svaret på forældreundersøgelse
  - 73 matematiklærere fra 84 af deltagende klasser har svaret på lærersurvey





Tri-phase  
Flexibility  
Assessment  
- TriFA (*Xu  
et al, 2017*)

# 199 + 323 | 3., 6. OG 8. KLASSE

1. plads

$$\begin{array}{r} 199 \\ + 323 \\ \hline 522 \end{array}$$

3. 61,4 %  
6. 67,8 %  
8. 85 %

$$\begin{array}{l} 9+3=12 \\ 1+2+9=12 \\ 3+1+1=5 \end{array}$$

2. plads

$$\begin{array}{l} 300 + 100 = 400 \\ 90 + 20 = 110 \\ 9 \cdot 3 = 12 \\ 400 + 110 + 12 = 522 \end{array}$$

3. 5 %  
6. 8,5 %  
8. 3,4 %

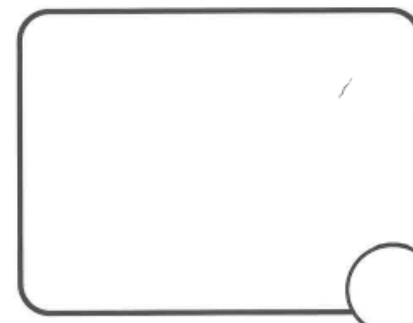
$$\begin{array}{l} 99 + 23 = 122 \\ 300 + 100 = 400 \end{array}$$

3. plads

$$\begin{array}{l} 200 \\ 199 + 323 \\ \quad \quad \quad 2 \\ \hline 200 + 322 \end{array}$$

