

# Digitale læremidler til matematikfaget

Er læremidlerne gode nok?

Hvad kræver de af læreren for at fungere hensigtsmæssigt?

Hvad kunne vi ønske os?

12. september 2023

# Læremiddel.dk

13 Learning Tech  
Træskrift for læremidler, didaktik og teknologi

## Digitale teknologier i undervisningen

## Digitale artefakter i matematik- undervisningen

Understøttelse af elevernes computationelle og matematiske forståelse

Af Camilla Finsterbach Kaup & Susanne Dau



## KiDM Undersøgende matematik- undervisning

Undersøgende matematikundervisning har været diskuteret og afprøvet gennem de sidste 100 år, men har stadi...

← Tilbage til oversigtside

EVALUERINGSVÆRKTØJER

## ”Stjernemodellen”: Elevers brug af læremidler i matematik

”Stjernemodellen”: Elevers brug af læremidler i matematikundervisningen er en analysemodel, der kan analysere elevers brug af læremidler i matematikundervisningen. Modellen henvender sig til lærerstuderende, lærere og undervisere på professionshøjskolerne.

# Oplæggets indhold

- Trænende og adaptive læremidler
- Lærervejledninger og digitale fagportaler
- Kompetencedækning i det analoge system?
- Hvad gør du ved det, Stig?

# Trænende og adaptive læremidler

12. september 2023

# Potentialet i adaptive læremidler

- Adaptive læringsressourcer defineres som teknologi, der har til formål at skabe en **skræddersy læringsoplevelsen** til individuelle elevers læringsbehov ved at tilpasse læringsveje baseret på sporing af elevernes interaktion og input (Liu et al., 2017; Somyürek, 2015).
- Adaptive teknologier stræber efter optimale læringsoplevelser ved at forsøge at give **øjeblikkelig og relevant assistance, ressourcer og feedback** (Kerr, 2016; Walkington, 2013).
- Metareview: Intelligent Tutoring System (ITS), herunder adaptive læremidler, performer godt i forhold til læreres klasserumsundervisning, men ikke **i så høj grad ved 1:1-undervisning** (Du Boulay, 2016).
- Metareview: **Blendede formater** er mest optimale, dvs. hvor læreren bruger adaptive læremidler, men orkestrerer et samspil med andre læremidler og undervisningsformer (Du Boulay, 2016).

# Hvad med læreren?

- Både det digitalt trænende format samt adaptivitet kan trække i retning af, at læreren køres ud på et **sidespor** i forhold til helt centrale didaktiske valg og handlinger som fx indholdsvalg, vejledning og opsamling (Gissel, 2015; Gissel et al., 2020).

# Teaching with digital mathematics textbooks

- **Forberedelse** med adaptive læremidler: Pres på læreren, kompetenceunderskud og ressourcemangel.
- **Undervisning** med adaptive læremidler: Individualiseringen står i kontrast til etablerede normer (den kollektive klasserumsaktivitet). Udfordrer lærerens opfattelse af kontrol og føling med elevernes læreproces.
- Men **dash boards** til monitorering elevs præstation og lærerstøtte til tilpasning er brugbart for lærerne i forhold til differentiering.

Modén, M. U. (2021). Teaching with digital mathematics textbooks. Activity theoretical studies of data-driven technology in classroom practices. Doctoral Dissertation. Department of Applied Information Technology, University of Gothenburg. <http://hdl.handle.net/2077/69472>

(Modén, 2021)

# Undersøgelse af læreres og elevers brug af MatematikFessor (MF)

- Lille studie: Seks cases
  - Observation af undervisning (3 udskoling, 2 indskoling, 1 mellemtrin).
  - Interviews med læreren
  - Interview og skærmoptagelse med to elever fra hver klasse.
- Lærerne (eller eleverne) bestemte selv, hvilke dele af MF, de ville bruge.
- Derfor er det forskelligt, hvor stærkt det adaptive spiller ind i vores cases ( fx i høj grad i SuperTræneren).

Christensen, T.G., Larsen, D.M., Gissel, S.T. & Køhrsen, L.  
Matematiklærernes didaktiske dispositioner og elevhandlinger, når læremidlet MatematikFessor anvendes i undervisningen. Indsendt til MONA.



# Lærereens brugsmønstre

- For tre af lærerne er MF **primært** læremiddel.
- **Problematiske**, da det vil være meget svært at undervise kompetenceorienteret.
- Primært på færdighedsmålniveau – og dermed svært at opfylde Fælles Mål.
- For de tre andre er MF **sekundært** – træning eller repetition.

# Lærereens introduktion

- 3 lærere lader i observationerne eleverne **vælge selv** – meget kort introduktion.
- 3 lærere har **udvalgt** hvad eleverne skal arbejde med. 2 af disse giver en faglig introduktion til emnet.
- Vi anbefaler, at lærerne i højere grad anvender og rammesætter MatematikFessors aktiviteter med en højere grad af **faglig forankring** og en **kobling til kompetenceområderne** i faget.
- Dette kan evt. rammesættes ud fra en dialog omkring elevernes forforståelser om emnet/begrebet, således at det i højere grad bliver elevernes læring og forståelse af de faglige begreber, der kommer i fokus.

# Lærerenes vejledning

- Alle seks læreres vejledning er **resultatorienteret**, dvs. får hurtigt eleverne videre til næste opgave (fx komme forbi videoer, hvis eleverne ikke gider se dem).
- Læreren bliver ofte **teknisk**, ikke faglig vejleder.
- Vi anbefaler, at læreren i højere grad er faglig vejleder – indhenter informationer om hvor eleverne har udfordringer, tager begreber/udfordringer op på klassen.
- Det kræver som udgangspunkt at læreren har **kontrol** over hvilke emner eleverne arbejder med.
- Læreren **opsamling**: Fraværende (5 cases) og resultatorienteret i et tilfælde (antal opnåede medaljer).

