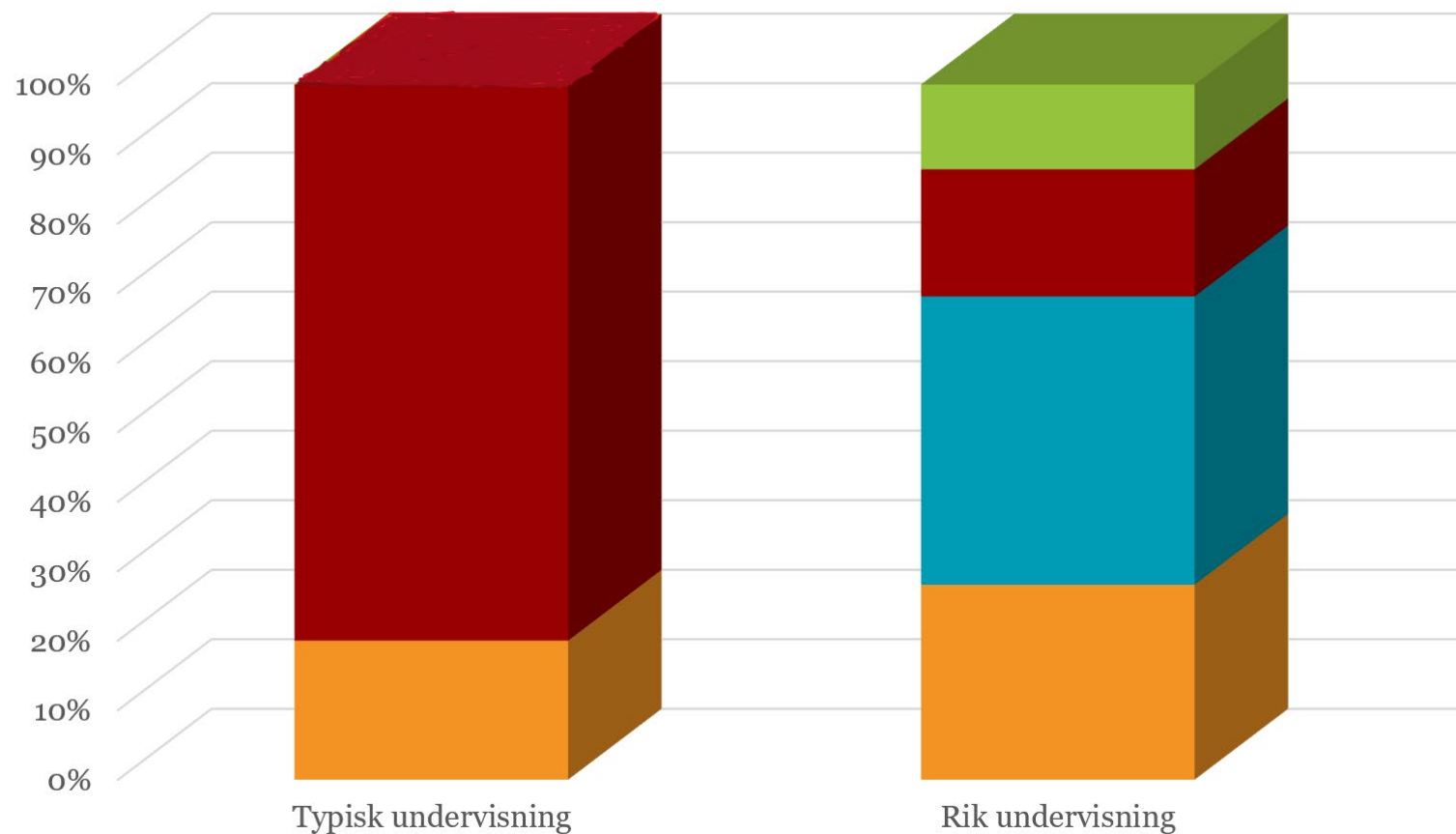


Establishing high-quality mathematics instruction at scale



Shortly about me

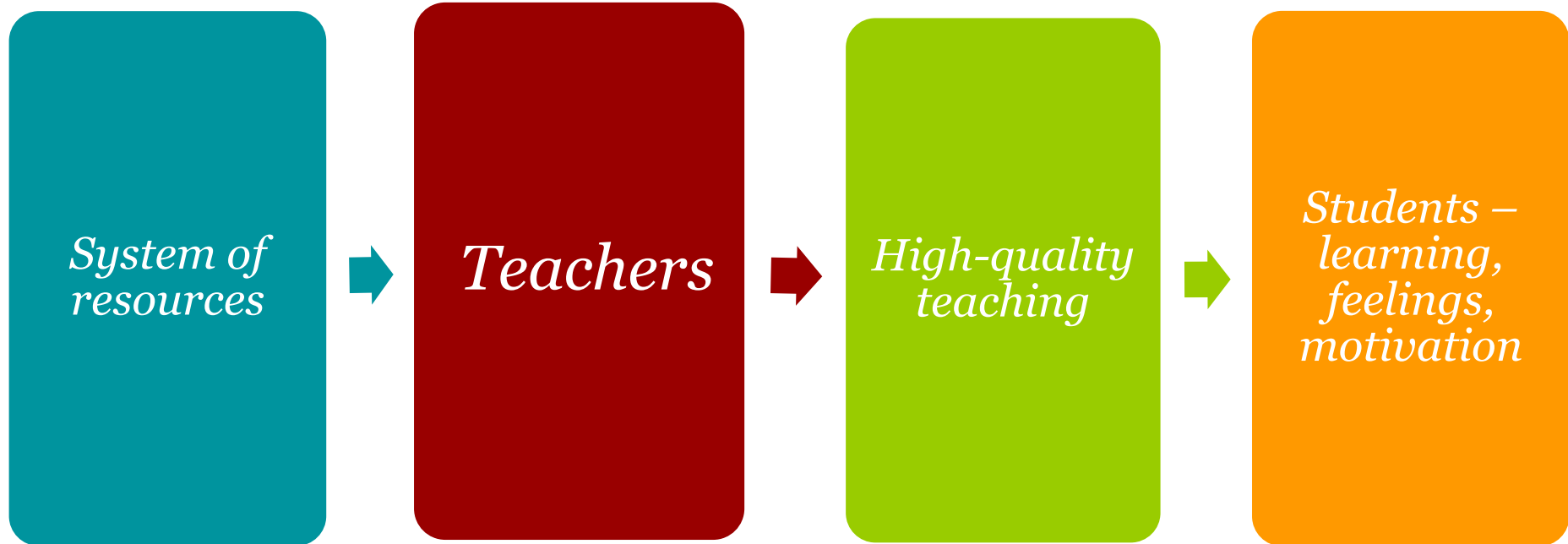
Teacher and professor

- Teacher in mathematics and history
- Professor and researcher:
 - Mälardalens university
 - University of Oxford
 - Stockholms university
 - Umeå university
 - Halden, Norge
 - Örebro university

Improving mathematics teaching at scale:

1. Collaboration between schools – universities
2. Professional development
3. Research-based curriculum materials
4. Teacher educations

Research for improving mathematics instruction at scale



What characterize students in high-quality mathematics classrooms?

- Which cognitive processes?
- How are they acting in the classroom?
- How do they feel?
- How do they view themselves as learners?



Theories about and for students in the classroom

EMOTIONS AND BELIEFS

- Motivation and Self-determination theory (Deci & Ryan, 2013)
 - Feel competent
 - Agency
 - Relatedness
- Learning through mistakes and Growth mindset (Dweck, 2006)
- Grit (Duckworth, 2016)

SELF-REGULATION

- Meta cognition (Flavell, 1979)
- Self-regulation (Zimmerman, 2002)

COGNITIVE PROCESSES

- Cognitive load theory (Sweller, 2011)
- Struggle with mathematical problems, generalize, synthesize, compare,... (Hiebert & Grouws, 2007; Craik & Lockhart, 1972)

ACTING IN THE CLASSROOM

- Active listening, asking questions, present initial ideas,... (Kazemi & Hintz, 2014)
- Classroom management (Marzano & Marzano, 2003)

High-quality mathematics instruction





How would you describe high-quality mathematics teaching?