3. 1,3 %  
6. 7,5 %  
8. 3,4 %

4. plads



3. 7,6 %  
6. 4,5 %  
8. 3,4 %

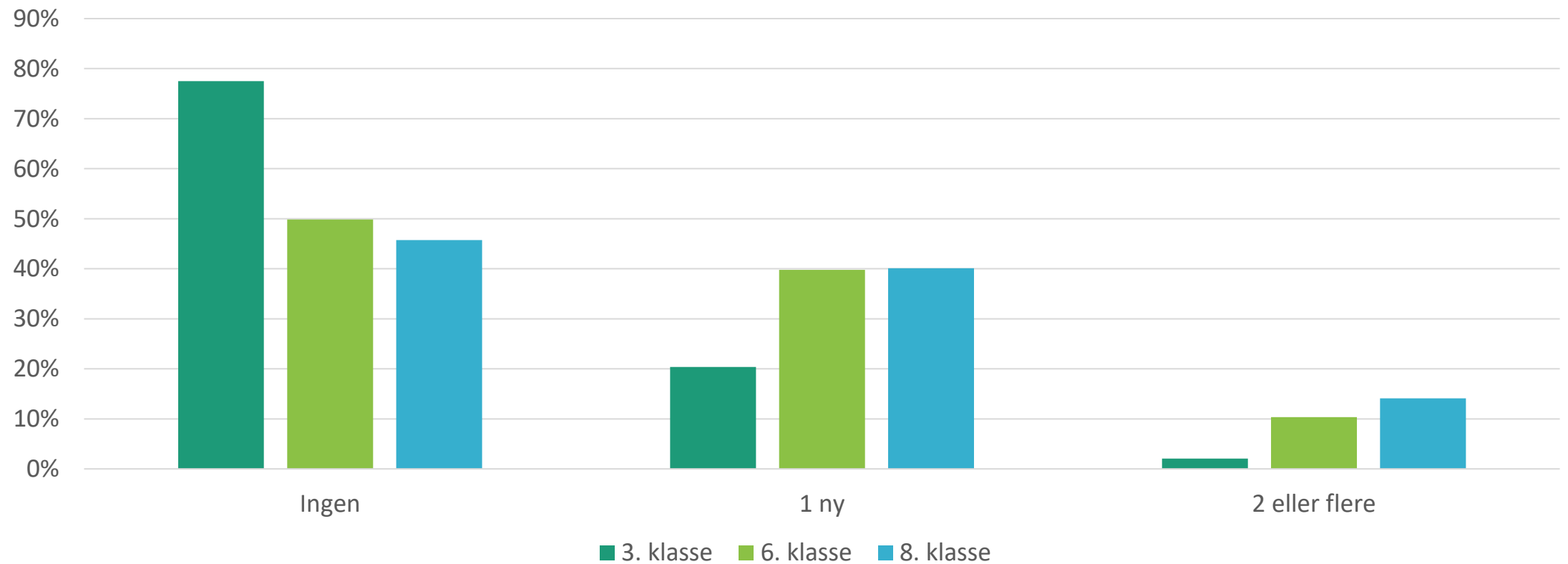
5. plads

$$\begin{array}{l} 200 + 323 = 523 \\ 523 - 1 = 522 \end{array}$$

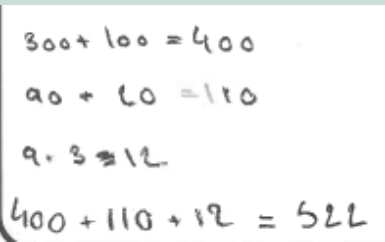
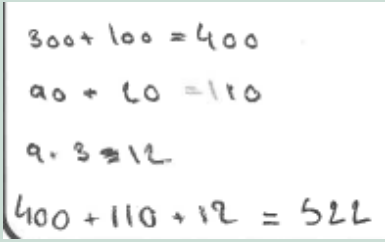
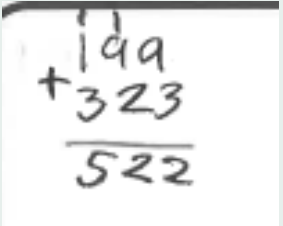
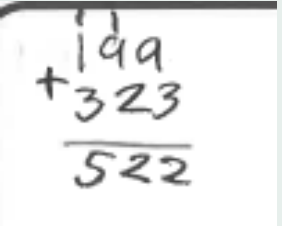
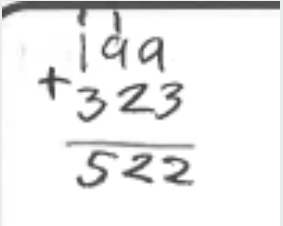
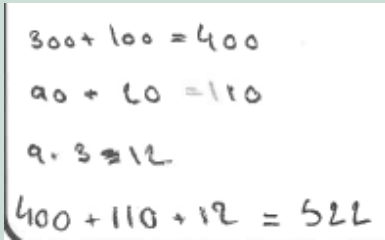
3. 2,5 %  
6. 2,5 %  
8. 1 %

Eksempel:  
Andre forskellige metoder

# Men hvad nu hvis de prøver igen, på hvor mange måde kan de...



# De mest bruce metoder i 2. runde

3. klasse		6. klasse		8. klasse	
1. Tegning fx tallinje	7%	1. 	19,6%	1. 	17,5%