En præstationsorienteret kultur, snarere end mestringsorienteret

# Elevernes strategier ved udfordring

- **Gætteri** er hyppigt forekommende.
- **Hacking** – fx gå ud af programmet, hvis opgaven er svær, så kommer der en ny.
- Højtpræsterende elever **underforbruger hjælperessourcerne** – læser sjældent forklaring ved forkert svar, ser typisk ikke video mv.
- Lavtpræsterende elever er i vores cases **bedre** til at bruge hjælperessourcerne.

# Opsamling

- Læreren er **afgørende**:
  - Skal sørge for faglig rammesætning, monitorere elevernes strategier og udfordringer, supplere med elevtilpasset feedback og udnytte muligheder for faglige oplæg.
  - Især de som anvender MF som **primært læremiddel** undlader faglig rammesætning.
  - For begge grupper (primært/sekundært) var vejledningen **resultatorienteret** og opsamling blev **nedprioriteret**.

# Personaliseret læreproces, men hvilken proces?



Træning: Eleven får opgaver af passende sværhedsgrad.



Eleven skal reproducere procedure. Ikke forståelse eller anvendelse i nye sammenhænge.



Forklaringer i læremidlet: Kun én algoritme tilbydes og kun én repræsentation.



Skovsmoses (2003) skelnen mellem at arbejde med hhv. *ren matematik*, med en *semi-virkelighed* og med problemstillinger fra *realiteternes verden*.

*Using adaptive learning technologies to personalize instruction to student interests: The impact of relevant contexts on performance and learning outcomes (Walkington, 2013)*

- Forsøg med **personaliseret** læring.
- 9th grade Algebra I elever (n = 145).
- Halvdelen af de studerende fik 'normal algebra story problems'.
- Den anden halvdel fik problemer der matchede deres **fritidsinteresser**, som fx sport, musik og film.

# Resultater

- Elever med personaliserede opgaver løste opgaverne hurtigere og mere præcist (med varig effekt efter indsatsens afslutning).
- Et område var indsatsen særligt effektiv på: Når eleverne skulle omsætte situationer til symbolske ligninger.
- Særligt elever, som i forvejen havde faglige problemer, havde fordel af interventionen.
- **Pointe: Det adaptive format kan med fordel binde an til elevers erfaringsverden og derigennem lette overgangen til matematisk notation.**



# Adaptive læremidler som anbefalelssystem

- Morten Elkjær Hansen har i sin ph.d. udviklet opgaver til MF med ligninger, der har ”**diagnostisk værdi**”.
- Dvs. at han lavede opgaver, der egner sig til at diagnosticere elevens **forståelsesvanskeligheder** i forhold til ligninger.
- I stedet for at læreren kun kan se hvor mange korrekte/forkerte svar eleven har, kan læreren **målrette** sin vejledning i forhold til den enkelte elevs vanskeligheder.

# Lærervejledningen og den digitale fagportal

12. september 2023



LÆRE  
MIDDEL  
ODK

*Dette er et debatindlæg.*

*Indlægget er udtryk for skribentens holdning. Du er velkommen til at deltage i debatten – send dit indlæg til [debat.skolemonitor@pol.dk](mailto:debat.skolemonitor@pol.dk)*

DEBAT 29. AUG. 2022 KL. 04.00

#### STIG TOKE GISSEL

Docent, leder af Nationalt Videncenter for Læremidler

#### THOMAS ILLUM HANSEN

Forskningschef, leder af Center for Anvendt Skoleforskning, UCL Erhvervsakademi og Professionshøjskole

🔖 LÆS ARTIKLEN SENERE



#### FÅ SKOLEMONITOR I DIN INDBAKKE

Tilmeld dig

Skolemonitors daglige



#### DEBAT

# Debat: Digitale læremidlers rullende fortov fører os til discountskolen

Stordriftsfordele ved køb af digitale læremidler giver rabatter, men har også konsekvenser. Forskning viser tegn på, at læreren overlader kontrollen over undervisningens forløb og indhold til læremidlet, skriver Nationalt Videncenter for Læremidler.

# Projekt om lærervejledninger

- Hvad siger den internationale forskning om lærervejledningers design, brug og virkning?
- Hvordan er danske lærervejledninger designet?
- Hvordan bruger lærere dem?
- Hvordan skal den optimale lærervejledning designes?
- Hvad er effekten af at lærere bruger redesignede lærervejledninger, der støtter og udfordrer læreren?

Gyldendal

LÆRE  
MIDDEL  
DK

Lærere



STATUS: IGANGVÆRENDE

## Lærervejledningen: Design, brug og virkning

Hvordan kan vi designe en lærervejledning, der effektivt støtter læreren i at tilrettelægge og gennemføre sin undervisning og giver læreren fagdidaktiske og faglige input. Og hvilken effekt har det på eleverens læringsudbytte, at deres lærer benytter vores bud på en lærervejledning?

[Læs mere](#)



Erhvervsakademi og  
Professionshøjskole

LÆRE  
MIDDEL  
DK

# Kortlægning lærervejledninger DK

Historie, kristendomskundskab og dansk

- Fælles for de analyserede **analoge systemer** er, at de alle har omfattende lærervejledninger.
- Der er en generel del, som grundigt beskriver det **teoretiske og pædagogiske** grundlag for systemets tilgang til undervisning.
- Oftest har de side-for-side-vejledninger og fokuserede vejledninger til kapitler og aktiviteter i systemet.
- I de generelle dele af lærervejledningerne bliver den **fagdidaktiske position** tydeligt udfoldet og der argumenteres for den.

Gissel, S. T., Buch, B., Oksbjerg, M., Kjeldsen, K., & Lytje, M. (2023).  
Lærervejledningslandskabet i Danmark. *Learning Tech – Tidsskrift for læremidler, didaktik og teknologi*, (12), 41-74.  
DOI: 10.7146/lt.v7i12.132029

*Specifically, teacher materials can treat the teacher as an instrument for the unaltered delivery of the curriculum (speaking **through** the teacher) or can speak directly **to** the teacher as a professional user of the materials who necessarily influences what, how, and when curricular ideas are presented (Remillard, 1999).*

# Er det sandsynligt?

Indhold    Kapitler    Til læreren    Fælles Mål

## Til læreren

### Om forløbet

Eleverne skal arbejde med sandsynlighed på flere forskellige måder.

