

# Matematikvanskeligheder

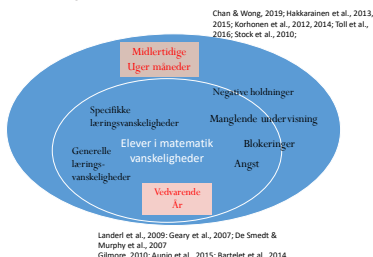
Bent Lindhardt  
Konference 11. april 2024

Bent Lindhardt 2024



2

## Lavt præsterende elever



**PISA 2022**  
Andelen af lavt præsterende elever er steget markant fra 14,6 % i 2018 til 20,4 % i 2022

Bent Lindhardt 2024

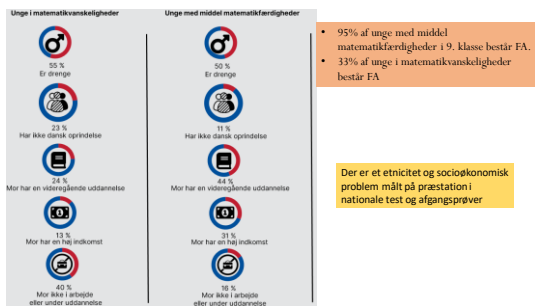
## En statistisk analyse

Unge i matematikvanskeligheder sammenlignet med unge med middel matematikfærdigheder er kendetegnet ved (i uddrag):

- at komme fra familier, hvor forældrene har en lavere indkomst, lavere uddannelse og mindre tilknytning til arbejdsmarkedet
- at de har højere fravær og lavere trivsel i 9. klasse
- at de i højere grad har haft lærere uden undervisningskompetencer i matematik
- at de går i klasser, hvor trivslen er lavere og fraværet højere, og hvor der er flere klassekammerater, som også har svage matematikfærdigheder
- at de klarer sig dårligere i faglige test allerede i 2. klasse i dansk og 3. klasse i matematik.

Bent Lindhardt 2024 i 'Matematikvanskeligheder - En registeranalyse af konsekvenser og kendetegn, VUC, 2022'

Bent Lindhardt 2024



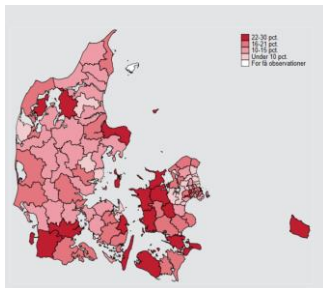
Bent Lindhardt 2024

## Hvor forudsigelig er matematikvanskeligheder fra 3. til 9. klasse?



- 15 pct. af de elever som tager den nationale test i matematik i 3. klasse, har en 'ikke-tilstrækkelig' eller 'mangelfuld' præstation i testen.
- Ud af disse 15 pct. har knap halvdelen, 42 pct., ligeledes dårlige resultater i den nationale test i matematik i 6. klasse.
- Og ud af de 42 pct. er 65 pct. af dem en del af gruppen af unge i matematikvanskeligheder i 9. klasse.

Bent Lindhardt 2024



Unge i matematikvanskeligheder på kommuneniveau. Procent.

Bent Lindhardt 2024

## Hvor langt når de?

- De 15% dårligst præsterende i 9. klasse i Medelsta kommune i Sverige – undersøgt tre gange med en del års mellemrum – havde et præstationsniveau som middelhøje elever i 4. klasser
  - Medelsta rapporten



Har dog en svaghed, idet det er ca. 20 år siden den seneste opgørelse. Ville være interessant at lave analyser på i Danmark

Bent Lindhardt 2024

## Årsagsforklaringer

**Tease:**  
Det er væsentligt at forstå eleven og de årsager der er til vanskelighederne for at kunne tilrettelægge en respektfuld, hensigtsmæssig og effektiv undervisning

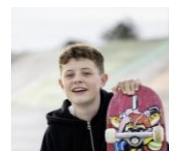
- En kognitiv vinkel
- En følelsesmæssig og holdningsmæssig vinkel



Bent Lindhardt 2024

## Det påvirker personligheden

- Forestil dig, at du kommer ind et sted hvor læreren underviser på et sprog du ikke kender. Det kunne lige så godt være kinesisk. Alt hvad der foregår vender på hovedet. De andre klarer en matematikopgave som at tegne en tændstiksmænd – for mig er det som at skulle male Mona Lisa.
- Om 1. – 3. klasse: Jeg kom til hver matematiktime helt åben for at lære og gjorde mig vildt umage men min matematiklærer virkede kun interesseret i de dygtige. Jeg skulle bare se at lære det hurtigt – så jeg kom grædende hjem til min mor hver dag