2. 	6,5%	2. 	7,9%	2. 	17%
3. 	4,1%	3. Kan genkende en sum	7,9%	3. Kan genkende en sum	12,4%

# Shortcut strategier

---

- Adaptivitet i TriFA måles ved brugen af shortcut strategier i 1. runde (Opgave-baseret adaptivitet).
- Shortcut strategier er her defineret, som talbaserede strategier hvor opgaven er løst ved at simplificere opgaven og minimere antal steps i løsningsprocessen
- Eksempel fra  $199 + 323$

$$\begin{array}{r} 200 \\ 199 + 323 \\ \hline 200 + 322 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 + 323 = 523 \\ 523 - 1 = \underline{522} \end{array}$$

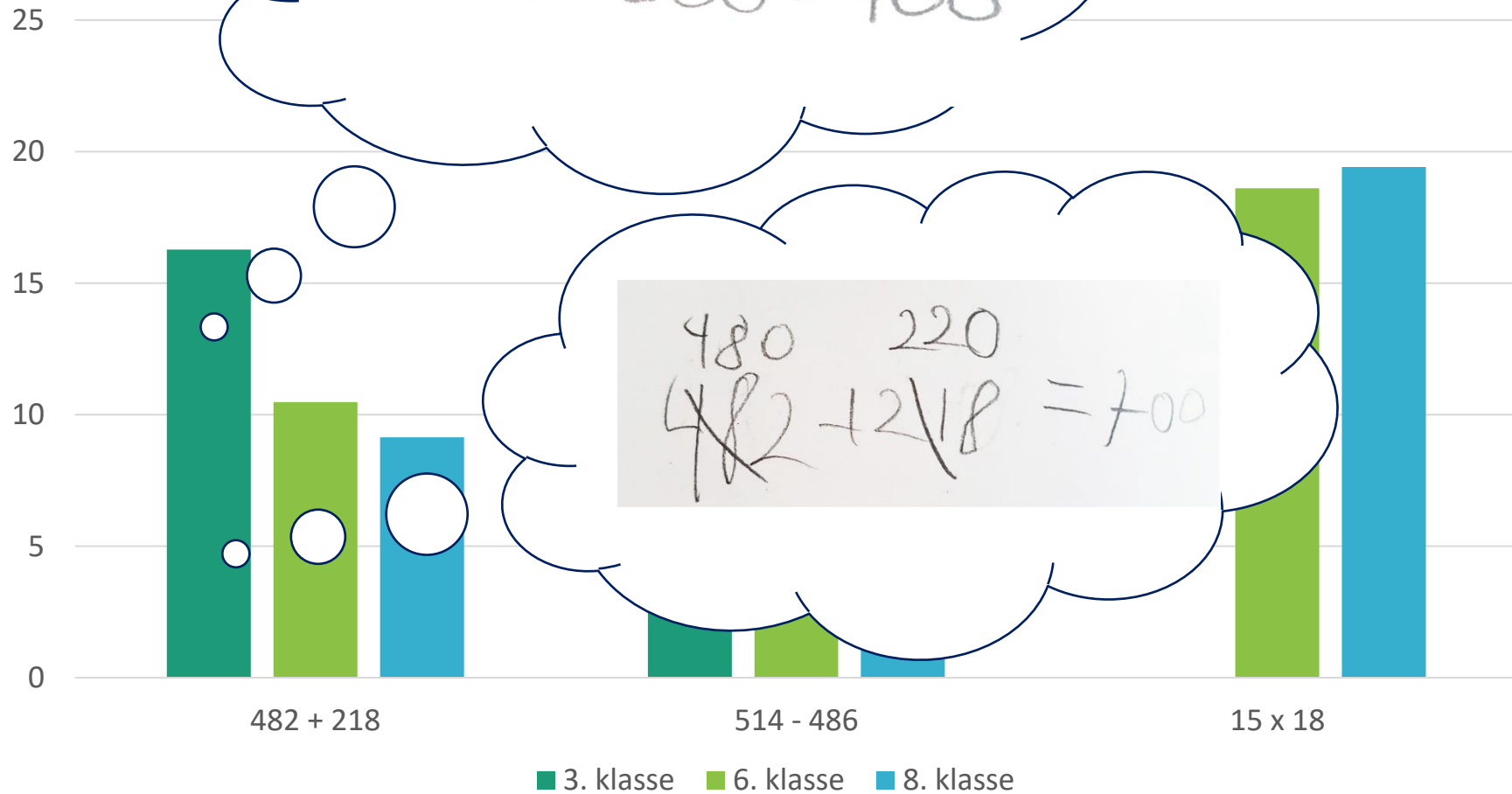
$$\left. \begin{array}{r} 99 + 23 = 122 \\ 300 + 100 = 400 \end{array} \right\}$$