Der arbejdes med elevernes eget sprog for sandsynlighed knyttet op på begreber, de kender fra hverdagen.

Eleverne skal også selv arbejde med eksperimenter med blandt andet snurretoppe, ligesom eleverne skal bruge deres viden om sandsynlighed i egne undersøgelser.

Forløbet lægger vægt på både par- og gruppeopgaver, men har også færdighedsopgaver, eleverne arbejder med individuelt.

## Lærervejledning til kapitler

### Kapitel 1 · Til læreren

#### Om kapitlet

Eleverne arbejder med forskellige begreber for sandsynlighed.

Der tages udgangspunkt i elevernes forståelse af hverdagsbegreber som "fifty-fifty" og "helt sikkert".

Kapitlet lægger, gennem gruppe- og paropgaver, samtidig op til, at eleverne i fællesskab sætter deres egne ord og begreber på sandsynlighed.

#### Materialer i kapitlet

I kapitlets afsluttende opgave skal eleverne arbejde med forskellige udsagn. Disse udsagn kan de for eksempel skrive på karton eller kraftigt papir.

# Den digitale fagportal – lærervejledning

- **Minimale** lærervejledninger.
- Der er **kun undtagelsesvist** en klar fagdidaktisk tilgang i lærervejledningen. Vejledningerne indeholder meget **generelle** forslag til (fag)didaktisk fokus.
- Portalerne og forløbene heri fremstår som **neutrale billeder af undervisningstilgange i fagene**.
- **Mangel på progression og sammenhæng** mellem kapitler og trin.
- Positiv tolkning: Lærerens valgfrihed, lærerens skal selv tage fagdidaktisk styring og sikre sammenhæng og progression. Men sker det?



# Lærervejledning – randomiseret kontrolleret eksperiment

- Vores version af en lærervejledning, der imødekommer lærerens umiddelbare behov – men også styrker deres faglige undervisningskompetence.
- Kontrolgruppe: Gyldendals lærervejledning - business as usual.
- Deltagere: Dansklærere 7. eller 8. klasse.
- Vi bruger et helt nyt forløb til undervisning i fortolkning, for lærerne må ikke være bekendt med den sædvanlige lærervejledning.
- Blindet forsøg: Deltagerne vidste ikke, om de fik den eksperimentelle lærervejledning eller ej.

# Data

- Survey før og efter intervention:
  - Baseline: 240 besvarelser.
  - Endline: 198 der besvarede i begge runder.
- Survey handlede bl.a. om lærernes oplevelse af professionel self-efficacy og brugsmønstre i forhold til lærervejledningerne.

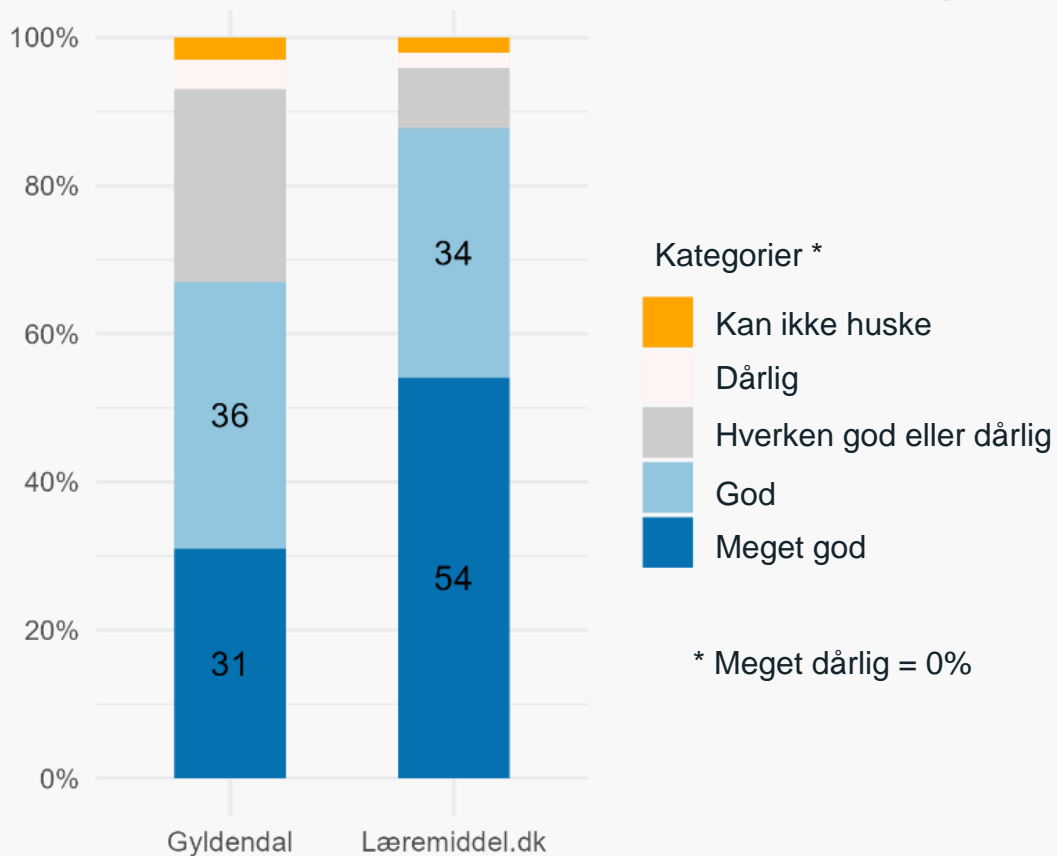
# Forløb og lærervejledning

- Forløb om fortolkning – æstetiske tekster.
- Potentielt komplekst (da æstetiske tekster er komplekse størrelser) og forberedelsestungt (læreren skal læse fx roman og analysere den).
- Pædagogisk tilgang: Undersøgende litteraturredidaktik, stilladseret fortolkningsproces (lidt ny tilgang, KiDM – også til matematik).