Bertram 14 år

Bent Lindhardt 2024

## Stigning i "kan ikke lide" (TIMSS)

Eleven kan lide at lære matematik, andel elever, nordiske lande

	Kan meget godt lide	Kan lide	Kan ikke lide
<b>Danmark</b>			
2019	27,8 (1,2)	41,3 (1,1)***	30,9 (1,1)***
2015	37,6 (1,4)***	41,6 (1,1)	20,8 (1,1)***
2011	37,0 (1,3)***	42,1 (1,0)	20,9 (1,1)***

TIMSS 2019

14

Bent Lindhardt - 2021

## Hold øje med synspunkter som understøtter elevers blokering og ængstelse

- "I matematik er der altid ét korrekt facit" (og dermed mange forkerte)
- "Når du er hurtig, er du god til matematik" (idspress)
- "Når du er god til matematik, er du klog" (følelse af at være dum)
- "For at finde frem til det korrekte facit, skal du kende den rigtige metode" (jo bedre du husker procedurer, jo hurtigere kan du finde det rigtige facit.)
- "Hvis du ikke er lige så god/hurtig som dine kammerater, er du ikke lige så klog" (frygt for at fejle)

15

Bent Lindhardt - 2021

## Om elevers selvopfattelse

Mona Røsseland udvalgte i sin masteropgave 8 elever fra realskolen som scorede betydeligt lavere end på grundskolen.

Det var særligt tre faktorer som påvirkede elevernes identitet som matematiklærende:

- følelsen af manglende mestring,
- tab af tro på egne evner
- forestillingen om at faget ikke har betydning for dem hverken nu eller i fremtiden



Mona Røsseland  
Matematikkensenteret, Norge



13

Bent Lindhards 2021

## Hvilken form for ros?

- Jo Boaler argumenterer for, at en lærer kan påvirke hvilket mindset en elev har på meget kort tid. Dette udsagn er baseret på en undersøgelse hun udførte, hvor hun besøgte 400 femte klasse-elever, og præsenterede dem for en opgave, hvor næsten alle præsterede godt.
- Halvdelen af eleverne fik ros for deres resultater, og den anden halvdel fik ros for at have arbejdet godt. Herefter blev eleverne præsenteret for to nye, forskellige opgaver. En der var meget simpel, hvor eleverne vidste, at de ville klare det godt, og en der var mere krævende, hvor de højst sandsynligt ville lave fejl.
- 90% af de som blev rost for deres anstrengelser, valgte den svære opgave, hvorimod majoriteten af de, som blev rost for at være dygtige, valgte den simple opgave



14

Bent Lindhards 2022

## Jeg blev aldrig rigtigt hørt eller set



15

Bent Lindhards

## Steve Chinn – gode råd til læreren

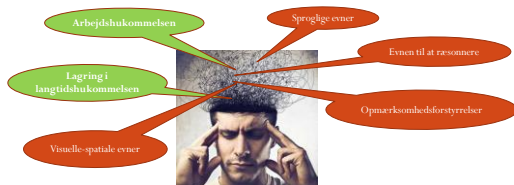
1. Fortæl eleven, at det at anstrenge sig er vigtigt
2. Fortæl eleven, at deres egne forbedringer er mere vigtig end at være bedre end andre elever.
3. Sørg for eleven oplever ægte succes i matematik.
4. Stil også udfordrende opgaver til eleven. Vis eleven, at man kan tage fejl og det er en del af læreprocessen.
5. Frem elevens selvtillid i at lære matematik, ved at give positive og konstruktive tilbagemeldinger.
6. Anerkend arbejdet, ikke eleven.
7. Skab en stemning i klasserummet der opmuntrer til involvering
8. Husk eleverne på at det at lære noget involverer det at tage chancer.



Bent Lindhards 2024

## Generelle læringsvanskeligheder

Elever der har generelle læringsvanskeligheder har neidsatte funktioner som typisk berører alle fag. Centrale funktioner som berører matematikken



Bent Lindhards 2024

## Arbejdshukommelsen

Arbejdshukommelsen, som betegner modet mellem kort- og langtidshukommelsen, er et udtryk for, hvor megen information og hvor mange tanker vi kan være bevidst om samtidigt - hvor mange bolde vi kan have i luften - og vores forarbejdningskapacitet.