Ad:

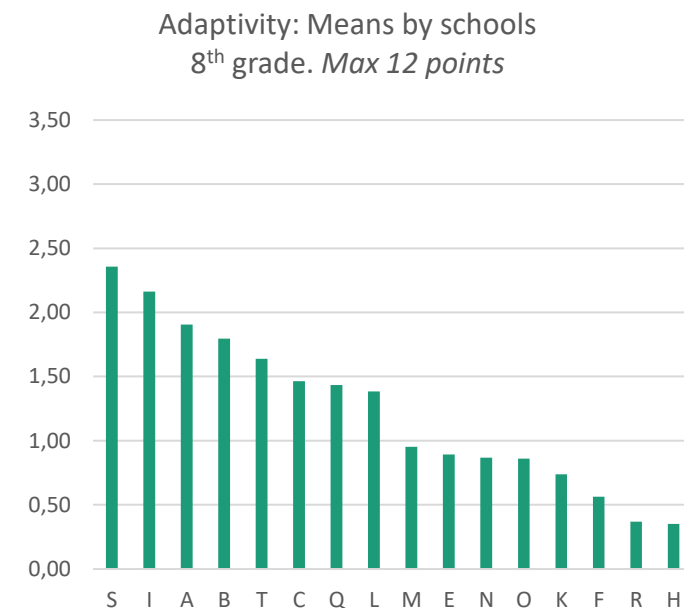
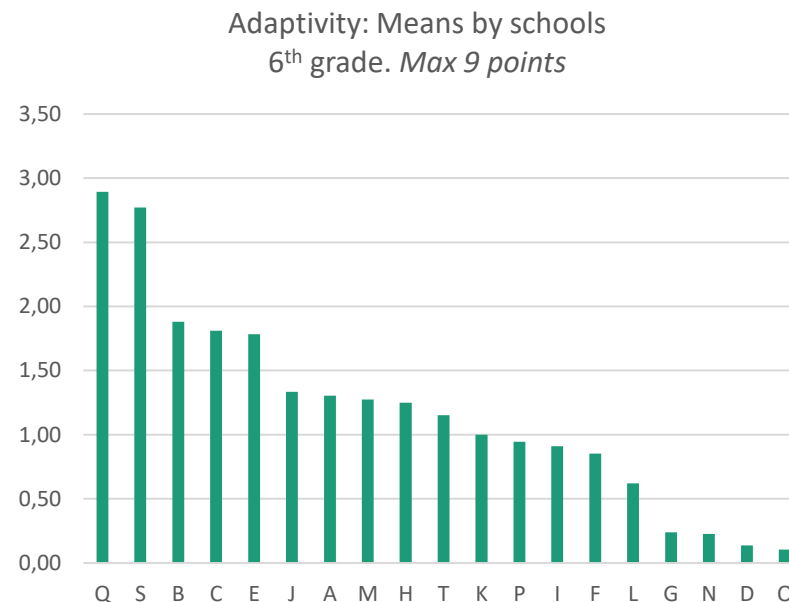
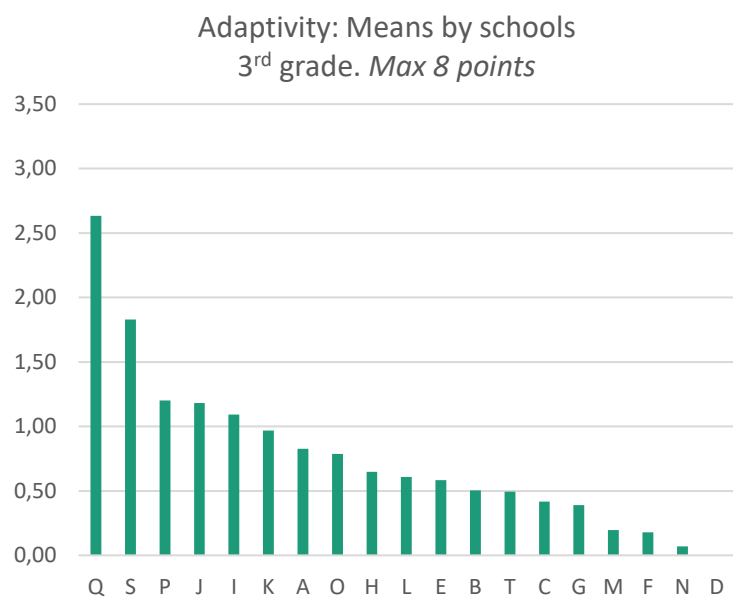
1. runde