# Den eksperimentelle lærervejledning

- Klart **overblik** over forløbet.
- **Konkrete forslag** (vi viser eksempler på elevproduktioner, sætningsstartere til dialog etc.).
- **Analyse af teksterne** – fx forskellige forslag til gode elevsvar på halvåbne spørgsmål.
- Stimulering af **lærerrefleksion** ved at vise forskellige muligheder – for eksempel for differentiering.
- Så **kort** som muligt – og relateret til hver aktivitet i forløbet, så lærere løbende kan konsultere vejledningen, når de har brug for det.
- Men meget **mere uddybet** (mere tekst) end den sædvanlige guide.

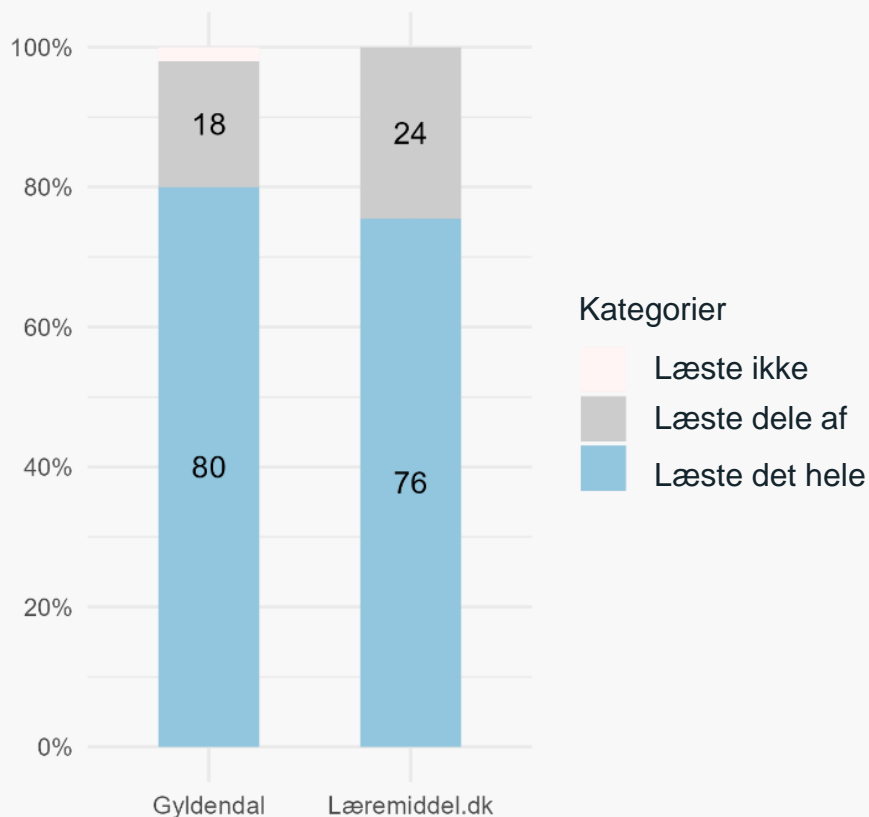
# Lærernes vurdering af kvalitet



Hvad synes du om lærervejledningen som støtte til din forberedelse?

# Hvor meget af lærervejledningen læste du?

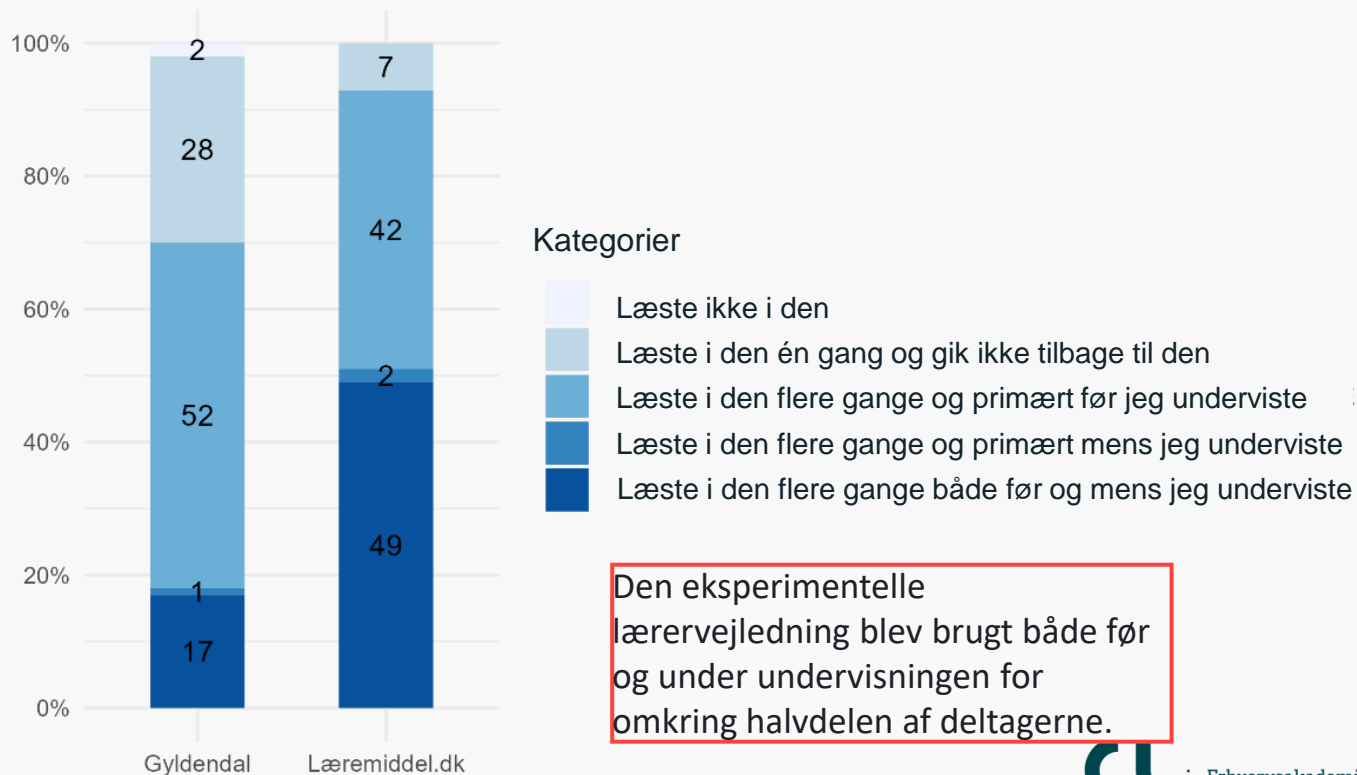
Hvor meget af lærervejledningen læste du?