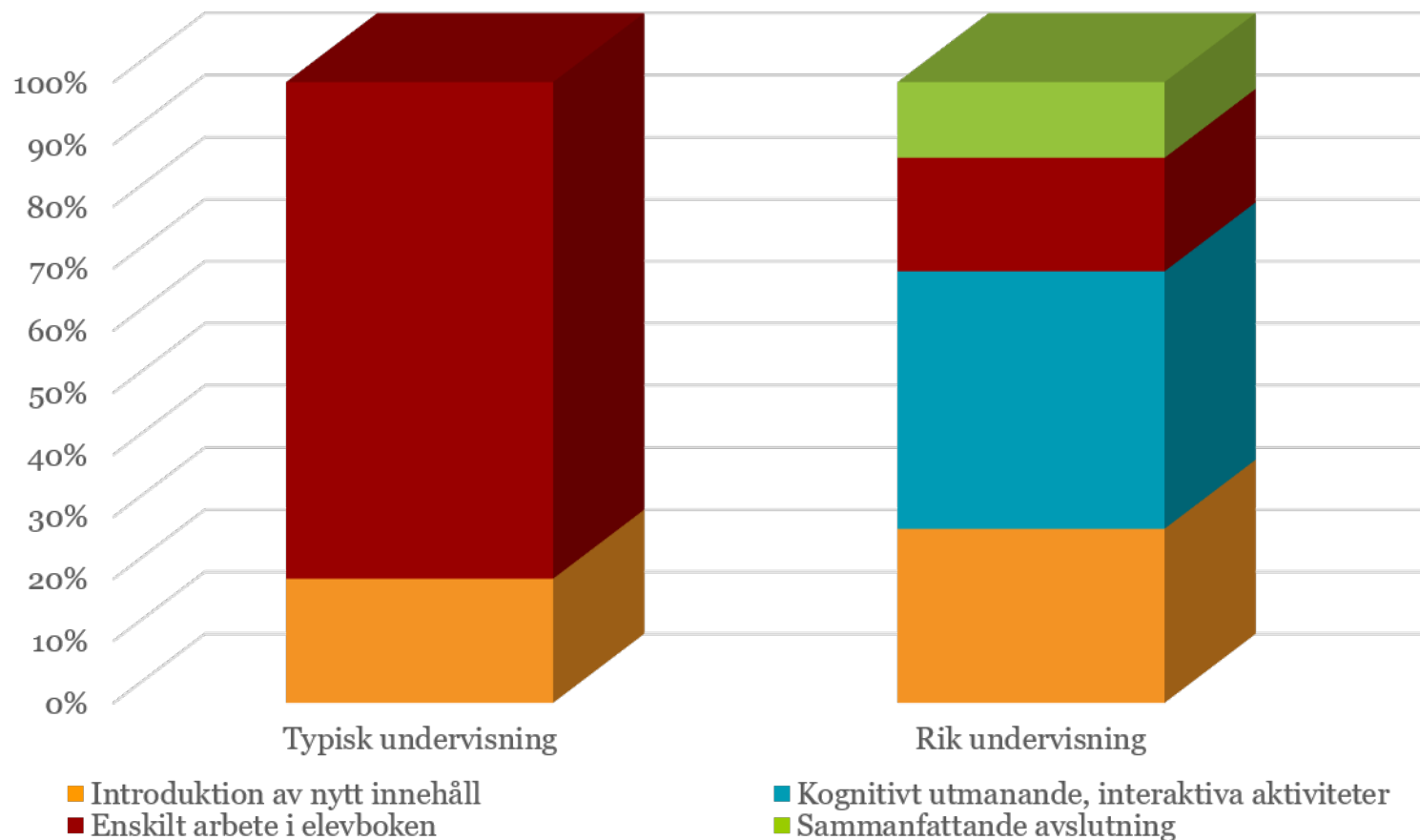
High-quality teaching

Active students led by the teacher:

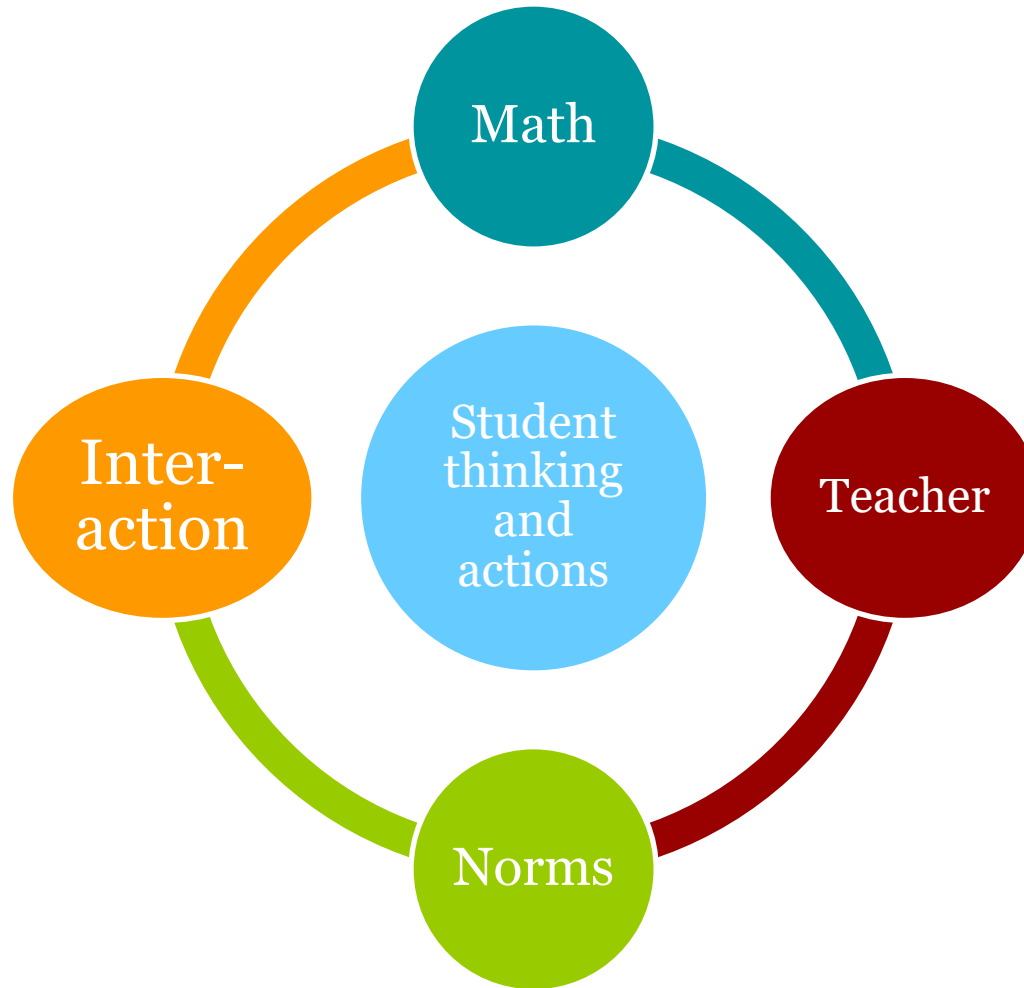
- A focus of understanding the mathematics
 - Multiple and connected mathematical models and representations
 - Cognitive demand and problem solving
 - Structured and warm classroom practices
 - Cooperative learning practices
 - Correct and connected mathematics
- (e.g., Praetorius & Charalambos, 2023)**