$$482 + 18 = 500$$

$$500 + 200 = 700$$

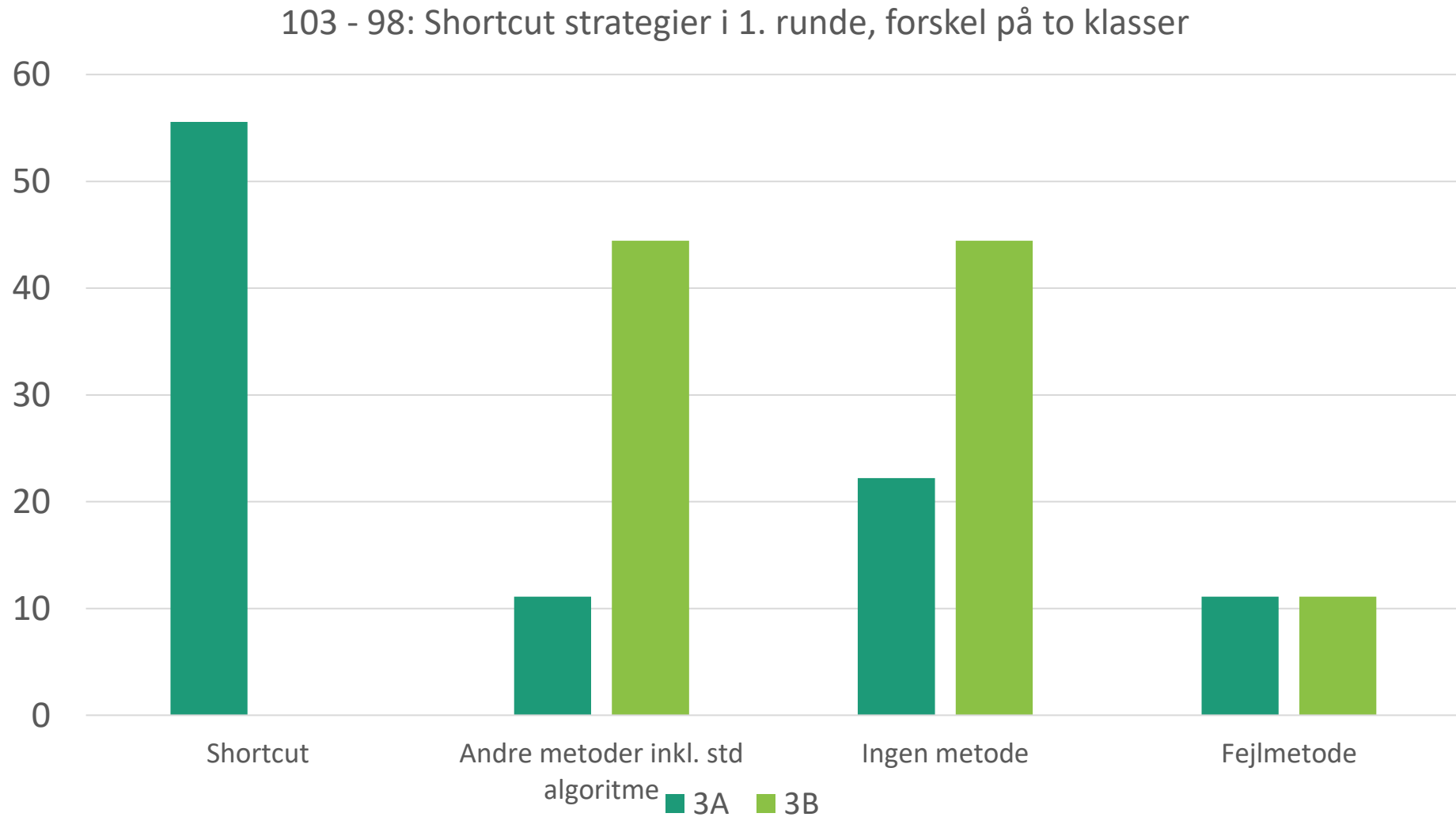


# Adaptivitet på skoleniveau



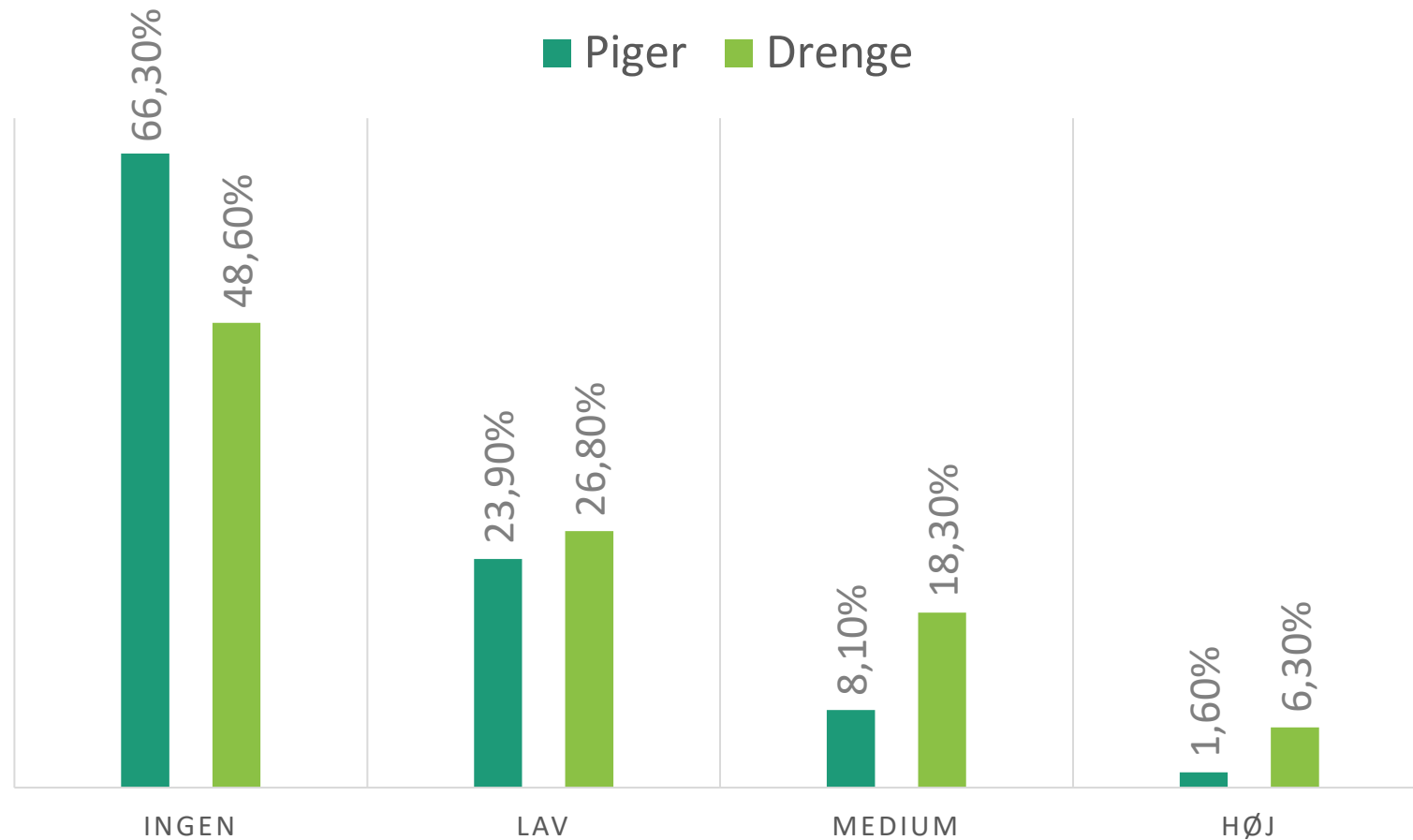
- Forskellen er mindre i 8. klasse men gennemsnittet er også lavere.
  - 3. klasse: max 2,63 ( $SD=0,25$ ) ud af 8 points - 6. klasse: max 2,89 ( $SD=0,37$ ) ud af 9 points - 8. klasse: max 2,36 ( $SD=0,42$ ) ud af 12 point

# Eksempel på klasseniveau: 103 – 98 (3. klasse)





# Niveau for adaptivitet - Køn



*Andel elever delt op på piger og drenge*

# Analyse af lærersurvey vs TriFA

---

- Lærernes 'positive' holdninger til fleksibilitet har positiv indflydelse på
  - Elevernes resultater i national test
  - Elevernes adaptivitet (TriFA)

MEN

- større kønsforskel, dvs. drengenes adaptivitet vokser mere end pigernes



Men er det nu vigtigt?

✓ ...hvis formålet er...?