Stress påvirker arbejdshukommelsen negativt

En svag AKH medfører blandt andet:

- Ufuldstændig fremkaldelse
- Mangel på evnen til at følge instruktioner
- Vanskeligheder med at overskue en mere kompleks opgave (hvor langt er jeg nu kommet?)
- Vanskeligheder med at fastholde opmærksomheden.
- Tegn på tristhed, apati, urolig adfærd m.m

Bent Lindhards 2024

### Træning af AKH?

<https://ar.pinterest.com/pin/446700856771204098/>



MV-NORDIC  
Hukommelsesleg FlexOnline



[https://www.youtube.com/watch?v=j\\_PoKsp-kg0](https://www.youtube.com/watch?v=j_PoKsp-kg0)

19

Bent Lindbæk - 2021

### Lagring i langtidshukommelsen

- Tunge forestillinger er "tungt lastet med" problemirrelevant og/eller problemunødvendig information.
- Lette forestillinger har frigjort sig fra problemirrelevant og problemunødvendig information og er "let" lastet med problemrelevant information



Bent Lindbæk - 2021

20

### "Opdagelsen" af talblindhed startede i Sverige



Salomon Eberhard Henschen

Den første forskningsartikler som omtaler fænomenet dyskalkuli ser dagens lys i 1919.

Skrevet af den svenske professor i neurologi Henschen.

Han benævner den acalculi

Über sprach-, musik- und rechenmechanismen und ihre lokalisation im grobhirn  
S. E. Henschen 1919

Bent Lindbæk 2024

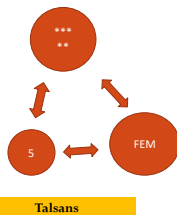
### Definition

- Talblindhed/dyskalkuli er en læringsudfordring, der er påvirket af en neurologisk udviklingsforstyrrelse, som kan have forskellige udtryk men som ikke kun kan forklares på baggrund af generelle indlæringsvanskeligheder, mangelfuld undervisning, psykologiske eller sociologiske årsager.
- Talblindhed/dyskalkuli omfatter vanskeligheder ved at automatisere tal, antal og størrelser samt fastholde og anvende aritmetiske færdigheder.

Bent Lindbæk 2024

### En forklaring: The Triple code system (Dehaene)

- Evnen til at opfatte antal ikke-verbalt og ikke-symbolsk. (\*\*\*\*\*) Herunder
  - Subitizing
  - Approximate number system (ANS)
  - Den "mentale tallinje" (SNARC)
- Evnen til visuelt at kunne se og anvende symboler for antal (5)
- Evnen til verbalt at afkode antal ved "navngive og tale om tallene" (Fem)  
Særligt influerende ved aritmetiske målinger (2 + 3)



Bent Lindbæk 2024

### TALRO – Talblindhed i Roskilde

- at øge forståelsen for og erfaringerne med fænomenet talblindhed blandt matematikvejlederne i Roskilde.
- at undersøge talblinde elevers faglige vanskeligheder og personlige læringsbarrierer
- at udvikle og afprøve forskellige metodiske og faglige tiltag der kan forbedre læringsvanskelighederne for talblinde elever



<https://himmelevskole.aula.dk/talro>

### En samtale med S fra ottende klasse

- B: Hvis du skulle prøve at tænke tilbage i din matematikundervisning hvornår begyndte du at tænke over at du havde det sværere end de andre?
- S: Lige fra begyndelsen - jeg kan huske første gang vi skulle have matematik og vi var startet i 0. klasse og jeg fik en hjælpelærer til at sidde sammen med mig og jeg sad og græd over et stykke som fx var  $2 + 2$  og jeg kunne ikke finde ud af det - kunne ikke plusse sammen.
- B: Har du overvejet hvad det er der gør det svært
- S: Selvfølgelig har jeg lavet mange grundige overvejelser om hvad jeg kan gøre ... hvad øh ... hvorfor kan jeg ikke finde ud af det. Jeg synes at jeg cirklede rundt i det samme. Jeg kunne ikke rigtigt ...