Bemærk at eksperimentgruppen havde markant mere tekst at læse, og at lærervejledningen var designet på en måde, så det skulle være nemt for læreren at vurdere, hvad hun havde brug for at læse.

# Hvordan brugte du lærervejledningen?

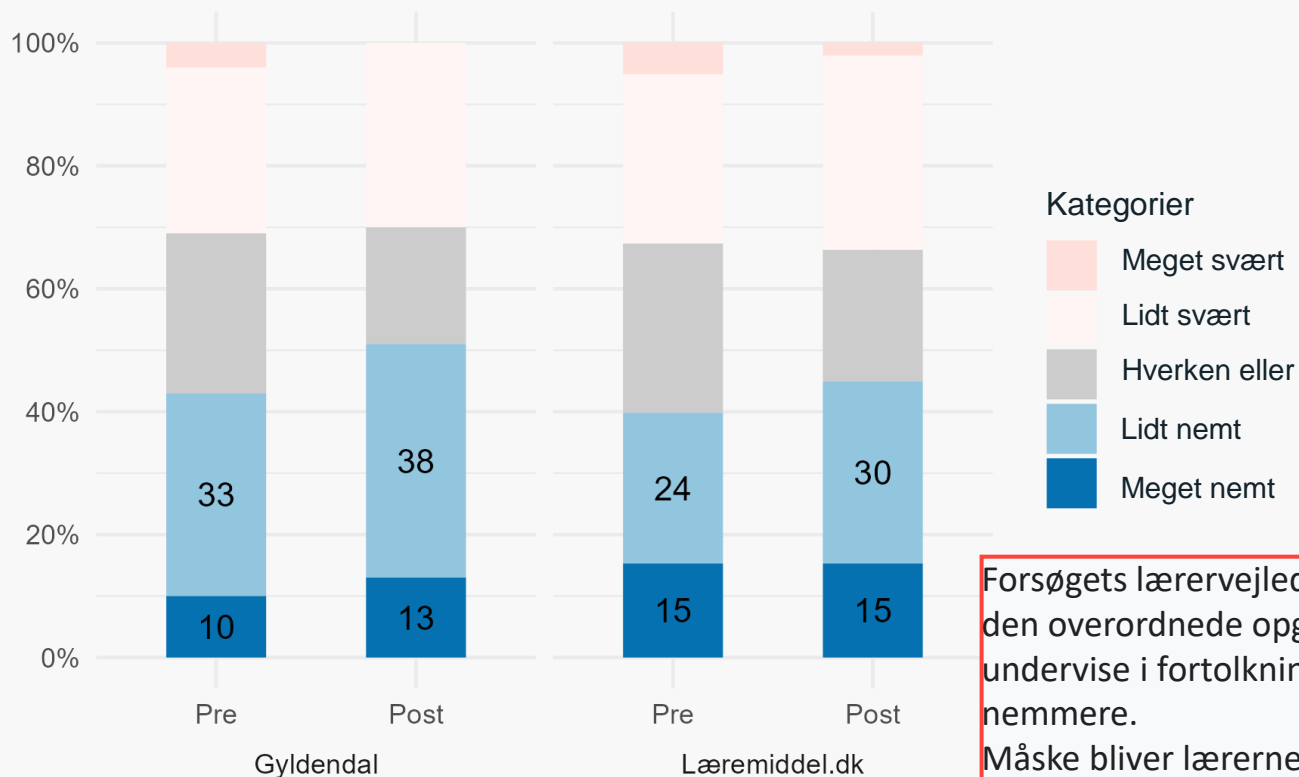
Hvordan brugte du lærervejledningen?



Den eksperimentelle lærervejledning blev brugt både før og under undervisningen for omkring halvdelen af deltagerne.