## Adaptiv & Rutine-ekspertise (Hatano, 1984)

---

Adaptiv fleksibilitet (Verschaffel et al, 2009) tager udgangspunkt i Hatanos begreb, **adaptiv ekspertise**, som evnen til at anvende hensigtsmæssige lærte metoder fleksibelt og kreativt

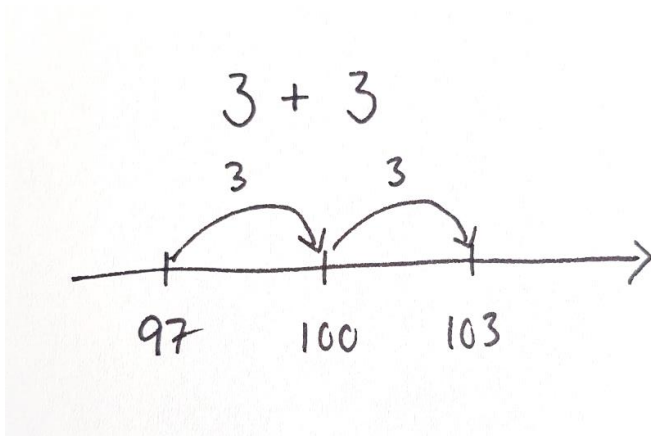
---

Det er i modsætning til **rutine ekspertise**, som kendetegnes ved det at kunne gennemføre matematikopgaver hurtigt og korrekt ved hjælp af de lærte metoder, (ofte) uden forståelse.

# Eksempel:

$$103 - 97 = 6$$

Den adaptive ekspert



Shortcut strategi – talbaseret strategi

Rutine ekspert

A handwritten standard subtraction algorithm for  $103 - 97$ . The numbers are written vertically: 103 is on top, 97 is below it with a minus sign to its left. A horizontal line is drawn under 97. Below the line, the result 006 is written. There are some additional markings: a '9' above the '0' in 103, a '13' to the right of the '0' in 103, and a '3' to the right of the '7' in 97.

Standard algoritme

# Men er det nu vigtigt?

$$\begin{array}{r} 323 \\ +199 \\ \hline 522 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 \quad 220 \\ \cancel{482} + \cancel{218} = 700 \end{array}$$



✓ ...hvis formålet er at regne rigtigt?

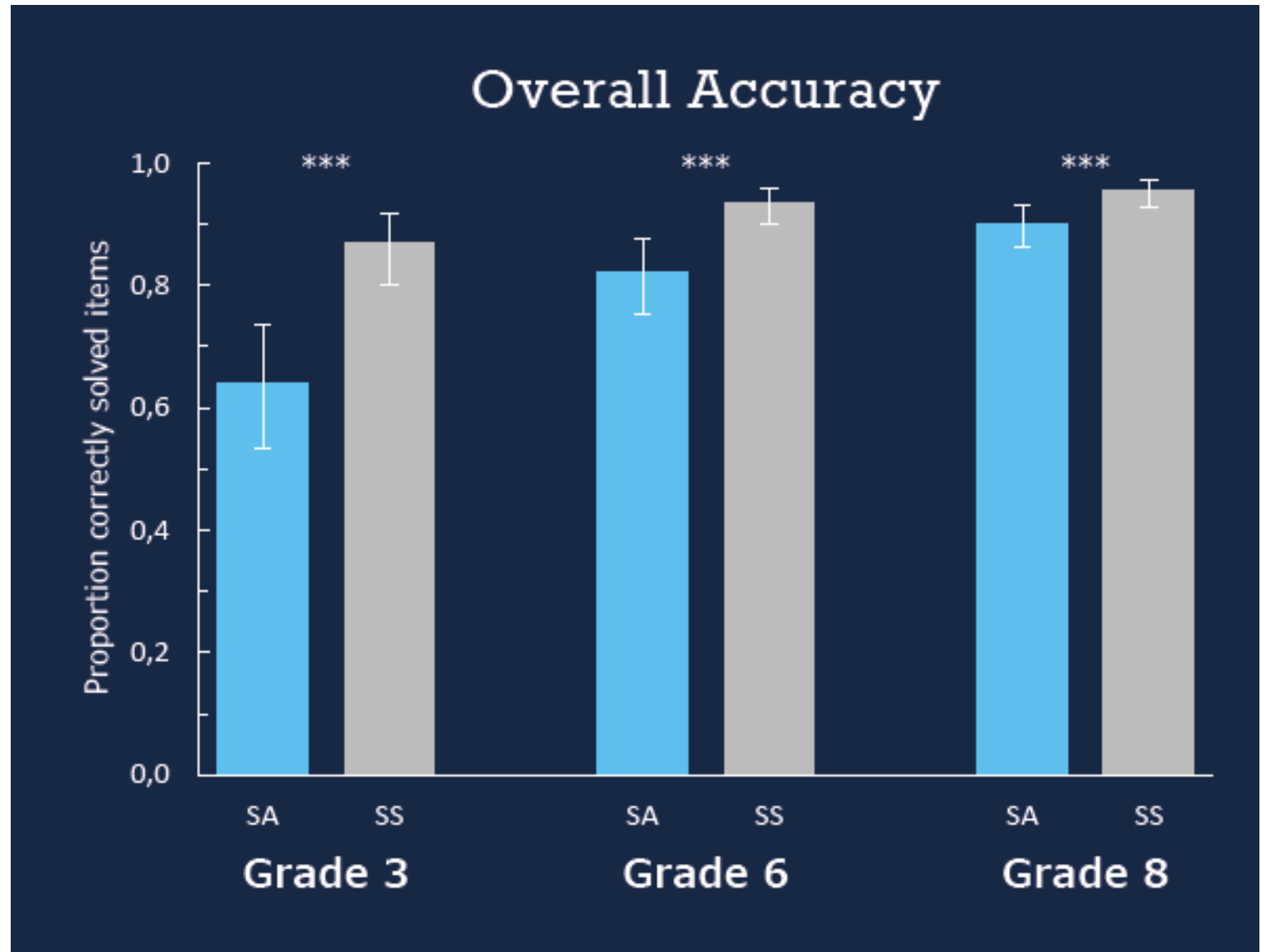
# Gennemsnit rigtige svar vs niveau for adaptivitet