Bent Lindhardt 2024

- B: Prøv et give et eksempel på hvad du cirklede rundt i?
- S: Altså jeg kunne ikke klokken. Jeg kunne ikke højre og venstre. Jeg kunne ikke finde ud af at tage en bus for eksempel. Jeg kan ikke huske - jeg har ikke nogen tidsfornemmelse. Det er meget svært for mig - hvis du fx spurgte mig hvor lang tid vi har siddet ville jeg ikke kunne fortælle dig det - jeg kan måske have en ide om det - jeg har prøvet at øve så meget men jeg ..
- B: Kan heller ikke tabeller. Jeg kan et par enkelte men der kan jeg ikke komme helt op. Jeg øvede dem men så kunne det være jeg lærte en tabel men fem minutter efter så havde jeg glemt den igen. Jeg blev ved med at cirkle rundt i det hele tiden - men så fik jeg at vide at du skal bare blive med at gå rundt og sige det i dit hoved - og jeg prøvede og det virkede bare ikke

Bent Lindhardt 2024

- B: Hvad med når du skulle lære at regne
- S: Åh det var ret forfærdeligt. Jeg kan huske de første regnestykker hvor det var med penge. Og jeg kan ikke finde ud af at tælle penge sammen - overhovedet. Min far sad sådan med mig - og han er også rigtig rigtig dårlig til matematik og han skulle prøve at lære mig det - og jeg sad bare der og han havde de mønter som jeg skulle tælle sammen men jeg kunne ikke tælle dem sammen. Men jeg har lært sådan nogle smutveje her når jeg er blevet ældre som gør det lidt nemmere at lave visse ting.

Bent Lindhardt 2024

- B: Er der nogle fag du føler dig rigtig god i?
- S: Jeg føler jeg er god til engelsk. Jeg taler engelsk flydende. Er rimelig god til grammatikken. Føler jeg er god til dansk. Jeg er god til at skrive
- B: Kan du også lide det?
- S: Ja jeg kan godt lide engelsk
- B: Så de sproglige fag går godt - hvad med at læse?
- S: Jeg elsker at læse (tydelig glæde i stemmen)

Bent Lindhardt 2024

### "Katrine" - femte klasse

- er ofte ked af det i mat-timer - gennem flere år - "når jeg sidder med det og det ikke giver mening så giver jeg op"
- begyndte at tænke over det i 2. - 3. klasse
- oplever de andre er dygtigere og hurtigere.
- er ofte forvirret når det er noget med tal
- bruger (altid) fingrene når hun regner "Har svært ved at huske hvad jeg skal gøre når noget skal regnes ud"... "nogle gange er det helt væk"
- har meget svært ved at aflæse ure - digitalt er nemmest
- Har det svært med brugen af penge. "Når min søster og jeg handler så skal hun hjælpe mig med



Billede eleven

### Katrine - Talviden

- 36531 med 100 mere bliver til 3 tusinde - nå nej 3 millioner 7 tusinde.
- Kan ikke læse 3050 - bliver til millioner
- OK med at skrive 9 - tøver på 68 - tæller sig frem 10 - 20 - 30... Er i tvivl om 77 og 83 - tænker en del. Siger "svært med hvordan tallet ser ud" -
- 209 nemt - 3006 bliver til 3600 - 21010 bliver til 1100
- Tæller baglæns fra 72 - noget tøvende 71 - 69 - nej 70



Billede foto af eleven

Bent Lindhardt

## Katrine - regnefærdigheder



- $3 + 5 = 7$  tæller sig frem til 8
- $9 - 3 = ?$  "det bliver 9" tæller sig frem til 6
- Regnestykket  $9 + 3 = 12$  vises - hun ræsonnerer herefter uden at tælle " så er  $9 + 4 = 13$  og så er  $9 + 5 = 14$ "
- BL: "Hvis  $7 - 2$  er fem hvad er så  $27 - 2$ " - lang overvejelse - giver op. Blokerer over for minus.
- Regnestykket  $2391 + 892$  regnes rigtigt - kan proceduren - tæller sig dog konsekvent frem cifre for cifre
- "117 - 78 - det gør jeg ikke" "Minus har altid været irriterende"
- "Bruger lommeregner når jeg får lov ellers bruger jeg **meget** tid på at regne."
- $16 * 5$  er ikke mulig

Rene Lindhardt

## Elev 5. klasse - Størrelser



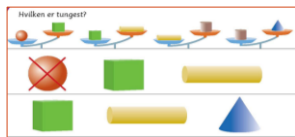
- Er i tvivl om hvad 10 min er. Hun klarer hel og halv på analoge ure men ikke mere.
- Blyant 5 g - Stol 2 kg -
- Blyant 28 cm - til flagstangen 4 m (meget forkert mere end 40 m) - til København (30 km) 800 m

Rene Lindhardt

## Elev 5. klasse - ræsonnement



- Ræsonnementsopgave om vægt af genstande
- Kan lave "hvis så" relationer - og forklarer det ganske fornuftigt til forskel fra hendes vanskeligheder med tal.



