

Sophie Germain, 7.-9. klasse

Opgave 1 Primfaktorer og divisorer

Sophie Germain (1776-1831) gjorde mange væsentlige opdagelser i talteori. I skal arbejde med nogle af dem på de næste sider, som især handler om brug af primtal. Primtal er i dag afgørende elementer, når man fx arbejder med at udarbejde sikre krypteringer.

Primtal spiller ofte en nøglerolle, når vi skal opdage noget om tal. Fx kan primtal bruges, når vi skal finde antallet af divisorer til et tal (divisorer er de tal, der går op i tallet).

Et eksempel: Følgende tal går op i tallet 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12, altså 6 divisorer i alt. Man kan også opløse 12 i primfaktorer, altså et gangestykke kun med primtal: $12 = 2^2 \cdot 3^1$ eller $2 \cdot 2 \cdot 3$. Man kan bruge disse primfaktorer til at finde alle divisorerne undtagen 1 (som jo er divisor i alle naturlige tal) ved at multiplicere alle kombinationer af primfaktorerne: 2, 3, $2 \cdot 2 = 4$, $2 \cdot 3 = 6$ og $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$.

Se på skemaet næste side. Der er en række tal, som er opløst i primfaktorer. Se skemaet igennem og kontrollér, at det er gjort korrekt.

- Hvilke tal har netop to divisorer?
- Hvilke typer tal har et ulige antal divisorer?

Som vist ovenfor, kan man finde divisorerne undtagen 1 ved at kombinere alle primfaktorerne. Der er en anden måde, som nogle synes er lettere: Find alle gangestykker med naturlige tal, der giver tallet. Eksempel: $24 = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$. Hermed får vi alle divisorerne, her skrevet i rækkefølge efter størrelse: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 og 24.

I skal udfylde de tomme felter i skemaet på næste side. De to tomme felter under "Tal" nederst i skemaet kan I bruge til at undersøge nogle tal, der interesserer jer.

- Man kan finde antallet af divisorer ved at gøre noget med eksponenterne i primtalsfaktorerne. I skal prøve at finde en regel.