		Gennemsnit rigtige		
		3. klasse (n=749)	6. klasse (n=731)	8. klasse (n=818)
Niveau for adaptivitet	Ingen <i>(0 opgave løst med shortcut strategi)</i>	47%	65%	79%
	Lav	50%	72%	80%
	MEDIUM	67%	77%	87%
	Høj	77%	92%	93%

*Alle tal viser gennemsnit i % for rigtige løsninger fordelt på klassetrin og adaptivitetsniveau.*

Rigtighed  
shortcut (SS) vs  
standardalgoritme  
(SA)

---

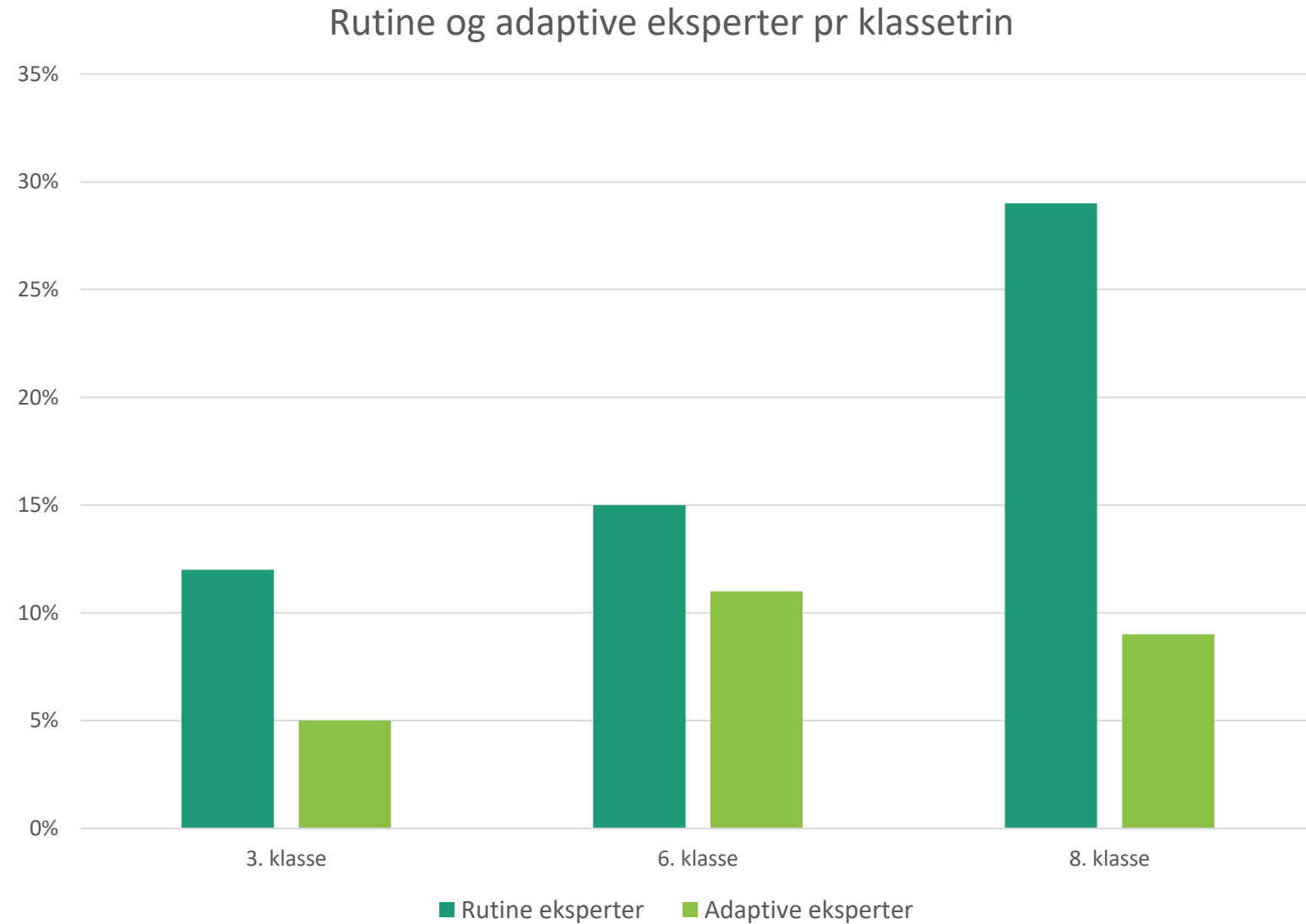




Men er det nu vigtigt?

✓ ...hvis formålet er at "blive god til matematik?"