The mathematical classroom –

Phases of the lesson

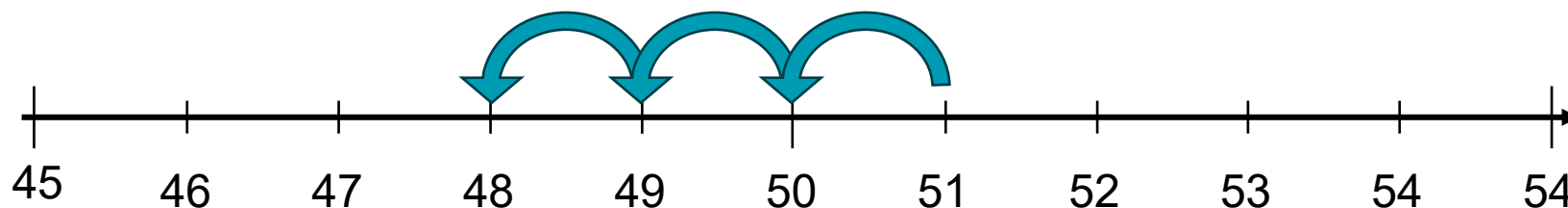


High-quality mathematics instruction - Components

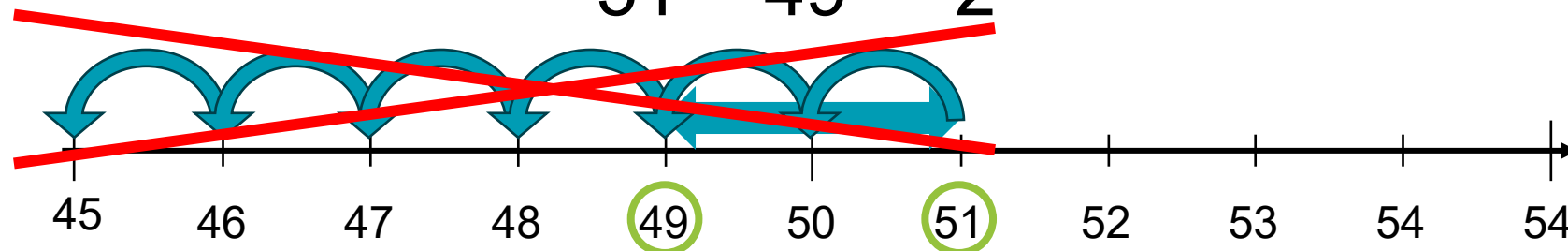


Subtraction – Understanding and fluency

$$51 - 3 = 48$$



$$51 - 49 = 2$$



Choose suitable methods

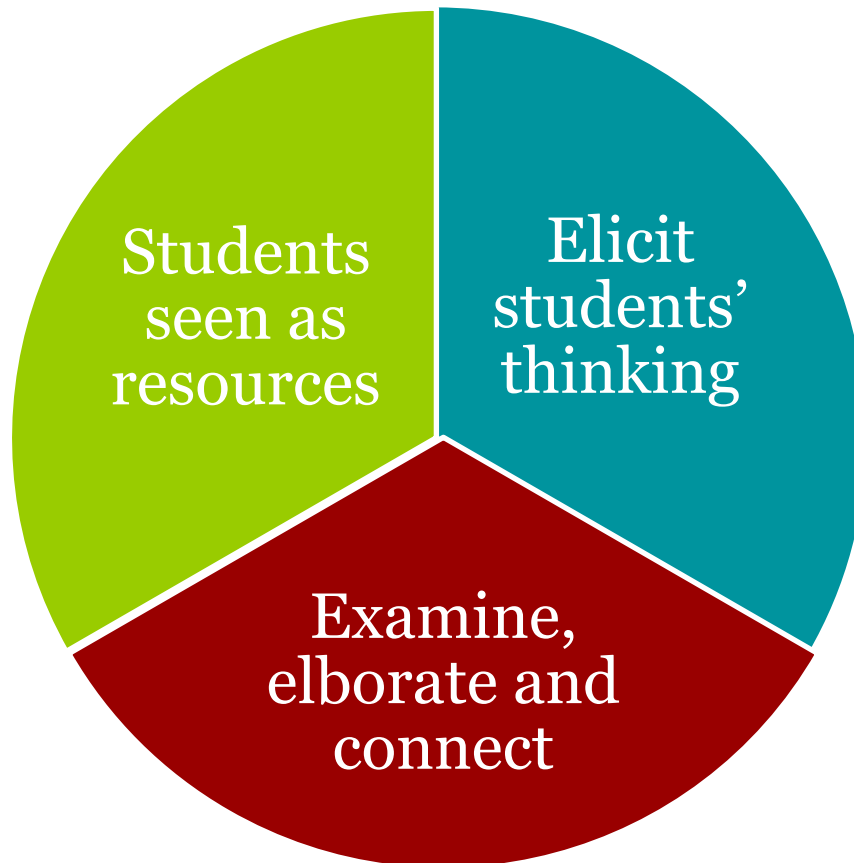
$$1\,902 - 1\,897 = 5$$

Which methods are suitable?

Think
addition



Exploratory talk – active students, led by the teacher



Why mathematical discussions?

Verbalize to develop understanding

- Explore mathematics thoughts
- Verbalize initial ideas
- Explain how and why

Social

- Creates relatedness and focus
- Variation for motivation
- Developing capacity of ask questions, communicate, active listening etc

Relate to others

- Listening to other ideas
- Developing by asking questions
- Dig into other perspectives
- Building further on others' ideas

Opportunities for teachers to

- Get knowledge of students' thinking
- Adapt and differentiate teaching
- Basis for supporting students' meta-cognition

Context for productive mathematical discussions

- **Mathematical tasks** that enables challenges, guiding and encourage students to use several strategies, make conceptual connections etc.