# Synes du det er let eller svært at undervise i fortolkning?

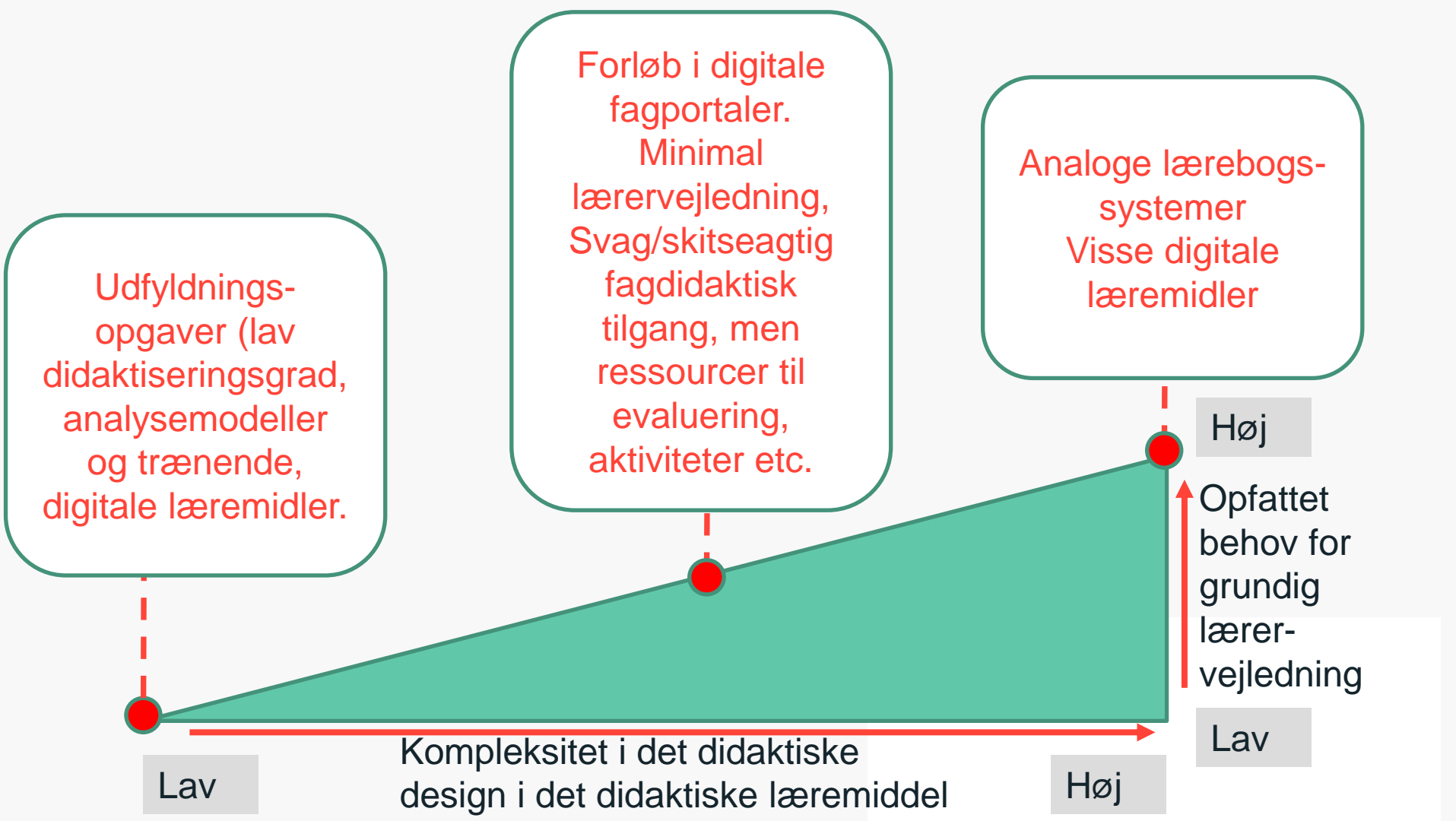
Nemt eller svært at undervise i FORTOLKNING?




Forsøgets lærervejledning får ikke den overordnede opgave med at undervise i fortolkning til at synes nemmere.

Måske bliver lærerne opmærksom på kompleksitet i opgaven.





 Læs op Dyslexie Print

# Sandsynlighed

Kan man sige, at det er helt sikkert, at noget bestemt kommer til at ske?

Er det for eksempel altid helt sikkert, at en bestemt fodboldspiller scorer på straffespark, eller det mere 'fifty-fifty'?

Nu skal du sætte ord på sandsynlighed. Du skal gøre det sammen med dine klassekammerater.

I skal vurdere begreber for sandsynlighed, som du måske kender fra din egen hverdag.

## Sandsynlighed og spillekort



© Alinea

Kig på de fire spillekort øverst på siden. Du kan se, det er fire esser:

- Ruder es
- Hjerter es
- Spar es
- Klør es

Forestil dig nu, at en af dine kammerater tager kortene og lægger dem med bagsiden opad. Du ved ikke, hvordan kortene ligger. Kammeraten spørger dig:

"Hvor stor er sandsynligheden for, at du trækker et kort, der er sort?"

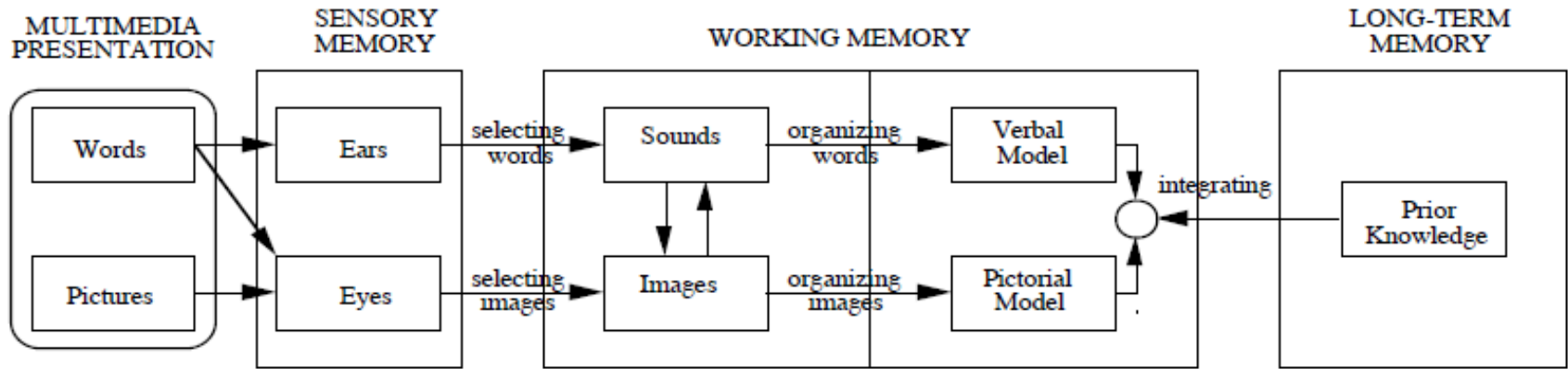
Du ved, at der er fire kort i alt.

Hvad svarer du?