# Typer af eksperter pr klassetrin

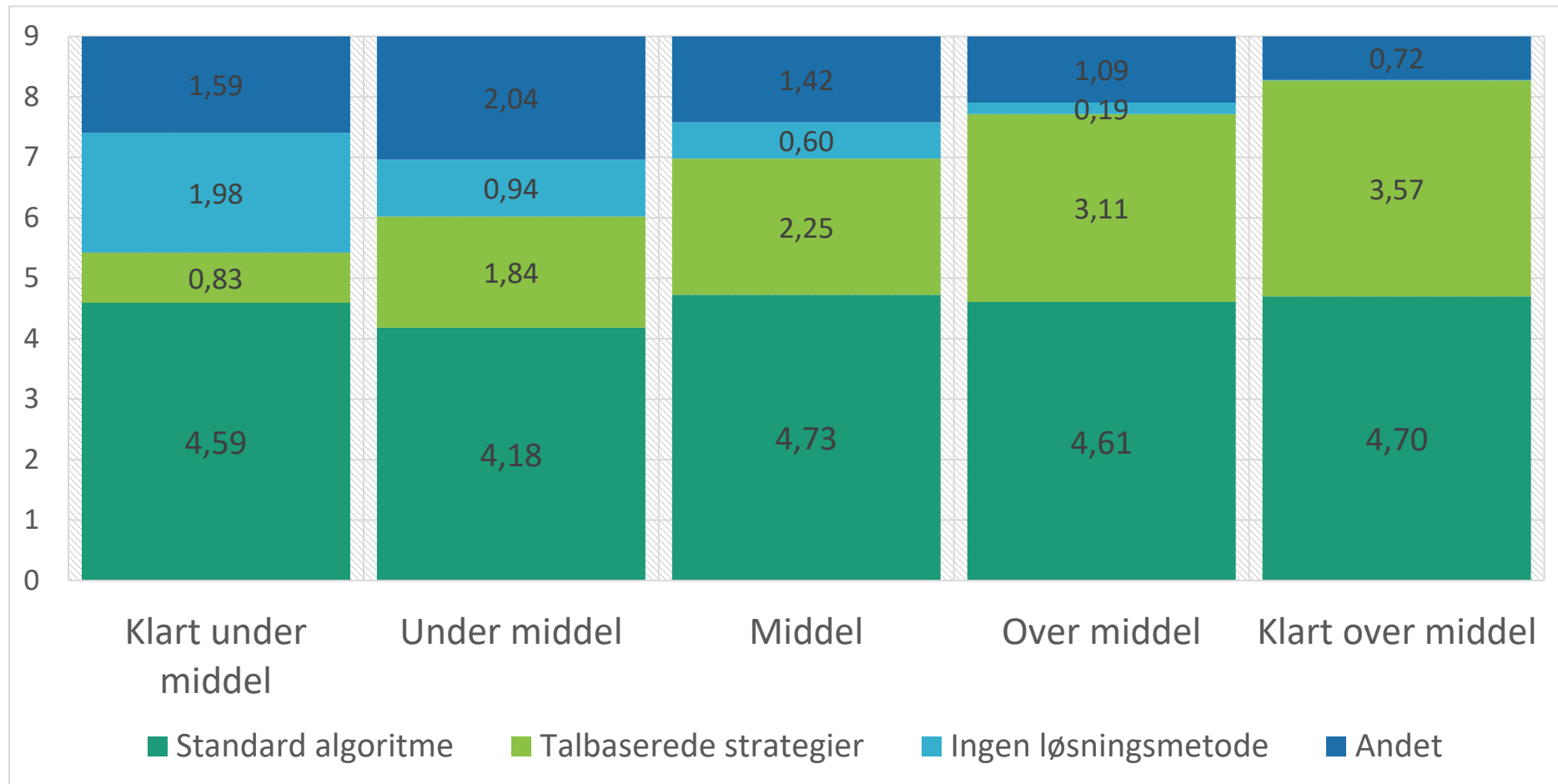


# Rutine og adaptive eksperter national test i 3. 6. og 8. klasse

	Ikke-eksperter (n=1398)	Eksperter (n=818)	P-value	Rutine Eksperter (n=425)	Adaptive Eksperter (n=188)	P-value
Matematik	-0.16 (0.03)	0.70 (0.03)	0.000	0.56 (0.04)	1.05 (0.06)	0.000
Dansk	-0.16 (0.03)	0.41 (0.04)	0.000	0.33 (0.059)	0.52 (0.07)	0.042

*Note: Standardised score (mean 0). Standard deviation 1.*

# Talbaserede metoder og nationale test i 6. klasse



# Opsamling

---

- Elever på alle klassetrin viser begrænset adaptivitet i deres strategibrug. Standardalgoritmen er den foretrukne strategi
- Drengene bruger oftere shortcut strategier (viser adaptivitet) sammenlignet med piger
- De elever der bruger shortcut strategier regner oftere rigtigt end elever der bruger standardalgoritmen
- Adaptive eksperter scorer markant højere i matematik sammenlignet med rutine eksperter
- Der er sammenhæng mellem brugen af talbaserede metoder/regnestrategier og resultater i nationale test, men ingen sammenhæng mellem brugen af standardalgoritmen og elevernes præstationer.

Tak!

loho@via.dk

---