- The **discussion is part of connected activities** in the classroom including introduction of the problem, well-planned group work and follow-up whole-class discussion.
- **Norms** such as listen actively to each other, learning from mistakes and looking for pattern and connections within mathematics
- **Structure and predictability of lesson**
- **Explicit teaching** about how to act in group-work and whole-class discussion? What should you listening for, what are good questions to ask each other etc?

Types of questions (Broadie and Boalar, 2009)

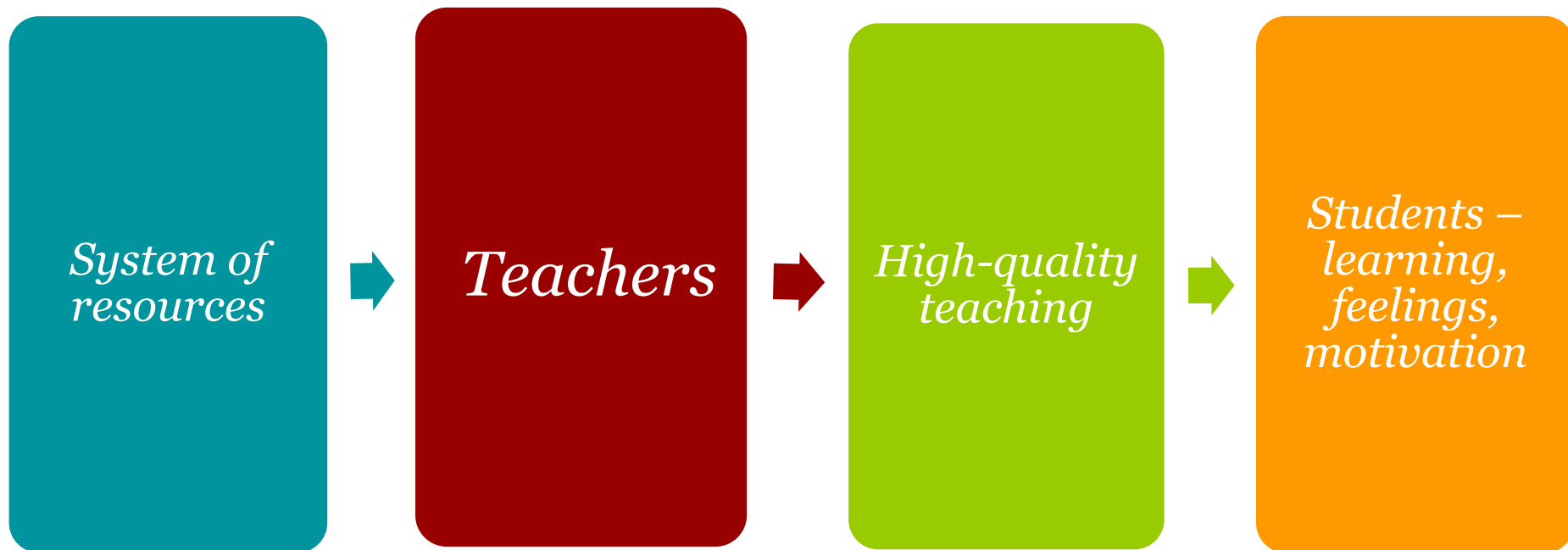
3	Exploring mathematical meaning	Points directly to the underlying conceptual meaning or the 'why' behind a math relationship.	• <i>"What does it actually mean when we say two ratios are equivalent?"</i> • <i>"Why does that rule work?"</i>
4	Eliciting thinking	Asks students to clarify, justify, or explain their unique line of reasoning.	• <i>"How did you get that?"</i> • <i>"Can you explain your thinking to the rest of the class?"</i>
5	Generating discussion	Prompts students to evaluate, critique, or build upon each other's contributions.	• <i>"Who agrees or disagrees with Sarah's approach, and why?"</i>