- Enkelt design.
- Enkle, korte sætninger, korte afsnit, du-henvendelse.
- Ikke progression og sammenhæng mellem forløb.
- Hjælperedskaber, fx oplæsningsfunktion.

# Cognitive Load Theory

Figure 2: Cognitive Theory of Multimedia Learning



# Hvad gør du ved det, Stig?

12. september 2023

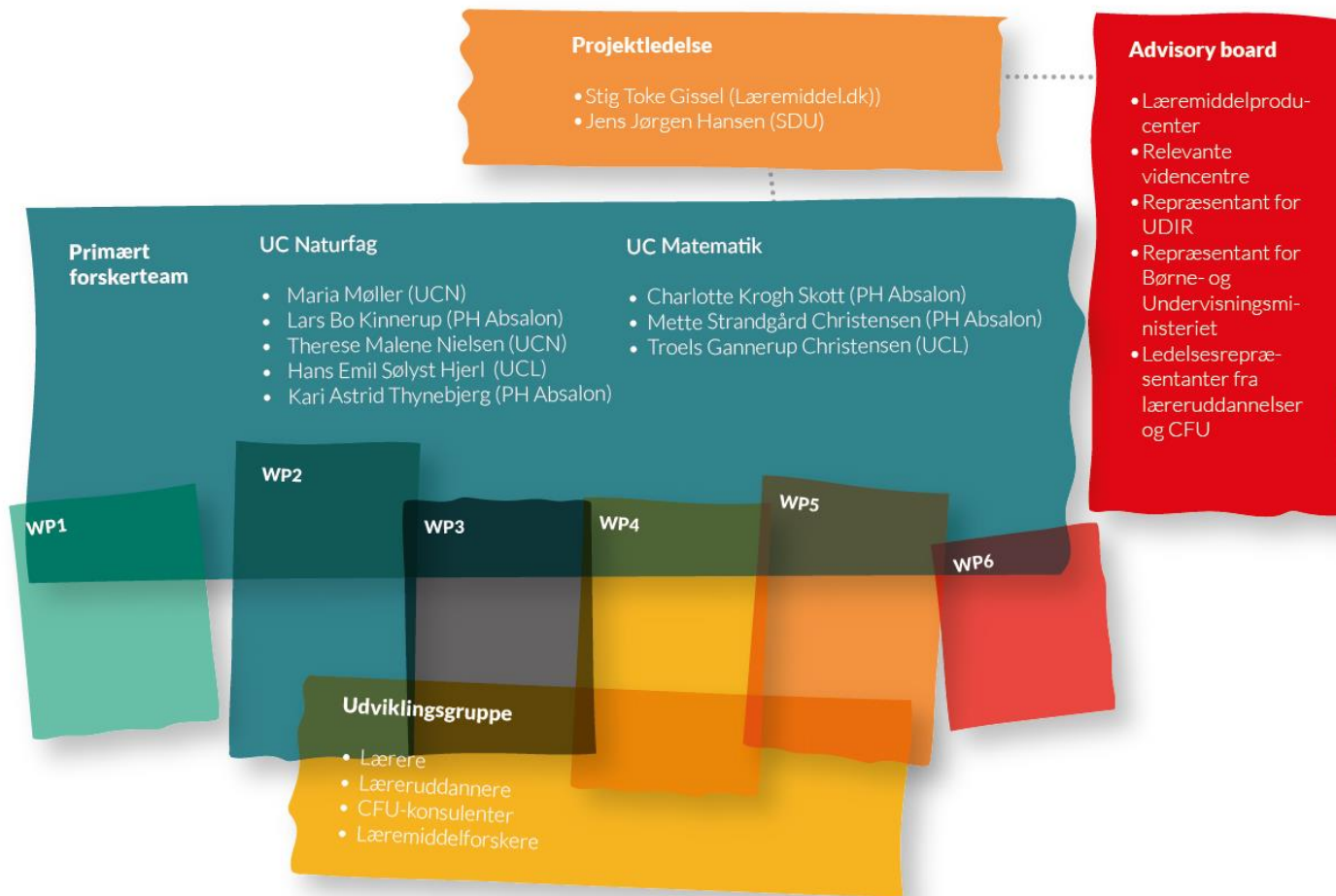
# Projekt: Læremidler og læremiddelbrug i de naturvidenskabelige fag og matematik

Arbejdspakker	F24	E24	F25	E25	F26	E26
1. Review læremidler og læremiddelbrug i science/mat						
2a. Kortlægning af læremiddellandskabet i science						
2b. Kortlægning af læremiddellandskabet i matematik						
3a. Udvikling af kvalitetskriterier for læremidler i science						
3b. Udvikling af kvalitetskriterier for læremidler i matematik						
4. Brugsstudier - lærere og elevers brug af læremidler						
5. Udvikling af digital platform til vurdering af læremidler						
6. Workshop for forlagsredaktører						

Figur 1

# Hvad søger vi svar på?

- Hvad er kriterierne for det gode læremiddel til matematik og naturfagene?
- Hvilke læremidler bliver aktuelt brugt i fagene, og hvordan bruges de?