33

Rene Lindhardt 2023

## Oversigt

- Er meget følelsesmæssigt påvirket af deres vanskeligheder
- Ekstreme vanskeligheder med
  - at fastholde (huske) tal og fremkalde talviden
  - at ordne tal og aflæse skemaer med tal
  - at regne med selv meget enkle tal
  - at relatere sig til størrelser som tid, længde og vægt
  - at overskue pengebeløb og mønter /sedler
  - at orientere sig

Rene Lindhardt 2024

## TALRO - et par nedslag

- Forvirring og glemsel er to centrale faktorer, når vejlederne beskriver elevernes læring
- Det er gennemgående, hvor beskeden en fremdrift der er i læring af selv simpel viden/færdigheder fx nævnes at en elev i 4 måneders periode med to lektioner om ugen ovede hovedregningsstrategier i plustabellen - hvor kun en synes (som er en stor opdagelse for eleven) at have lagret sig (at fx  $8 + 9$  kan tænkes som  $8 + 8 + 1$ )
- Flere elever værdsatte og øgede motivationen ved mere hverdagsorienterede sammenhænge som fx at bage, handle på nettet, måle noget op osv. Det skal dog bemærkes, at nogle elever havde svært ved at transformere viden og færdighed fra en situation til en anden. Ej heller var det nemt at transformere enkle færdigheder fra matematikken ind i den praktiske verden.

## TALRO

- Alle havde en meget svag faglig selvtillid med den hos nogle opvejet af en stor viljestyrke og interesse for læring - de havde jo oplevet at "lære noget" i andre fag! En viljestyrke som dog skulle "holdes i live" af vejlederne for ikke at "slukke"
- Eleverne profiterede af brugen af konkrete materialer men flere var ikke glade for at bruge dem i undervisningen, idet deres vanskeligheder blev for synligt.
- Næsten alle elever udviste en frygt for at fejle i klassesituationen - og dermed få synliggjort deres vanskeligheder.
- Der var et tydeligt behov for tryk ved at have en "god makker" eller en voksen i nærheden som kunne guide den talblinde.
- Flere talte om det triste i at deltage i klasstest

## Kan vi gøre matematik til litteratur og sprog?

- En af de vigtigste representationer er nok den talblinde elevs eget mundtlige og skriftlige udtryk.
- Det giver mulighed for at arbejde med ræsonnementer og indsigt via dialog.
- Det er færdighederne der er problemet ikke nødvendigvis forståelsen
- Opsamling af matematikken efter øvelser og opgaver er et uopdyrket potentiale. Mange er i stand til at tale sig ind i en generalisering.



Bent Lindhardt 2021

## Det anerkendende

- *Altså bare det at få bekræftet at jeg faktisk ikke var dum i skolen eller været doven, og alle de her ting her, jeg har simpelthen bare været talblind. Oh, og jeg løb jo nærmest hjem til mine forældre og sagde det til dem, hehe, at grunden til at jeg altid har haft svært ved det, det er simpelthen fordi jeg er talblind. Ohm, så at få det at vide, det var.. ja.. det var, en oplevelse faktisk..*

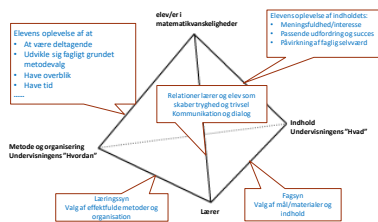


Udtalelse fra fokusgruppeinterview – BLIVM talblindeprojekt

38

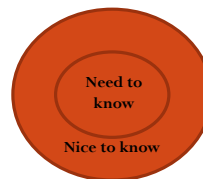
Bent Lindhardt - 2021

## Generelle overvejelser



Bent Lindhardt 2023

## Vi må prioritere stoffet .....



Bent Lindhardt 2024

## Hvor er problemet?

Faktaviden	Færdigheder	Forståelse
Hvad .....	Hvordan ... (produkt)	Hvorfor ...
Vide noget leksikalsk have paratviden	Har procedurer til at nå et bestemt resultat	Har indset sammenhænge og faglige pointer
Fx genkalde regler og navnestof	Fx at kunne regne, konstruere, omsætte, løse ligninger	Fx argumentere og anvende i nye sammenhænge

Bent Lindhardt 2024

## Kend de mulige misopfattelser

- Misopfattelser er ufuldstændige tanker knyttet til et begreb. De er til en vis grad unikke og dermed forudsigelige.