	Questions	Description	Examples
1	Gathering information	Recalls facts, definitions, or immediate procedural steps to see what students remember.	• <i>"What is the formula for the area of a triangle?"</i>
2	Inserting terminology	Introduces standard mathematical language or notation to match a student's informal idea	• <i>"How do we write that using a fraction?"</i>
3	Exploring mathematical meaning	Points directly to the underlying conceptual meaning or the 'why' behind a math relationship.	• <i>"What does it actually mean when we say two ratios are equivalent?"</i> • <i>"Why does that rule work?"</i>
4	Eliciting thinking	Asks students to clarify, justify, or explain their unique line of reasoning.	• <i>"How did you get that?"</i> • <i>"Can you explain your thinking to the rest of the class?"</i>
5	Generating discussion	Prompts students to evaluate, critique, or build upon each other's contributions.	• <i>"Who agrees or disagrees with Sarah's approach, and why?"</i>
6	Linking and applying	Connects different mathematical concepts or links mathematics to real-world context.	• <i>"Where else have we used a strategy like this?"</i>
7	Extending thinking	Pushes students to generalize rules or apply ideas to entirely new, more complex scenarios	• <i>"Will this rule always work for any number?"</i>
8	Orienting and focusing	Redirects students' attention to the core constraints or key components of a problem	• <i>"What is this question actually asking us to find?"</i>
9	Establishing context	Centers the math problem within non-mathematical settings or real-world experiences.	• <i>"Why would a store owner need to calculate a percentage like this?"</i>

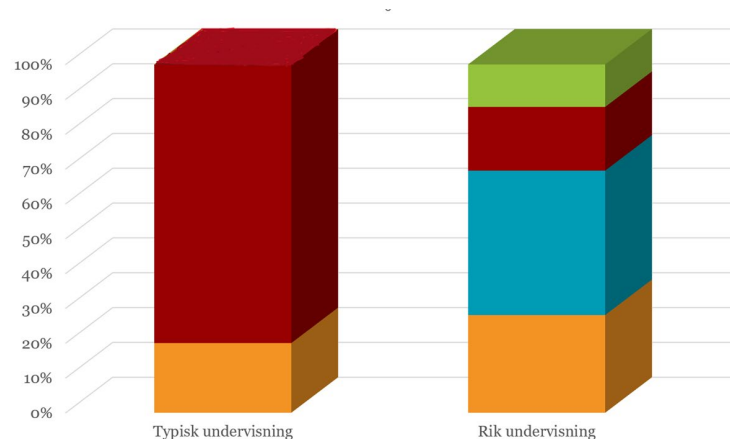
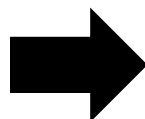
Talk moves

- **Revoicing:** You restate a student's idea to clarify meaning and confirm understanding. Example: *"So you are saying that if we double this number, the total doubles too?"*
- **Repeating:** You ask another student to restate a peer's idea in their own words. This builds active listening.
- **Adding On:** You invite students to expand, build upon, or connect to a classmate's comment. Example: *"Would someone like to add to that idea?"*
- **Wait Time:** You pause for 3 to 5 seconds after asking a question.

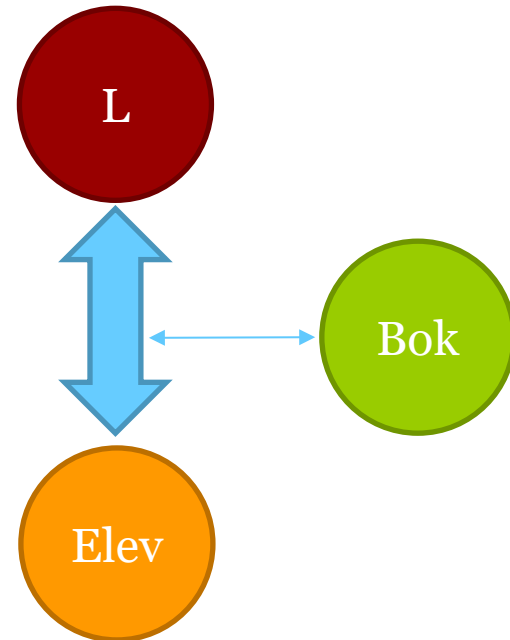
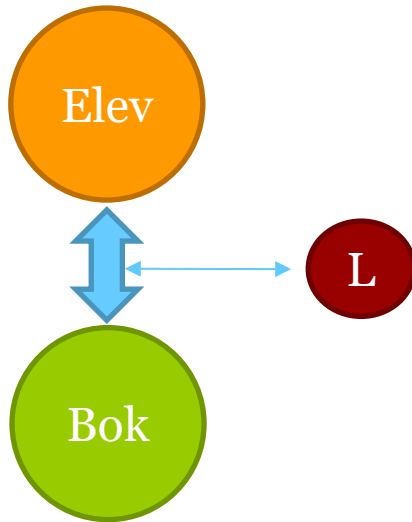
Research for improving mathematics at scale