Figur 3



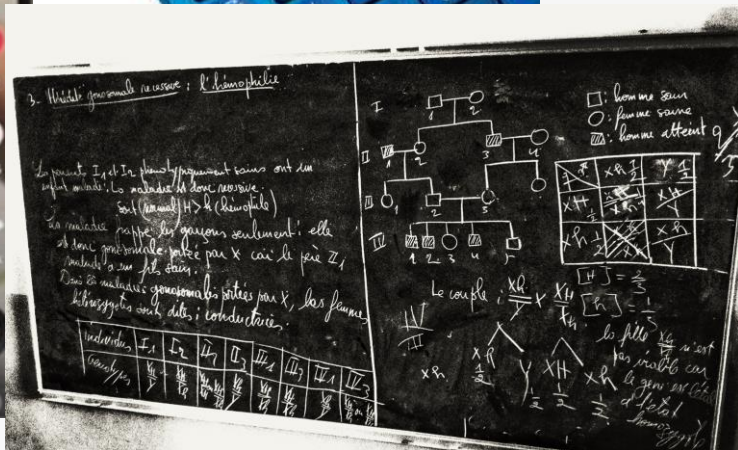
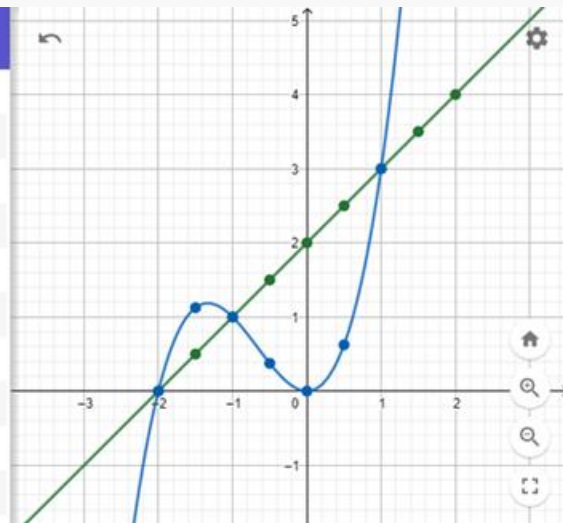
# Digitalt redskab til læremiddelvurdering

- Både vurdering af systemer, forløb på digitale fagportaler og enkeltstående ressourcer (fx PDF-opgaver).
- Lærere kan dele egne vurderinger og tilgå andres.
- Læreren svarer på en række påstande, som går på, om det vi forbinder med kvalitet i fagene genfindes i læremidlet.

# Funktionelle læremidler

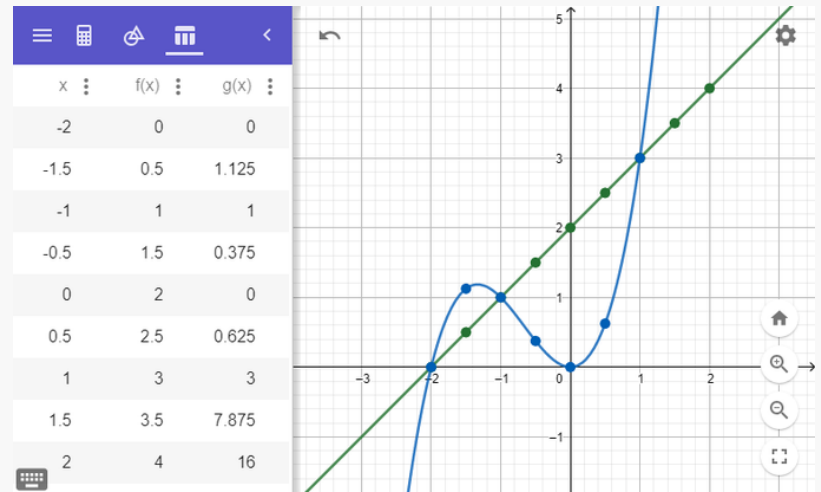


x	f(x)	g(x)
-2	0	0
-1.5	0.5	1.125
-1	1	1
-0.5	1.5	0.375
0	2	0
0.625		
3		
7.875		
16		



# Fagligt specialiserede funktionelle læremidler

- Det er værktøjer, som er produceret til bestemte faglige aktiviteter.
- Indeholder ikke fx lærervejledning eller konkrete elevaktiviteter.
- Underviseren skal selv fx tilrettelægge aktiviteter og identificere mål med værktøjet, men værktøjet muliggør bestemte faglige processer.

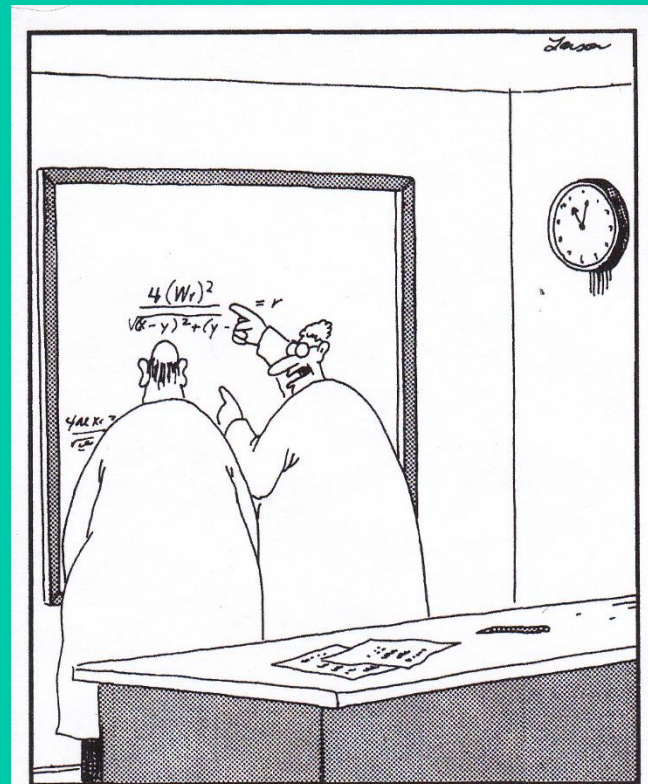


# Funktionelle læremidler

- Internationalt site og database, hvor lærere og lærerstuderende kan dele erfaringer med at bruge digitale redskabsprogrammer (funktionelle læremidler).
- Lærere har brug for viden om at værktøjsprogrammerne eksisterer, hvad de kan bruges til i hvilke fag, hvordan de skal bruges og clearing/advarsel vedr. GDPR, reklame mv.
- Kun lærerne besidder den nødvendige viden og erfaring.
- EU-projekt – der skal søges funding.

# Tak for opmærksom- heden

12. september 2023



"Yes, yes, I know that, Sidney ... *everybody* knows that! ... But look: Four wrongs squared, minus two wrongs to the fourth power, divided by this formula, *do* make a right."