*Der gælder de samme regneregler for alle regningsarterne*

- Hvis  $12 + 7 = 7 + 12$  så gælder også at  $12 - 7 = 7 - 12$

*Det længste tal er det største tal.*

- 3267 er større end 546 - så er 32,67 også større end 546.

*Når man dividerer blive resultatet altid mindre*

42

Bent Lindhardt

## Kompenserende tiltag

Måske er spørgsmålet **ikke** hvilke hjælpemidler der er gode til at understøtte læring for elever i matematikvanskeligheder men i stedet for hvordan hjælpemidler kan **kompenere for færdigheder** i matematik.

Det sætter således hovedfokus på elevens forståelse og viden frem for færdigheder.



Bent Lindhardt 2024

## Visuelle konkrete repræsentationer



<https://www.statpsl.no/guide/laesest/laeringsressourcer/dokumenter/02-bokstave/multicon-intensivoplaering-i-matematik.pdf>

Spø	Situation	Eksempler på spørgsmål	Ans	Kommentar	Noter
1	1. Jeg kan den enkelte funktion! 2. Jeg kan den enkelte funktion! 3. Kan du sætte funktionen i forhold til... 4. Kan du sætte funktionen i forhold til...	Hvor går den (de) hen? Hvilken funktion er det? Hvorfor sætter du den (de) sammen? Hvilken funktion er det?	Opskrifter varierer udvælgte funktioner og sætninger op til... Kun... Kombinationer varierer...	Læg mærke til hvilken funktion der er i... Er det muligt på en måde... Hvilken funktion... Hvilken funktion... Hvilken funktion...	

Bent Lindhardt 2023

## Godt samarbejde betyder noget



Mange elever frygter at den næste opgave bliver sværere

De er bange for at fejle og at føle sig dumme

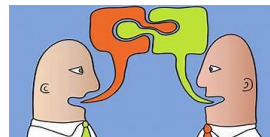
Kammeratskabsoplæring har en positiv effekt

50

Bent Lindhardt

## Verbalisering

- Det gælder for normalt præsterende elever som elever i matematikvanskeligheder, at sproget er limen i forståelse.
- Det drejer sig om brug af såvel den indre som den ydre stemme.
- At tale sine tanker højt – sammen med andre er læringsfremmende og hukommelsesfremmende.



Bent Lindhardt 2023

## Flerstrategisk

- Elever i matematikvanskeligheder er karakteriseret ved strategi-fattigdom og strategi-rigiditet.
- Tanken om, at elever i matematikvanskeligheder kun skal se en måde at løse et matematisk problem/opgave på, er imidlertid et udokumenteret dogme. Der er forskning som peger på det modsatte
- Det indbefatter generelle arbejdsmetoder til at løse et matematisk problem/opgave som fx "procesnotatskemaer" ved løsning af "tekstopgaver" eller problemløsningsmåder ved mere åbne opgaver



Bent Lindhardt 2023

1. Opdag mine matematikvanskeligheder i tide, og giv mig den rette støtte.
2. Hjælp mig, mine forældre og mine lærere til at forstå mine matematikvanskeligheder.
3. Sørg for, at jeg ikke bliver hængt af.
4. Hjælp mig til reelle succesoplevelser med matematik.
5. Sørg for, at jeg er tryk i klassen.
6. Vær tålmodig med mig, og giv ikke op.
7. Hjælp mig til at omsætte matematikken til noget, jeg skal bruge.
8. Hjælp mig til at glemme, at det er matematik.
9. Skab den bedste lektiesituation for mig.
10. Sørg for, at mine lærere og forældre taler sammen.

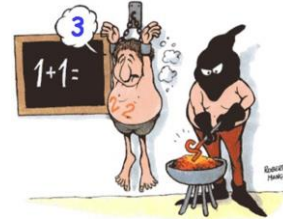
Fra Egmontfondens årsrapport  
 Hvert panel med seks børn/unge som er i matematikvanskeligheder



Lad os fejle sammen ....



Best Laid Plans 2021



Tak for opmærksomheden

Best Laid Plans 2021