Systems for improving mathematics instruction at scale (Cobb et al, 2018)



From textbooks towards powerful resources for teachers



Instructive and educative for teachers

Classroom teaching

Mathematical representations, models, visualisations
Mathematical tasks
Exit tickets
Suggestions for teachers of what to ask, emphasize etc
Assessments

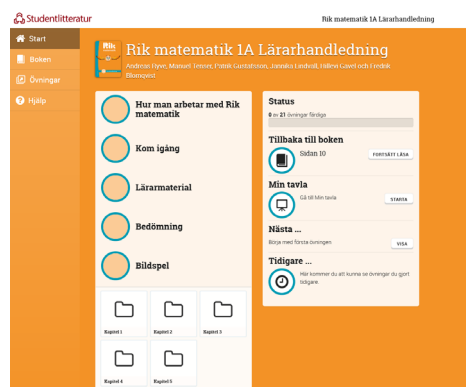
Learning about:
Mathematics
Students' learning
Teaching methods
How to use the CM effectively

Educative curriculum

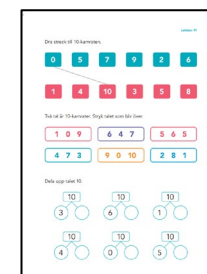
Teacher guides



Digital resources



Textbook



Year 1-3

- More than **300 planned lessons**
- More than **300 planned lessons and slideshows** with about **20 000 mathematical visualizations**
- **2500 interactional supports for teacher** of what to high-light, questions to ask, moves to make, mathematical connections to notice
- More than **1000 tasks** designed for **pairs** and **group-work** and conceptual understanding.

Research-based curriculum materials

- **Solid scientific ground**
 - Students' learning of mathematics
 - High-quality teaching
 - Teachers' knowing and acting in classrooms
 - Research on curriculum materials
- **Research-based methods** in which teachers and researchers collaborate in developing and testing the resources
- **Evidence** about statistically significant improvements of students' mathematics learning in quasi-experimental study design.

Models for effective professional development

1. **Video observations.** Observe and analyse classroom teaching (Allen et al., 2011, 2015;)
2. **Colleagues** visiting classroom using observation protocols (Burgess et al., 2021)
3. **Coaching** (e.g., Rice m.fl., 2024)
4. **Curriculum materials** as a support (Garrett et al., 2019)

Program for professional lesson observations



Tydligt ledarskap													
Centrala aspekter	Framgångsfaktorer			Sämmer inte alls	Sämmer till liten del	Sämmer delvis	Sämmer till stor del	Sämmer helt	Kommentarer				
Tid	Tiden för lärande maximeras												
Klassrumsklimat													
Bedömer	Det finns	Framgångsfaktorer			Sämmer inte alls	Sämmer till liten del	Sämmer delvis	Sämmer till stor del	Sämmer helt	Kommentarer			
Centrala aspekter	Centrala aspekter												
Hariteta störningar	Det finns och diskuteras för att stärka	Att eleverna	Det råder en fin relation mellan elev/elever	Centrala aspekter	Matematiken								
Övergångar	Övergångar	Övergångar	Läraren visar eleverna	Uppgifter	De matematiska uppgifterna utmanar elevernas tänkande och stärker den matematiska förståelsen								
Fysisk organisation	Den fysiska organisationen gynnas	Höga frekvenser	Läraren ser genom höga engagemang	Klassrumsdiskussioner	Det förs matematiska diskussioner mellan elever och med lärare								
					Eleverna är aktiva i diskussionerna där flera tankesätt och strategier lyfts fram och jämförs								
					Läraren ställer nyfika, utforskande och fördjupande frågor av "vad, hur, varför" karaktär								
					Läraren ger förklaringar, demonstrerar lösningar, lyfter fram samband, repeterar och summerar centrala delar, ...								
Uformella utvärderingar	Uformella utvärderingar	Agenda	Läraren bygger upp matematisk kompetens	Läraren skapar ett klimat där elever och lärare	Läraren presenterar matematiska begrepp, metoder, fakta och beräkningar på ett korrekt sätt								
					Läraren presenterar matematiska begrepp, metoder, fakta och beräkningar på ett korrekt sätt								
Röd tråd	Lektionens delar är matematiskt sammanhängande och rikade mot lektionens lärandemål												



Procedure for lesson observations in the schools



Colleagues visit each other classrooms



Observation schemes



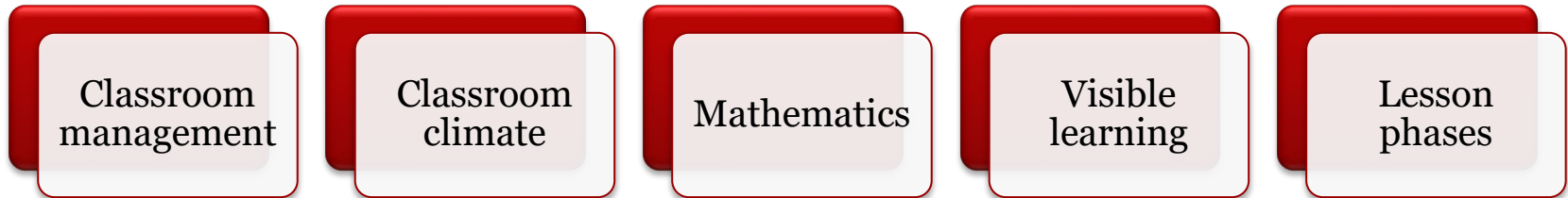
Observations followed by individual coding



Discussions following a structured routine

Observation scheme

Dimensions of mathematics instruction



Classroom management

Tydligt ledarskap

Centrala aspekter	Framgångsfaktorer	Stämmer inte alls	Stämmer till liten del	Stämmer delvis	Stämmer till stor del	Stämmer helt	Observationer
Tid	Tiden för lärande maximeras						
Rutiner	Det finns tydliga regler och rutiner						
Hantera störningar	Det finns strategier för att hantera störningar och disciplinära problem samt för att förstärka positiva beteenden						
Övergångar	Övergångarna mellan aktiviteter är smidiga						
Fysisk organisering	Den fysiska organiseringen av klassrummet är gynnsam för lärande						

Classroom climate

Klassrumsklimat							
Centrala aspekter	Framgångsfaktorer	Stämmer inte alls	Stämmer till liten del	Stämmer delvis	Stämmer till stor del	Stämmer helt	Observationer
Atmosfär	Det råder en varm klassrumsatmosfär och fina relationer mellan lärare/elev och elev/elev						
Omsorg	Läraren visar omsorg, ger stöd och ser eleverna						
Elevfel	Lärare (och elever) har en positiv inställning till elevfel och missuppfattningar						
Höga förväntningar	Läraren ser eleverna som kompetenta både genom höga förväntningar och att de engageras i diskussioner						
Ägandeskap	Läraren bygger upp elevernas ägandeskap av matematiken samt deras tro på sin egen kompetens						
Utförskatillsammans	Läraren skapar bra förutsättningar för att elever och lärare ska utmana, lära, lyssna och kommunicera med varandra						

Mathematics

Matematiken							
Centrala aspekter	Framgångsfaktorer	Stämmer inte alls	Stämmer till liten del	Stämmer delvis	Stämmer till stor del	Stämmer helt	Observationer
Uppgifter	De matematiska uppgifterna utmanar elevernas tänkande och stärker den matematiska förståelsen						
Klassrumsdiskussioner	Det förs matematiska diskussioner mellan elever och med lärare						
	Eleverna är aktiva i diskussionerna där flera tankesätt och strategier lyfts fram och jämförs						
	Läraren ställer nyfikna, utforskande och fördjupande frågor av "vad, hur, varför" karaktär						
Lärarens framställning av matematiken	Läraren ger förklaringar, demonstrerar lösningar, lyfter fram samband, repeterar och summerar centrala delar, ...						
	Läraren presenterar matematiska begrepp, metoder, fakta och beräkningar på ett korrekt sätt						
Röd tråd	Lektionens delar är matematiskt sammanhängande och riktade mot lektionens lärandemål						

Visible learning

Synligt lärande							
Centrala aspekter	Framgångsfaktorer	Stämmer inte alls	Stämmer till liten del	Stämmer delvis	Stämmer till stor del	Stämmer helt	Observationer
Lärandemål	Läraren och eleverna klargör och diskuterar lärandemålen och följer upp dessa i slutet av lektionen						
Synliggöra	Läraren använder strategier och metoder för att synliggöra elevers tänkande och lärande						
Anpassning	Läraren anpassar och utvecklar undervisningen i relation till elevernas nuvarande och olika kunskapsnivåer						
Meta-kognition	Läraren ställer frågor och agerar för att eleverna ska reflektera över sitt tänkande och lärande.						

Lesson phases

Lektionens faser			
Fas	Kommentarer	Hur stor del av lektionen utgörs av de olika faserna?	
		Tid (min)	Andel (%) av lektionstiden
Introduktion - inklusive uppstart och eventuell genomgång			
Aktiviteter	Par/Grupp		
	Helklass		
Individuellt arbete - elevboken, arbetsblad, etc.			
Avslut - i helklass			
Övrigt			

Systems for improving mathematics instruction at scale

